



Reconectando Pessoas,
Ciências, Artes e
Tecnologia

Anais do

XI Congresso de Engenharias da UFSJ

Part of ISSN 2237-0358

Conteúdo disponível em: doi.org/10.29327/1317088.11-1



DIMENSIONAMENTO DE LONGARINA TUBULAR EM MATEIRAL COMPÓSITO DE AERONAVE RADIO CONTROLADA A PARTIR DO CRITÉRIO DE FALHA DE TSAI-WU

Rodrigo Ceconelli P. Neves ⁽¹⁾ (rodrigoceconelli@hotmail.com)

Viviane Arice Nagata ⁽¹⁾ (aricenagata@gmail.com)

Maurício de Moura Nilton ⁽¹⁾ (mauricio.nilton@ufsj.edu.br)

⁽¹⁾ Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ) - DEMEC - Praça Frei Orlando, 170, Centro, São João del-Rei, Minas Gerais

RESUMO: Este trabalho visa desenvolver uma rotina em Matlab para dimensionar uma longarina de asa de uma aeronave rádio controlada, fabricada em material compósito Carbono-Epoxi, da equipe Trem ki Voa micro da Universidade Federal de São João del Rei. Para o projeto estrutural de uma aeronave, considera-se diversos fatores como as condições de voo, cargas, segurança e materiais utilizados, que tornam seu dimensionamento complexo e demorado. A fim de otimizar o tempo de projeto e custo, além de garantir baixo peso e alta resistência, desenvolveu-se uma rotina em Matlab para a aplicação do Método de Aproximação de Schrenk e do critério de falha de Tsai-Wu e, a partir deles, calcular o fator de segurança de longarinas com diferentes configurações de laminados. Após comparar seis diferentes longarinas, constatou-se a oportunidade de aprimorar o desempenho do protótipo pela redução de massa. Os dados foram inseridos na rotina para avaliar longarinas de 10x8 mm e 8x6 mm com diferentes malhas, atendendo a um Fator de Segurança $\geq 2,0$, indicando a opção 8x6 mm para otimização estrutural.

PALAVRAS-CHAVE: longarina, critério de falha de Tsai-Wu, material compósito, SAE AeroDesign, Método de Aproximação de Schrenk



Os autores são os únicos detentores dos direitos autorais.

São João del-Rei, Minas Gerais, Brasil

25-29 de setembro de 2023

[B.L. Resende](#), [C.M. Vale](#) & [R.J. Silva](#) (Organização & Edição)

1. INTRODUÇÃO

A competição SAE AeroDesign busca preparar os estudantes dos diferentes cursos de engenharia para a indústria aeronáutica. Através do projeto e construção de aeronaves que atendam aos requisitos propostos pela competição, são difundidas técnicas e conceitos da indústria para os estudantes (Gasparetto et al., 2020), o que potencialmente os habilita a seguir carreiras no setor aeroespacial.

Durante o projeto, as equipes participantes devem levar em consideração inúmeras análises que permitam o correto dimensionamento dos protótipos. Dentre essas análises, o projeto estrutural é imprescindível para garantir a segurança e eficiência de uma aeronave (CORREIA, 2019, p. 15). Este se torna complexo devido a quantidade de requisitos a atender, como segurança, baixo peso, a complexidade das cargas, condições de voo e demais especificações de operação (Márquez et al., 2022).

A estrutura de uma aeronave deve suportar as cargas às quais está exposta, resguardando-a de deformações significativas. Uma alta rigidez e resistência mecânica são os principais requisitos para assegurar maior eficiência estrutural, ou seja, ter o menor peso concebível e resistir às maiores cargas possíveis, o que é incentivado pelo regulamento da competição SAE Aerodesign (Santos et al., 2023).

Dentre as partes de uma aeronave, a asa é um dos componentes estruturais mais relevantes, pois é responsável por produzir as forças necessárias para suspender um avião no ar (MARAN, 2021).

As longarinas são os principais componentes responsáveis por suportar as cargas atuantes na asa. O projeto de dimensionamento da longarina envolve uma grande quantidade de informações, como a análise de cargas atuantes, a configuração do componente, materiais utilizados e condições operacionais da aeronave, o que torna seu dimensionamento difícil de realizar com acuracidade sem o uso de programas computacionais ou experimentos

A equipe Trem Ki Voa Micro da Universidade Federal de São João del Rei, atualmente, não possui um cálculo preliminar de dimensionamento estrutural das longarinas da aeronave, ocasionando baixa confiabilidade, alto custo e grande demanda de tempo para desenvolver o protótipo.

O presente trabalho tem como finalidade desenvolver uma rotina no Software Matlab, que suportará o dimensionamento das longarinas em material compósito utilizadas em asas de

aeronaves rádio controladas da equipe Trem Ki Voa Micro, avaliando o Fator de Segurança final obtido e comparando seu desempenho em longarinas com diferentes dimensões. Além de prover dados mais precisos a serem utilizados no projeto estrutural da equipe, de uma maneira rápida e segura, garantindo maior confiabilidade do projeto, e por conseguinte, elevando a chance da equipe de conquistar bons resultados na competição.

2. OBJETIVO

Este projeto tem como objetivo geral, desenvolver uma rotina utilizando o software Matlab para dimensionar longarinas em material compósito utilizadas em asas de aeronaves rádio controladas, da equipe Trem Ki Voa Micro, da Universidade Federal de São João del Rei, a partir do critério de falha de Tsai-Wu, baseado na teoria clássica da laminação. Visa-se melhorar a eficiência estrutural dos componentes em análises, reduzir o custo de construção e otimizar o tempo de projeto. Também visa o exercício de atividades multidisciplinares no âmbito da Engenharia Mecânica.

2.1. Objetivos Específicos

O presente estudo tem como finalidade desenvolver uma rotina realizada no Software Matlab, que ajudará na execução do dimensionamento das longarinas em material compósito a partir de uma comparação entre os fatores de segurança encontrados no final do processamento do código.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

Visando uma estrutura leve e resistente, os membros estruturais de uma asa devem ser minuciosamente projetados. A longarina suporta todos os esforços da asa, sendo o mais importante membro estrutural desse componente. A partir disso, o desenvolvimento do código tem como objetivo calcular o fator de segurança final da longarina escolhida na competição do nacional no ano de 2023 e avaliar se a equipe poderia otimizar seu desempenho a partir do Fator de Segurança final obtido pelo código do matlab. Isso envolve encontrar um equilíbrio entre a resistência estrutural e o peso da longarina, visando reduzir o peso total da aeronave. Menos peso nas longarinas resulta em melhor eficiência energética, maior capacidade de carga útil, menor custo e maior alcance da aeronave, propiciando maior chance de êxito e pontuação na competição.

Para obter o fator de segurança final da longarina dimensionada, utilizou-se o método de Schrenk e o critério de falha de Tsai Wu, aplicados em uma rotina escrita no matlab.

3.1. Materiais

Foram analisadas três longarinas comercialmente fabricadas em compósito Carbono-Epoxi bidirecional, com diferentes orientações das lâminas. Cada uma dos laminados utilizados possui 2 lâminas com espessura de 0,5mm cada, totalizando 1 mm de espessura total do laminado. As três longarinas possuem o mesmo diâmetro externo de 10 mm e comprimento de 1,89 m. O laminado utilizado na primeira longarina possui orientação $[0^\circ, 90^\circ]$, a segunda apresenta orientação $[45^\circ, -45^\circ]$ e a terceira possui orientação $[30^\circ, -30^\circ]$, como apresentado na Tabela 1.

TABELA 1. Configuração das longarinas analisadas

Longarina	Nº de lâminas	Espessura das lâminas(mm)	Orientação das lâminas
1	2	0,5	$[0^\circ, 90^\circ]$
2	2	0,5	$[45^\circ, -45^\circ]$
3	2	0,5	$[30^\circ, -30^\circ]$

A tabela 2 mostra as propriedades mecânicas dos compósitos utilizados, onde são definidos os módulos de elasticidade na direção das fibra (E_1) e transversalmente às fibras (E_2), módulo de rigidez (G_{12}), coeficiente de Poisson no plano das fibras (ν_{12}), resistências à tração na direção das fibras (X_T) e transversalmente às fibras (Y_T), resistências à compressão na direção das fibras (X_C) e transversalmente às fibras (Y_C) e a resistência ao cisalhamento no plano das fibra(S_{12}).

TABELA 2. Propriedades mecânicas das lâminas utilizadas

Carbono-Epoxi Bidirecional (Woven Prepreg)								
E_1 (Gpa)	E_2 (Gpa)	G_{12} (Gpa)	ν_{12}	X_T (Mpa)	Y_T (Mpa)	X_C (Mpa)	Y_C (Mpa)	S_{12} (Mpa)
91.82	91.82	19.5	0.05	829	-439	829	-439	120

3.2. Cálculo dos Esforços Atuantes pelo Método de Aproximação de Schrenk

O cálculo das cargas atuantes na asa devido a força de sustentação foi feito em rotina computacional no *software Matlab* (versão R2018a), a partir da aplicação do Método de

Aproximação de Schrenk. Foram calculados o momento fletor, momento torçor e o esforço cortante ao longo de toda a semi-envergadura. O Método de Aproximação de Schrenk se baseia na média aritmética entre a distribuição de sustentação hipotética de uma asa com formato geométrico não elíptico – retangular ou trapezoidal, por exemplo – e de uma asa elíptica de mesma envergadura e área (RAYMER, 2018, p. 502).

A distribuição de sustentação de uma asa elíptica tem formato elíptico e pode ser determinada pela linha sustentadora de Prandtl e pela aplicação do teorema de Kutta-Joukowski. Segundo essa teoria, é possível determinar as cargas ao longo da envergadura devido a sustentação a partir da distribuição de circulação na asa:

$$\Gamma(y) = \Gamma_0 \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{b}\right)^2},$$

onde, $\Gamma(y)$ representa a circulação em uma posição y da envergadura, Γ_0 é a circulação no ponto médio da asa e b é a envergadura. A circulação é dada pela diferença entre a velocidade do fluxo livre de ar e a velocidade local de ar em torno de um aerofólio e é a base para o cálculo das forças de sustentação em um perfil aerodinâmico (RAYMER, p. 57).

Para o cálculo da circulação no ponto médio da asa deve-se levar em conta a condição mais crítica de voo, portanto, a velocidade e a força de sustentação nessa condição. Esses parâmetros (velocidade e força de sustentação) são analisados a partir do diagrama velocidade x fator de carga (v - n).

Determinada a circulação ao longo da asa, pode-se calcular a força de sustentação em uma posição y ao longo da envergadura de uma asa de formato elíptico, a partir da aplicação do teorema de Kutta-Joukowski,

$$L(y)_E = \rho v \Gamma(y),$$

onde $L(y)$ representa a força sustentação na posição y da envergadura, ρ é a densidade do ar e v a velocidade relativa do ar.

Já a distribuição de sustentação em uma asa não elíptica pode ser aproximada a partir da área, relação de afilamento e força resultante de sustentação e comprimento da envergadura, como por exemplo a sustentação hipotética ao longo de uma asa trapezoidal é dada por

$$L(y)_T = \frac{2L}{(1+\lambda)b} \left\{ 1 + \left[\frac{2y}{b} (\lambda - 1) \right] \right\},$$

sendo $L(y)$ a força de sustentação em uma posição y da envergadura, L a força de sustentação resultante na asa, obtido pelo diagrama v - n , λ a relação de afilamento e b o comprimento da envergadura.

Contudo, segundo Rodrigues (2011, p. 86), essa equação não representa fielmente a realidade, já que a distribuição de sustentação na asa se aproxima de uma elipse. Sendo assim, o Método de Aproximação de Schrenk determina um valor intermediário entre a distribuição de uma asa elíptica de mesma envergadura e área e a sustentação hipotética de uma asa trapezoidal, por meio da média aritmética entre os dois valores:

$$L(y)_{TS} = \frac{L(y)_T + L(y)_E}{2}.$$

A partir da sustentação ao longo da envergadura, é possível calcular os esforços cortantes, assim como a distribuição de momentos fletor e torção ao longo da asa.

Baseado em fundamentos de resistência dos materiais, a longarina pode ser analisada como uma viga e os esforços por toda a extensão desta podem ser determinados (MIRA, 2013, p. 6). Para isso, serão construídos diagramas de esforços cortantes e momentos fletor e torção, a partir da utilização de funções de cisalhamento interno e momento fletor ao longo da longarina (HIBBELER, 2010, p. 181).

3.3. Cálculo das Tensões na seção crítica

Para determinar as tensões na seção crítica, considerou-se um estado plano de tensões em 4 posições da seção: Ponto superior, onde há tração por flexão e cisalhamento por torção; ponto inferior, onde há compressão por flexão e cisalhamento por torção; ponto direito e esquerdo, onde existem cisalhamento por torção e devido ao esforço cortante.

A partir das forças e momentos encontrados, foi possível determinar as tensões normais e cisalhantes na seção crítica. Para isso, considerou-se um elemento de paredes finas, já que a espessura é significativamente menor que as outras dimensões do tubo.

Considerando esta abordagem, o momento de inércia e momento polar de inércia da seção transversal da longarina são dados por

$$I = \pm \frac{\pi D^3 t}{8},$$
$$J = \pm \frac{\pi D^3 t}{4},$$

onde, I é o momento de inércia da área transversal do tubo, J é o momento polar de inércia da área transversal do tubo, D é o diâmetro externo do tubo e t é a espessura da parede do tubo.

As tensões são dadas então por

$$\sigma_x = \pm \frac{MD}{2I},$$
$$\tau_T = \frac{TD}{2J},$$
$$\tau_{max} = \frac{2V}{A},$$

onde, M é o momento fletor atuante na seção, T é o momento torçor atuante na seção, V é a força de cisalhamento atuante na seção, A é a área transversal do tubo, σ_x é a tensão normal devido a flexão na direção longitudinal da longarina, τ_T é a tensão cisalhante causada por torção e τ_{max} é a máxima tensão cisalhante causada pelo esforço cortante.

3.4. Aplicação do Critério de Falha de Tsai-Wu

Com as tensões calculadas, aplica-se o critério de falha de Tsai-Wu para determinar o fator de segurança. Este critério leva em consideração a energia de esforço total, tanto as energias de distorção quanto as de dilatação, para prever falhas. Para aplicação deste critério, e considerando que a longarina possui paredes finas, é necessário encontrar as forças resultantes ao longo da espessura do tubo. As resultantes são dadas pelas tensões multiplicadas pela espessura:

$$N_x = \sigma_x t,$$
$$N_{xy} = \tau t,$$

onde, N_x é a força normal resultante na direção longitudinal da longarina, N_{xy} é força de cisalhamento resultante e t é a espessura do tubo.

A partir das forças resultantes, é possível calcular as deformações globais (deformações nas coordenadas em relação à longitudinal) do laminado, e as deformações e tensões locais (em relação às fibras da lâmina) para cada lâmina, em cada uma das 4 posições analisadas (posições superior, inferior, esquerdo e direito do tubo). As tensões de cada lâmina, em coordenadas locais são calculadas por

$$\begin{aligned} [\varepsilon_{\text{laminado}}] &= [N] * [A]^{-1}, \\ \varepsilon_{\text{local lâmina}} &= [T_2] * [\varepsilon_{\text{laminado}}], \\ [\sigma_{\text{local}}] &= [Q] * \varepsilon_{\text{local lâmina}}, \end{aligned}$$

onde, $\varepsilon_{\text{laminado}}$ é a deformação em coordenadas globais do laminado, $\varepsilon_{\text{local lâmina}}$ é a deformação em coordenadas locais da lâmina, $[N]$ é a matriz de forças resultantes, $[A]$ é a matriz de rigidez no plano do laminado, $[T_2]$ é a matriz de transformação de deformações no plano de coordenadas globais para coordenadas locais, $[Q]$ é a matriz de rigidez de cada lâmina, em coordenadas locais e $[\sigma_{\text{local}}]$ é a matriz de tensões no plano em coordenadas locais para a lâmina.

Com as tensões no plano para cada lâmina, em coordenadas locais, o critério de falha de Tsai-Wu considera a falha de uma lâmina quando

$$(F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2)FS + (F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\tau_{12}^2 - F_{11}\sigma_1\sigma_2)FS^2 \geq 1,$$

sendo, σ_1 a tensão normal na direção das fibras da lâmina, σ_2 a tensão normal na direção transversal às fibras da lâmina, τ_{12} a tensão cisalhante no plano das fibras, as constantes F_1 , F_{11} , F_2 , F_{22} e F_{66} são determinados pelas tensões de resistências do material compósito e FS é o fator de segurança da lâmina.

De acordo com Souza (2002, p.1857), devido a complexidade de analisar a falha total de um laminado, foi considerado que este falha quando a primeira lâmina falhar (*First Ply Failure – FPF*).

4. RESULTADOS E CONCLUSÕES.

4.1. Cálculo da sustentação e dos esforços solicitantes

A distribuição de sustentação foi calculada para uma aeronave com 2,55 kg voando à velocidade de mergulho de 30,56 m/s com envergadura de 1,188 m. O gráfico da distribuição de sustentação ao longo da semi- envergadura, encontra-se na Figura 1. A integração sucessiva da

força de sustentação ao longo da semi-envergadura fornece o cisalhamento e o momento fletor internos da longarina. A força cisalhante e os momentos torsor e fletor foram computados e estão apresentados nas Figuras 2 a 4. As curvas indicam maiores esforços de cisalhamento, momentos fletor e torção na raiz da asa. Por esse motivo, será considerado como ponto crítico a raiz da asa para análise das tensões. Percebe-se que a torção máxima apresenta valor em módulo extremamente baixo e o momento fletor e esforço cortante são significativamente maiores na raiz,. Nesse ponto, foram encontrados os seguintes esforços: cisalhamento: 31,29 N; momento fletor: 8,593 Nm; e momento torção: $-5,382 \times 10^{-5}$ Nm.

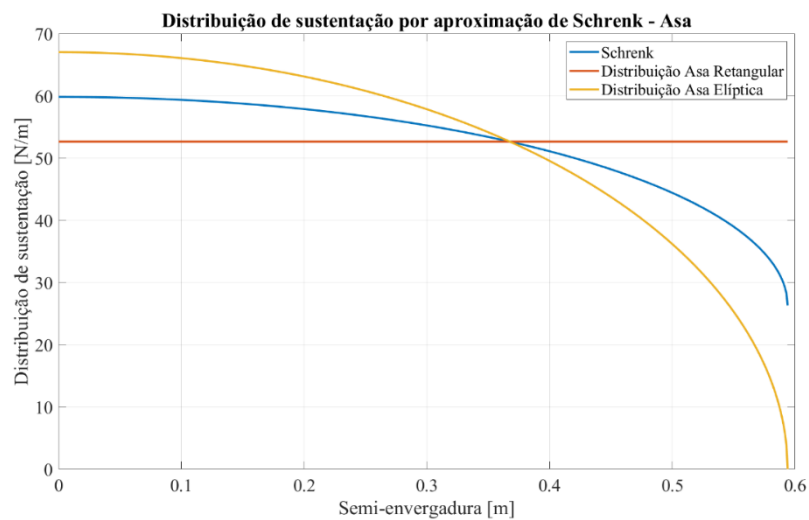


FIGURA 1. Distribuição de sustentação ao longo da semi-envergadura da asa, para uma asa elíptica, retangular e pela aproximação de Schrenk.

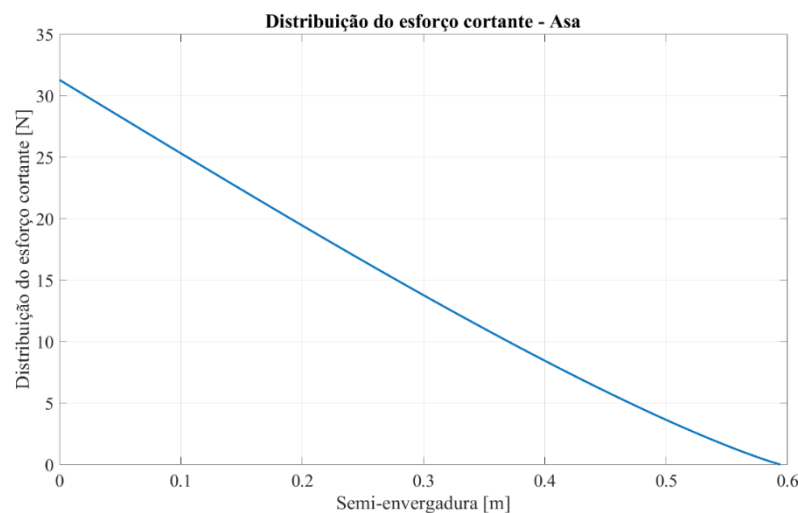


FIGURA 2. Distribuição do esforço cortante ao longo da semi-envergadura da asa.

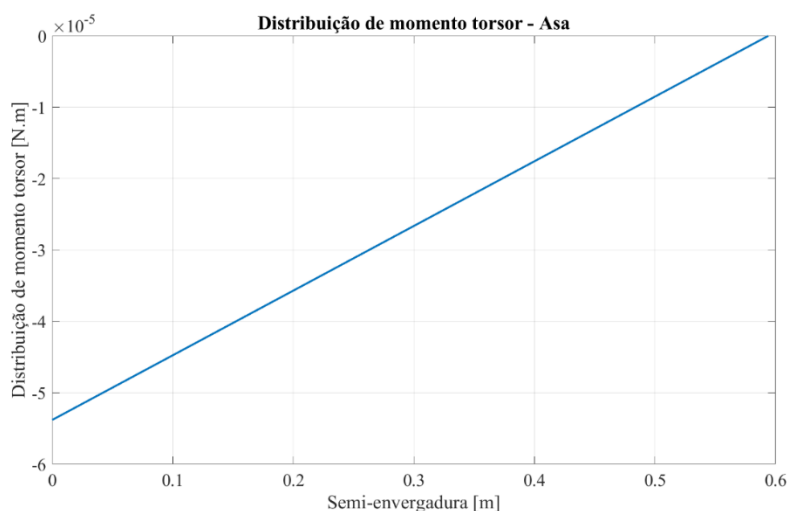


FIGURA 3. Distribuição de momento torsor ao longo da semi-envergadura da asa.

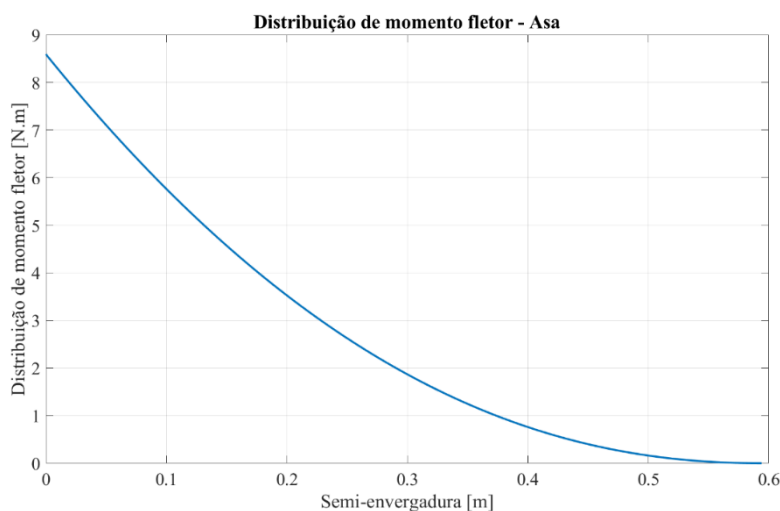


FIGURA 4. Distribuição de momento fletor ao longo da semi-envergadura da asa.

4.2. Conclusão

Após a alimentação de dados na rotina com os valores adquiridos com o fabricante, processou-se primeiro o código com as dimensões da longarina utilizada na competição SAE Brasil AeroDesign de 2023 com um diâmetro de 10x8 mm. Após a obtenção do fator de segurança para o primeiro caso, processou-se o código para uma nova longarina proposta com diâmetros de 8x6 mm. Ambos os cálculos foram feitos utilizando os arranjos apresentados na Tabela 1. O resultado está indicado na tabela 3.

A equipe usa como requisito um $FS \geq 2,0$. Logo, pode-se concluir que uma longarina com arranjo $[0^\circ, 90^\circ]$ de 8x6 mm seria uma opção adequada para o projeto, pois além de apresentar um FS que atende ao critério estrutural da equipe, também apresenta um diâmetro menor, o que leva

a uma redução de massa e consequentemente, pode acarretar um melhor desempenho estrutural do avião.

TABELA 3. Resultados para cada longarina

Diâmetros Externo x Interno (mm x mm)	Fator de Segurança		
	[30°, -30°]	[45°, -45°]	[0°, 90°]
10 x 8	2.4650	1.8972	4.0126
8 x 6	1.5776	1.2142	2.5681

5. AGRADECIMENTOS

Agradeço à PIBIC/UFSJ por proporcionar a bolsa de iniciação científica, sem a qual este trabalho não seria possível.

Agradeço à easycomposites por fornecer os dados utilizados no estudo.

6. DIREITOS AUTORAIS.

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo das informações contidas neste artigo.

7. REFERÊNCIAS

MIRA, D. G. M. Análise estrutural da longarina de asa em material compósito em uma aeronave não tripulada. 2013. Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS.

RAYMER, D. P. Aircraft design: a conceptual approach. 6. ed. California: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 2018.

RODRIGUES, L. E. M. J. Fundamentos da Engenharia Aeronáutica: Aplicações ao Projeto SAE-AeroDesign. 1 ed. São Paulo: Edição do Autor, v. 1, 2011.

SCHRENK, O. A simple approximation method for obtaining the spanwise lift distribution. The Aeronautical Journal, v. 45, n. 370, p. 331–336, 1941.

SOUZA, G. P. D. Metodologia para aplicação de critérios de falhas em materiais compósitos laminados utilizando o método dos elementos finitos. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA E CIÊNCIA DOS MATERIAIS, XV., 2002, Natal.

HIBBELER, R. C. Resistência dos materiais. 7. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, v. 1, 2010.

Santos, A. C. R. dos; Ferreira e Ferreira, E. H.; Alcântara, A. S. de; Vaz, J. R. P.; Fujiyama, R. T. Dimensionamento de uma longarina de seção retangular aplicada a asas de aeronaves voltadas para a competição SAE Brasil aerodesign. Archives of Health, v. 4, n. 2, p. 507-519, 2023.

Márquez, V. R. A.; Martínez, M. A.; Martínez, M. J. Control surface design for radio-controlled aircraft. Case: SAE Aero Design Micro-class prototype. Revista Facultad de Ingeniería, n. 104, p. 71-82, 2022.

Gasparetto, V. E. L.; Machado, M. R.; Carneiro, S. H. S. Experimental modal analysis of an aircraft wing prototype for SAE Aerodesign Competition. Dyna, v. 87, n. 214, p. 100-110, 2020.

MARAN, Ana Luiza de Souza. **Procedimento Multidisciplinar de Análise de Tensões em Componentes Estruturais de Asas de RPAS**. Monografia de Conclusão de Curso. Universidade Federal de Santa Maria, RS. 2021.

CORREIA, Mateus F. **Análise Estática e Dinâmica de uma Asa de Competição SAE Aerodesign**. Monografia de Conclusão de Curso. Universidade de Brasília (UnB), Brasília, DF. 2019.

DIMENSIONING OF TUBULAR BEAM IN COMPOSITE MATERIAL OF RADIO CONTROLLED AIRCRAFT FROM THE FAILURE CRITERIA OF TSAI-WU

Rodrigo Ceconelli P. Neves ⁽¹⁾ (rodrigoceconelli@hotmail.com)

Viviane Arice Nagata ⁽¹⁾ (aricenagata@gmail.com)

Maurício de Moura Nilton ⁽¹⁾ (mauricio.nilton@ufs.br)

⁽¹⁾ Federal University of São João del-Rei (UFSJ) - DEMEC - Praça Frei Orlando, 170, Downtown, São João del-Rei, Minas Gerais

ABSTRACT: *This paper aims to develop a Matlab routine for sizing a wing spar of a radio-controlled aircraft, made of Carbon-Epoxy composite material, by the Trem ki Voa micro team from the Universidade Federal de São João del Rei. For the structural design of an aircraft, various factors are considered, such as flight conditions, loads, safety, and materials used, which make its sizing complex and time-consuming. In order to optimize the aircraft's project time and cost, as well as ensure low weight and high strength, a Matlab routine was developed for the application of the Schrenk Approximation Method and the Tsai-Wu failure criterion, and based on them, calculate the safety factor of spars with different laminate configurations. After comparing six different spars, the opportunity to improve the prototype's performance by reducing mass was identified. The data were input into the routine to evaluate spars of 10x8 mm and 8x6 mm with different meshes, meeting a Safety Factor ≥ 2.0 , indicating the 8x6 mm option for structural optimization*

KEYWORDS: *spar, Tsai-Wu failure criterion, composite material, SAE AeroDesign, Schrenk Approximation Method*