



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL-REI
PRÓ-REITORIA DE ENSINO DE GRADUAÇÃO
BACHARELADO EM ENGENHARIA FLORESTAL
CAMPUS SETE LAGOAS**

VITOR HENRIQUE BRUSCHI OLIVEIRA

**MODELOS DE REGRESSÃO LINEARES E NÃO LINEARES NO
SOFTWARE R: UMA ABORDAGEM APLICADA**

Sete Lagoas, MG

2025

VITOR HENRIQUE BRUSCHI OLIVEIRA

Modelos de Regressão Lineares e Não Lineares no Software R: Uma Abordagem Aplicada

Trabalho de Conclusão apresentado ao Curso de Engenharia Florestal da Universidade Federal de São João del-Rei, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Florestal.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Eduardo Marcatti

Sete Lagoas, MG

2025

VITOR HENRIQUE BRUSCHI OLIVEIRA

Modelos de Regressão Lineares e Não Lineares no Software R: Uma Abordagem Aplicada

Trabalho de Conclusão apresentado ao Curso de Engenharia Florestal da Universidade Federal de São João del-Rei, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Florestal.

Sete Lagoas, 12 de fevereiro de 2025.

Banca avaliadora:

Dr. Gustavo Eduardo Marcatti, Orientador — UFSJ

Dr. Renato Vinícius Oliveira Castro — UFSJ

Mestrando Arthur de Melo Barbosa Bittencourt — UFSJ

“Não tenhamos pressa, mas não percam tempo “.

José Saramago

Dedico a todos que contribuíram na minha jornada acadêmica e em especial ao Professor Gustavo Marcatti pela disponibilidade em me orientar nessa etapa final.

Muito obrigado!

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço aos meus pais, Ailton e Neusa por todo carinho, paciência e tempo dedicados a mim, ofereço a eles essa conquista de me tornar Engenheiro Florestal em uma instituição de ensino federal que tem nota máxima de excelência.

Minha noiva Marina, o que falar dela? Meus pais me deram a oportunidade, mas o que me motivou a seguir esse caminho foi a ideia de um futuro com ela, onde sempre desejei estar o mais preparado possível.

Também gostaria de agradecer a todos amigos que fizeram parte dessa jornada, a tornando mais agradável e divertida.

Por fim gostaria de agradecer a todos professores que me orientaram nessa caminhada, passando muito mais que conhecimento específico do curso, ajudando a crescer como pessoa e profissional.

SUMÁRIO

Sumário	9
1 RESUMO	9
2 ABSTRACT	9
3 INTRODUÇÃO	11
4 MATERIAL E MÉTODOS	12
4.1 Dados utilizados	12
4.2 Modelos utilizados	12
4.3 Pacote utilizados	13
4.4 Criação script	14
4.5 Criação pacote	16
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO	16
6 CONCLUSÃO	20
7 REFERÊNCIAS	20
8 APÊNDICES E ANEXOS	22

TABELA DE FIGURAS

Figura 1	17
Figura 2	18
Figura 3	19

1 RESUMO

O presente trabalho criou um script e pacote para aplicação de modelos de regressão linear e não linear utilizando o software R. Foram usados dados simulados representando três tipos de curvas: quadrática, sigmoide e exponencial, os modelos foram avaliados com base no coeficiente de determinação (R^2) e no erro residual(S), a fim de identificar aqueles que melhor representavam cada comportamento de curva. O script e pacote atenderam ao objetivo proposto, onde o script tem como vantagem a fácil modificação e o pacote ganha no quesito de praticidade e facilidade de uso.

Palavras-chave: Modelos de regressão, softwareR, regressão linear, regressão não linear, análise de dados, coeficiente de determinação, erro residual.

2 ABSTRACT

This study developed a script and package for applying linear and nonlinear regression models using the R software. Simulated data representing three types of curves: quadratic, sigmoidal, and exponential, were used. The models were evaluated based on the coefficient of determination (R^2) and the residual error (S) to identify those that best represented each curve behavior. The script and package fulfilled the proposed objective, where the script offers the advantage of easy modification, while the package stands out for its practicality and ease of use.

Keywords: Regression models, softwareR, linear regression, nonlinear regression, model fitting, data analysis, coefficient of determination, residual error.

3 INTRODUÇÃO

Na estatística, a regressão é uma ferramenta importante para a modelagem e análise de dados, possibilitando o entendimento da correlação entre variáveis (DRAPER, 1998). Os modelos de regressão podem ser divididos entre lineares e não lineares, em que cada um é mais adequado de acordo com a natureza das variáveis e seu comportamento. O modelo não linear se destaca no âmbito de conseguir descrever a relação não linear de variáveis por meio de funções mais complexas (CAMARGO et al., 2002; PEREIRA et al., 2005).

Modelos de regressão lineares são amplamente utilizados devido a sua facilidade no ajuste e interpretação direta. Segundo SCHABENBERGER & PIER (2002), os modelos de regressão não lineares apresentam uma grande vantagem, a possibilidade de interpretação para a maior parte de seus parâmetros. Os autores SEBER & WILD (1989) propuseram a decomposição da não linearidade em duas componentes, a não linearidade intrínseca (IN) e a não linearidade devido ao efeito de parâmetros (EP), de acordo com eles, quanto menores forem os valores dessas componentes, mais próximo o modelo estará de um modelo linear, no qual esses valores são zero.

O software R utiliza linguagem de programação de código aberto, que pode ser utilizado para análise estatística, oferecendo uma gama de pacotes voltados para a implementação de modelos de regressão linear e não linear. Esses modelos têm sido utilizados em diversas áreas, como economia, biologia, ciências ambientais, e ciências sociais. No âmbito da engenharia florestal os modelos de regressão são amplamente empregados para modelagem estatística, auxiliando na tomada de decisão em plantios comerciais de eucalipto.

Um software para a análise de modelos de regressão lineares e não lineares é o CurveExpert, que é eficiente na aplicação de diferentes modelos. Contudo, esse programa é limitado aos modelos implementados e tem baixa personalização, seu principal entrave é a licença, que dificulta o uso no setor empresarial. Em contrapartida, o software R possui abordagem mais ampla, permitindo ao usuário ajustar e comparar modelos através de scripts passíveis de alterações para que possa atender futuras necessidades (RIBEIRO, 2022) e não tem problema com licença.

Mesmo com suas vantagens, a introdução de modelos de regressão no R apresenta algumas dificuldades, principalmente para os modelos não lineares. Um dos gargalos é a necessidade de fazer inferência sobre uma função dos parâmetros (BENDER, 1996), a escolha dos parâmetros iniciais, os quais determinam o sucesso ou não do ajuste, sendo necessário que sejam adequados para a base de dados utilizada. Além disso, a interface é menos amigável

comparado ao CurveExpert, podendo afastar usuários iniciantes, pôr fim a interpretação dos resultados requer um conhecimento sólido de estatística e modelagem.

A vantagem ao se utilizar o R para a análise de modelos lineares e não lineares de regressão, está na sua flexibilidade que permite customização. Diferente de softwares com interface mais restrita, o R permite aos usuários a personalização completa do processo de modelagem, desde a seleção de vários modelos até a visualização dos resultados, outra vantagem do R são os gráficos, devido à capacidade produzir imagens com qualidade, incluindo símbolos matemáticos e gráficos dinâmicos e interativos estão disponíveis através de pacotes adicionais (RITTER,2019), facilitando a visualização dos resultados.

Este trabalho tem como objetivo a criação de um script e pacote no software R, com a utilização de modelos de regressão lineares e não lineares.

4 MATERIAIS E MÉTODOS

4.1 Dados utilizados

Três grupos de dados foram simulados, com comportamentos quadráticos, sigmóides e exponenciais, assemelhando-se a dados observados em diferentes áreas de estudo, como a trajetória de um projétil, crescimento populacional e juros compostos, por exemplo, sendo organizados em planilhas do Excel (.xlsx), com colunas representando a variável independente (x) e a variável dependente (y).

4.2 Modelos utilizados

Os modelos selecionados foram os mesmos presentes no software CurveExpert, sendo adicionados dois modelos de lactação e um modelo para análise de crescimento e desenvolvimento de animais.

Referência	Equação
Exponential	$a * e^{\{b * x\}}$
Modified Exponential	$y = a * e^{b * x} + c$
Logarithmic	$y = a + b * \ln(x)$
Reciprocal Logarithm	$y = a / (\ln(x))$
Vapor Pressure	$y = a + b * x + c * x^2 + d * x^3$
Power Fit	$y = a * x^b$
Modified Power	$y = a * b^x$

Shifted Power	$y = a * (x - b)^c$
Geometric	$y = a * x^{b * x}$
Modified Geometric	$y = a * x^{\frac{b}{x}}$
Hoerl	$y = a * b^x * x^c$
Modified Hoerl	$y = a * b^{\frac{1}{x}} * x^c$
Gompertz	$y = a * \exp(-b * \exp(-c * x))$
Logistic	$y = a / (1 + \exp(-b * (x - c)))$
MMF	$y = \frac{(a * b + c * x^d)}{(b + x^d)}$
Weibull	$y = a - b * \exp(-c * x^d)$
Exponential Associative 2	$y = a * (1 - \exp(-b * x))$
Exponential Associative 3	$y = a * (1 - \exp(-b * x^c))$
Sinusoidal	$y = a * \sin(b * x + c) + d$
Gaussian	$y = a * \exp\left(-\left(\frac{(x - b)^2}{(2 * c^2)}\right)\right)$
Hyperbolic	$y = a + b/x$
Heat Capacity	$y = a * x^b + c * x^d$
Rational	$y = \frac{(a + b * x)}{(1 + c * x + d * x^2)}$
Richards	$y = \frac{a}{(1 + b * \exp(-c * x))^{\frac{1}{d}}}$
Asymptotic	$y = a + b / x$
Harris	$y = \frac{a * b^x}{(1 + c * d^x)}$
Brody	$y = a * (1 - b * \exp(- * x))$
Wilink	$y = a * \exp(-b * x)$
Linear	$y = a + b * x$
Polynomial	$y = a + b_1 * x + b_2 * x^2 + \dots + b_n * x^n$

4.3 Pacotes utilizados

Os pacotes redxl e openxlsx foram utilizados para importação e exportação de arquivos excel, para a confecção de gráficos e alteração do layout na página foi utilizado o ggplot2 e gridExtra. O pacote minpack.lm permitiu o ajustes dos modelos não lineares, para a confecção e estruturação do pacote foi utilizado o devtools que habilita ferramentas avançadas e o usethis.

4.4 Criação script

Foi utilizada a função `if` para verificar a presença dos pacotes necessários, caso algum pacote não esteja instalado, ele é automaticamente baixado e carregado. O script foi criado com a ideia de permitir que o usuário selecione os modelos que deseja utilizar, por meio do input “modelos_selecionados”, possibilitando a personalização da análise.

```
modelos_selecionados <- c( "Logistic", "Gompertz", "MMF", "weibull", "Exponential",
  "Modified Exponential", "Logarithmic", "Reciprocal Logarithm", "Vapor Pressure",
  "Power Fit", "Modified Power", "Shifted Power", "Geometric",
  "Modified Geometric", "Hoerl Model", "Exponential Associative 2",
  "Exponential Associative 3", "Sinusoidal", "Gaussian",
  "Hyperbolic", "Heat Capacity", "Rational", "Richards", "Asymptotic", "Harris", "Brody", "wilink", "Linear", "Polynomial")
```

Com a função `nlsLM` do pacote `minpack.lm`, os modelos são ajustados com parâmetros iniciais obtidos de maneira automatizada com base em estatísticas descritivas dos dados, como média, máximo e mínimo, onde através da função `tryCatch` ocorre várias tentativas até obter parâmetros adequados. Caso o modelo falhe, é possível introduzir os parâmetros de maneira manual. O script calcula o coeficiente de determinação (R^2) e o erro residual (S), duas métricas essenciais para avaliar a qualidade do ajuste.

```
ajustar_modelo_brody <- function(dados) {
  modelo_brody <- function(x, a, b) {
    a * exp(-b * x)
  }

  # parâmetros iniciais
  a_inicial <- max(dados$y, na.rm = TRUE)
  b_inicial <- 0.1

  parametros_iniciais <- list(
    a = a_inicial,
    b = b_inicial
  )

  # Ajuste
  ajuste <- tryCatch({
    nlsLM(
      y ~ modelo_brody(x, a, b),
      data = dados,
      start = parametros_iniciais,
      control = nls.lm.control(maxiter = 100)
    )
  }, error = function(e) {
    cat("Erro no ajuste do modelo:", e$message, "\n")
    return(NULL)
  })
}
```

```
ajustar_modelos_e_calcular_r2 <- function(dados, modelos) {
  resultados <- list()

  for (nome_modelo in names(modelos)) {
    ajuste <- modelos[[nome_modelo]]

    if (!is.null(ajuste)) {
      residuos <- residuals(ajuste)
      erro_residual <- sqrt(sum(residuos^2) / length(residuos))
      r_quadrado <- 1 - sum(residuos^2) / sum((dados$y - mean(dados$y))^2)

      resultados[[nome_modelo]] <- list(
        ajuste = ajuste,
        r_quadrado = r_quadrado,
        erro_residual = erro_residual
      )
    }
  }

  return(resultados)
}
```

Para que fossem elaborados gráficos de dispersão e gráficos de resíduos para cada modelo selecionado, foi utilizado a função ggplot do pacote ggplot2. Esses gráficos dão a noção visual da qualidade do ajuste e os comportamentos das curvas. Através do pacote gridExtra foi definido o layout das páginas, nas quais os gráficos foram alocados em múltiplas colunas e ordenados de acordo com a qualidade do ajuste, priorizando R^2 e utilizando o S como desempate, os gráficos foram exportados na forma de pdf, por meio de um comando que executa apenas os modelos selecionados pelo usuário.

```
# Gráfico do ajuste
p1 <- ggplot(dados, aes(x = x, y = y)) +
  geom_point(color = "black", alpha = 0.6) +
  geom_line(aes(y = previsao), color = "red") +
  labs(title = paste(nome_modelo, "R²:", round(r_quadrado, 3), "S:", round(erro_residual, 3)),
        subtitle = subtítulo,
        x = "x", y = "y") +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(size = 10, face = "bold", color = "black"),
        plot.subtitle = element_text(size = 6.4, face = "italic", color = "black"),
        axis.title = element_text(size = 8),
        axis.text = element_text(size = 6),
        plot.margin = margin(2, 2, 2, 2),
        panel.border = element_rect(color = "black", fill = NA)) +
  theme(aspect.ratio = 0.7)

p2 <- ggplot(dados, aes(x = x, y = residuos)) +
  geom_point(color = "black", alpha = 0.6) +
  geom_hline(yintercept = 0, color = "red") +
  labs(title = paste(nome_modelo),
        subtitle = "Resíduos",
        x = "x", y = "y") +
  theme_minimal() +
  theme(plot.title = element_text(size = 10, face = "bold", color = "black"),
        plot.subtitle = element_text(size = 6.4, face = "italic", color = "black"),
        axis.title = element_text(size = 8),
        axis.text = element_text(size = 6),
        plot.margin = margin(2, 2, 2, 2),
        panel.border = element_rect(color = "black", fill = NA)) +
  theme(aspect.ratio = 0.7)

return(list(p1, p2))
}
```

```

# PDF
pdf(nome_arquivo_pdf, width = 6, height = 10)

for (i in seq(1, length(modelos_ordenados), by = 4)) {
  graficos <- list()
  for (j in 0:3) {
    if ((i + j) <= length(modelos_ordenados)) {
      nome_modelo <- modelos_ordenados[i + j]
      ajuste <- resultados[[nome_modelo]]$ajuste

      plots <- plot_modelo(ajuste, dados, nome_modelo)
      graficos <- c(graficos, plots)
    }
  }
  grid.arrange(grobs = graficos, ncol = 2)
}

dev.off()

```

As métricas de qualidade (R^2 , S) e parâmetros de cada modelo (a,b,c e d) foram exportados através de um comando que se utiliza do pacote openxlsx, sendo salvas em um arquivo do Excel, onde temos as colunas com os nomes dos modelos, R^2 , S e parâmetros .

```

# resultado Excel
wb <- createworkbook()
addworksheet(wb, "Modelos Ajustados")
writeData(wb, sheet = 1, resultado_final)
saveworkbook(wb, file = nome_arquivo_excel, overwrite = TRUE)

```

4.5 CRIAÇÃO DO PACOTE

Para definição do diretório do pacote foi utilizado o comando setwd, a estrutura foi criada com create_package, a importação do script foi feita pelo use_r, a função build finalizou o processo de criação. Foi elaborado um guia de utilização, disponível em anexo.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A sequência de gráficos, estão ordenados de acordo com suas medidas de qualidade priorizando R^2 , o gráfico da esquerda representa a curva do ajuste e o da direita o resíduo, os pontos cinzas são referentes a base de dados e a linha vermelha representa a curva do ajuste.

FIGURA 1: Curva Quadrática, quatro melhores ajustes.

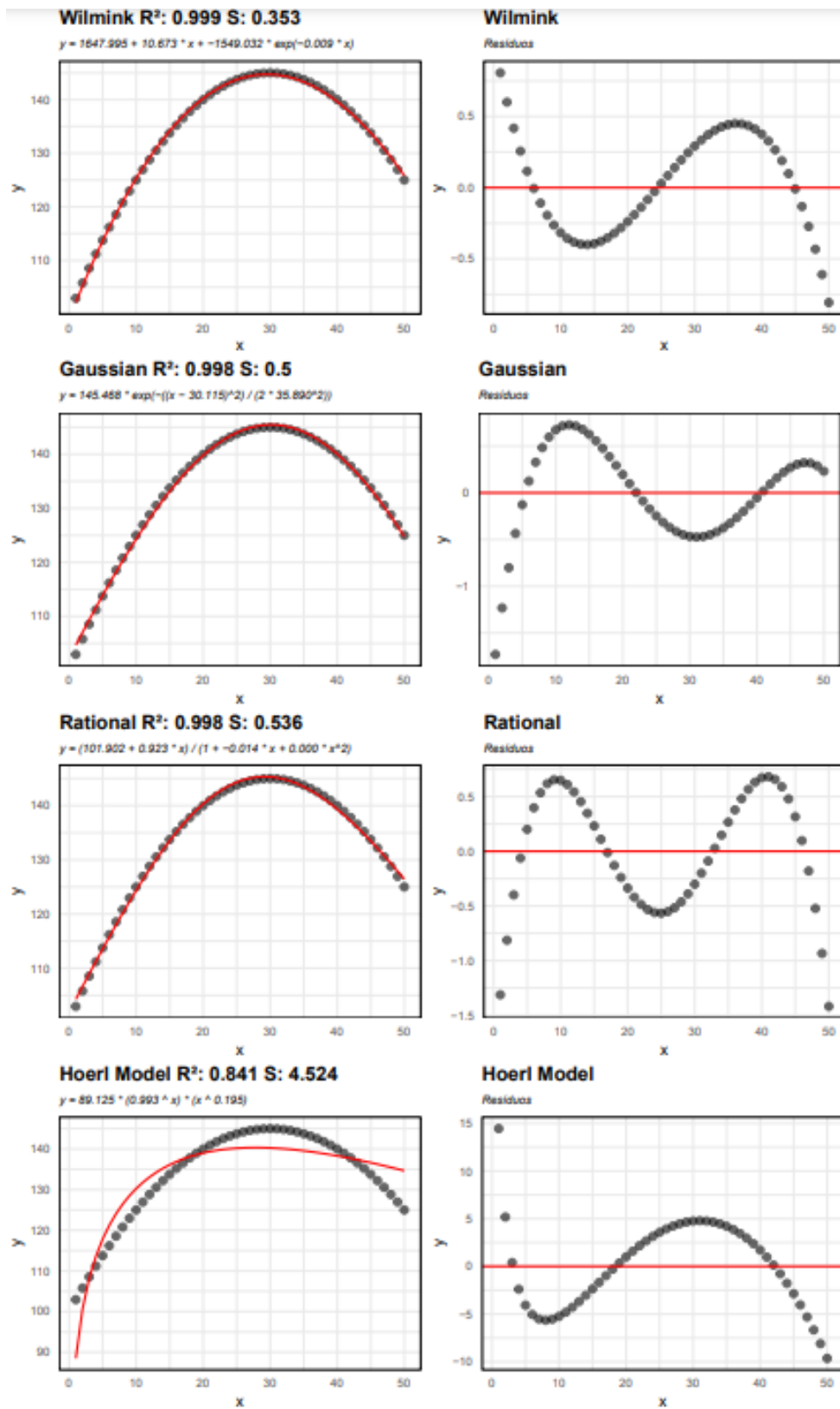


FIGURA 2: Curva sigmoide, quatro melhores ajustes.

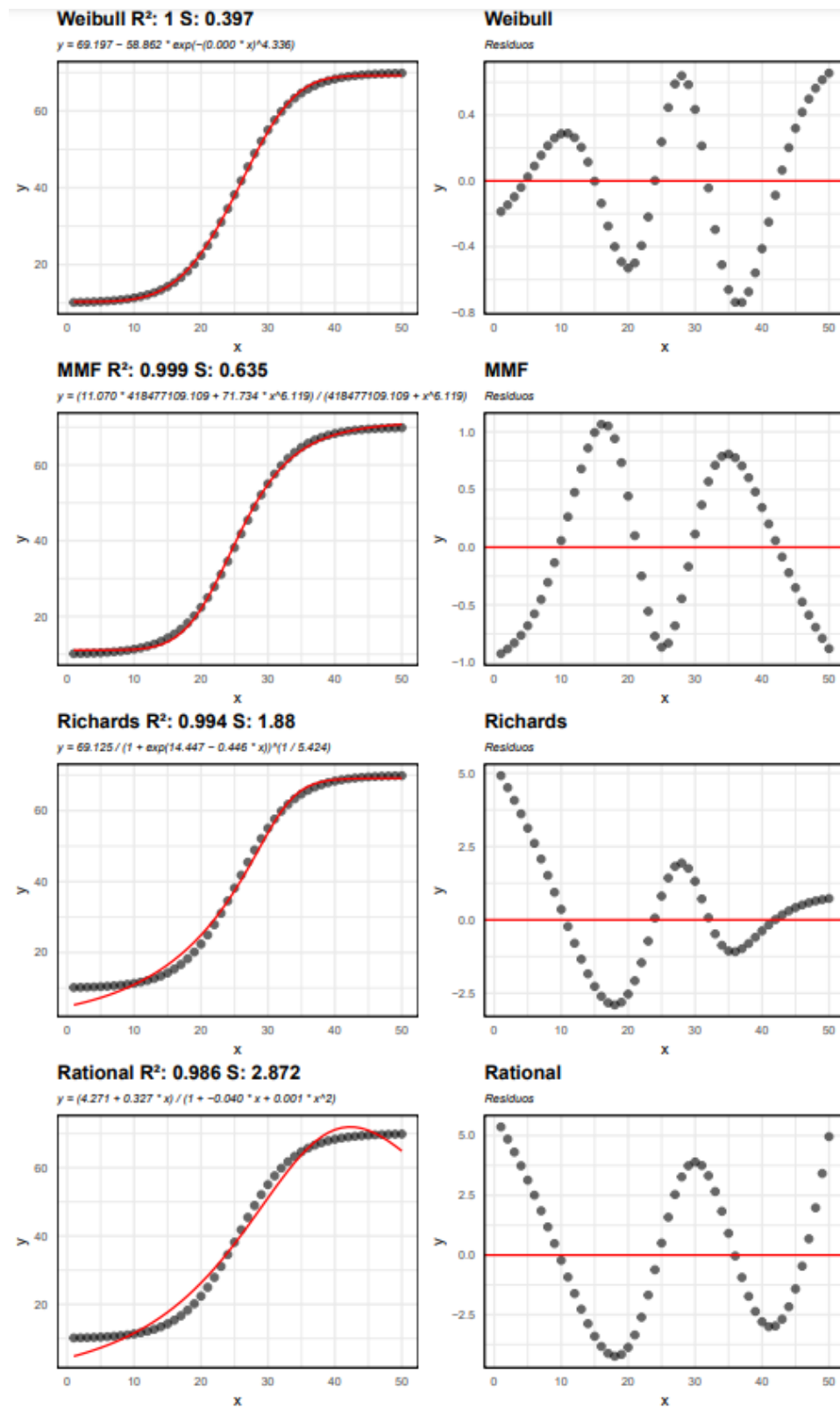
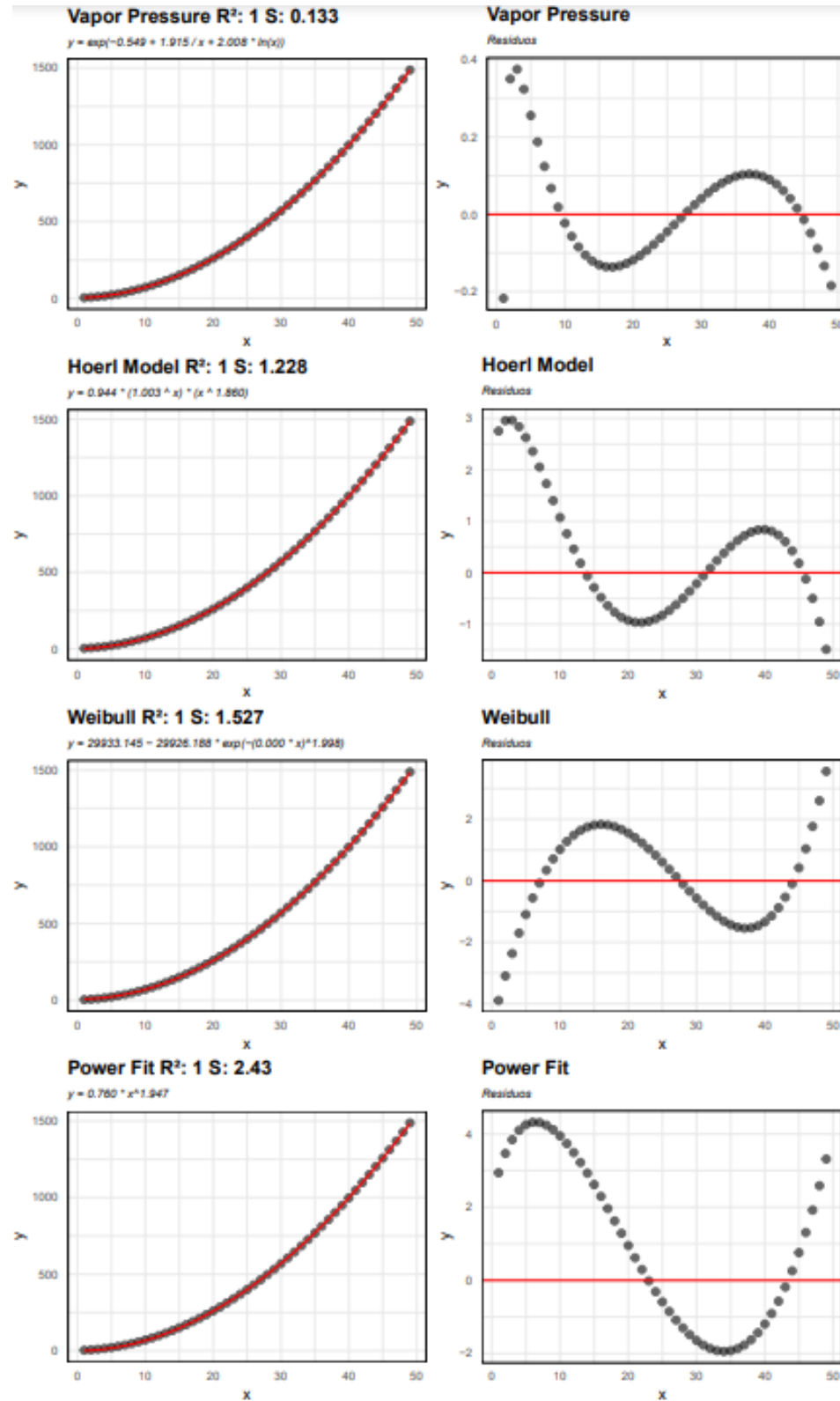


FIGURA 3: Curva exponencial, quatro melhores ajustes



O script desenvolvido no R ajustou com sucesso os modelos de regressão propostos, permitindo comparações detalhadas entre os diferentes modelos. Alguns modelos exigiram alterações manuais nos parâmetros iniciais.

O uso do R também superou limitações de outros softwares, oferecendo maior variedade de modelos, agilidade na comparação dos ajustes e facilidade na importação da base de dados. Sendo uma opção para casos em que a licença do software CurveExpert é um problema.

Foi notado em alguns modelos, os parâmetros (a,b,c e d) são muito altos, isso se deve à falta de limitações impostas ao script, esses modelos não tiveram sucesso em seus ajustes no software CurveExpert.

Em comparação ao script o pacote apresentou uso simplificado, no entanto tem menor flexibilidade, não sendo possível personalização dos gráficos e introdução manual dos parâmetros iniciais.

Métodos automatizados de regressão reduzem drasticamente a possibilidade de erro se comparado a ajustes manuais, minimizando variações subjetivas e eliminam inconsistências decorrentes de erros humanos.

Ajustes com alto R^2 podem não conseguir representar o comportamento correto da curva, como observado nos dados de comportamento sigmoide, onde o modelo racional não consegue expressar perfeitamente o comportamento tendendo ao quadrático, sendo importante o conhecimento sobre a base de dados utilizada.

6 CONCLUSÃO

O script e pacote desenvolvidos atingiram com sucesso o objetivo de ajustar e comparar uma ampla gama de modelos de regressão, demonstrando que o software R é uma ferramenta poderosa para análises estatísticas em diferentes contextos. O script com sua flexibilidade permite a adição de novos modelos de forma simples e o pacote com sua praticidade de uso, são ferramentas valiosas para modelagem estatística e análise de dados.

7 REFERÊNCIAS

CAMARGO, Flávio Anastácio de Oliveira et al. Empirical models to predict soil nitrogen mineralization. *Ciência Rural*, v. 32, p. 393-399, 2002. RAPER, N. R. **Applied regression analysis. McGraw-Hill. Inc**, 1998.

DE SOUZA, Emanuel Fernando Maia; PETERNELLI, Luiz Alexandre; DE MELLO, Márcio Pupin. **Software Livre R: aplicação estatística. 2014.**

RITTER, Matias do Nascimento; THEY, Ng Haig; KONZEN, Enéas. **Introdução ao software estatístico R. 2019.**

MAZUCHELI, Josmar; Jorge ACHCAR, Alberto. **Algumas considerações em regressão não linear. Acta Scientiarum**, Maringá, v.24, n.6, p.1761-1770, 2002.

RIBEIRO, Rodrigo Medeiros et al. **A competitividade internacional da castanha-do-brasil: pacote em software “R” para análise da dinâmica de produto.** Revista Gestão & Tecnologia, 22(4), p. 169-204, 2022.

RITTER, Matias do Nascimento; THEY, Ng Haig; KONZEN, Enéas Ricardo. **Introdução ao software estatístico R. 2019.**

SEBER, George Arthur Frederick.; WILD, Christopher. **Nonlinear regression** New York: J. Wiley, 1989. 752p.

SCHABENBERGER, Oliver.; PIERCE, Francis. **Contemporary statistical models for the plant and soil Sciences.** 1. ed. Boca Raton: CRC, 2002. 738 p.

SHIMIZU, Iara; FERREIRA, Juliana Carvalho. **Perdendo seu medo de utilizar o programa R para análise estatística.** Jornal Brasileiro de Pneumologia, v. 49, 2023.

ZEVIANI, Walmes Marques. **Parametrizações interpretáveis em modelos não lineares.** 2013.

ZEVIANI, Walmes Marques et al. **Modelos não lineares para a liberação de potássio de esterco animal em latossolos. Ciência Rural**, v. 42, p. 1789-1796, 2012.

ZEVIANI, Walmes Marques. **Avaliação de modelos de regressão não linear na cinética de liberação de potássio de resíduos orgânicos** 2009. 85f. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária) - Curso de Pós-graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária, Universidade Federal de Lavras, MG.

APA

8 APÊNDICES E ANEXOS

ANEXO A

#instalar pacote

#verificar versão mais atual e modificar o no link abaixo.

#Observação: durante a instalação do pacote abrirá uma janela para selecionar um arquivo
xlsx, após a instalação fechar e abrir o Rstudio.

```
install.packages("https://github.com/user-attachments/files/17557189/vhregression06.tar.gz",  
repos = NULL, type = "source")
```

#pacotes necessarios

```
library(minpack.lm)
```

```
library(ggplot2)
```

```
library(gridExtra)
```

```
library(openxlsx)
```

```
library(readxl)
```

```
library(regressionvh)
```

local de destino dos arquivos, no exemplo os resultados são salvos na pasta raiz do disco
local c, necessário executar o R studio como administrador.

```
setwd("C:/")
```

#seleciona os modelos que serão analisados

```
modelos_selecionados <- c( "Logistic", "Gompertz", "MMF", "Weibull", "Exponential",  
"Modified Exponential", "Logarithmic", "Reciprocal Logarithm", "Vapor Pressure", "Power  
Fit", "Modified Power", "Shifted Power", "Geometric", "Modified Geometric", "Hoerl  
Model", "Exponential Associative 2", "Exponential Associative 3", "Sinusoidal", "Gaussian",  
"Hyperbolic", "Heat Capacity", "Rational",  
"Richards", "Asymptotic", "Harris", "Brody", "Wilmink", "Linear", " Polynomial ")
```

#executa a analise, os gráficos são ordenados de acordo com as medidas de qualidade,
priorizando R² e usando S para desempate.

```
analise_completa(dados, modelos_selecionados)
```




Universidade Federal
de São João del-Rei

ANEXO B

**TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA PUBLICAÇÃO NO
REPOSITÓRIO INSTITUCIONAL DA UFSJ**

Eu VITOR HENRIQUE BRUSCHI OLIVEIRA, RG MG-16995814

Org. Exp. SSP, CPF:113.189.156.27, e-mail: vitorhenriquemsu@hotmail.com, telefone +(32)999136378, na qualidade de titular dos direitos de autor que recaem sobre minha produção:

(x) trabalho de conclusão de curso () dissertação de mestrado () tese de doutorado

() _____ (outro)

Título: MODELOS DE REGRESSÃO LINEARES E NÃO LINEARES NO SOFTWARE R: UMA ABORDAGEM APLICADA, defendida em: 12/02/2025, no programa de (X) Graduação () Pós-Graduação em ENGENHARIA FLORESTAL, com fundamento nas disposições sobre direitos autorais (Lei nº 9.610 de 19 de fevereiro de 1998), autorizo a Universidade Federal de São João del-Rei a disponibilizar gratuitamente a obra citada, sem ressarcimento de direitos autorais, para fins de leitura e impressão, a título de divulgação da produção científica gerada pela universidade, a partir desta data. Autorizo a liberação:

(X) Total

() Parcial (serão disponibilizados apenas resumo, palavras-chave, e os dados: autor, título, membros da banca examinadora, data de defesa, entre outros).

Obs.:

A) O conteúdo disponibilizado é de minha inteira responsabilidade.

Sete Lagoas, MG, 12 de fevereiro de 2025.



Documento assinado digitalmente
VITOR HENRIQUE BRUSCHI OLIVEIRA
Data: 17/02/2025 07:56:46-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Assinatura do Autor