



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL-REI
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Luana de Carvalho Maciel

**UM ESTUDO SOBRE A PARTICIPAÇÃO DE MATEMÁTICOS NA HISTÓRIA DA
COMPUTAÇÃO**

São João del-Rei

2016

Luana de Carvalho Maciel

**UM ESTUDO SOBRE A PARTICIPAÇÃO DE MATEMÁTICOS NA HISTÓRIA DA
COMPUTAÇÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
à Coordenadoria do Curso de Matemática, da
Universidade Federal de São João del-Rei,
como requisito parcial à obtenção do título de
Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profa. Romélia Mara Alves Souto

Banca Examinadora

Orientador: Prof^a. Romélia Mara Alves Souto

Prof. Eugenio Afonso Pinto Merhi

Prof. Waliston Luiz Lopes Rodrigues Silva

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, à Deus pela saúde e determinação que me tem dado em todos os dias de minha vida.

À minha família, que sempre me apoiou em minhas decisões e me deu forças para continuar.

À minha professora e orientadora, Romélia Mara Alves Souto, pela chance que me foi dada e pela paciência e disponibilidade em me ajudar a pesquisar e a escrever o trabalho.

Às minhas duas amigas de curso, Camila e Sabrina, que sempre dividiam seus conhecimentos comigo, estavam prontas para me ajudar e que tinham uma palavra de estímulo para me falar quando tudo parecia não dar certo.

Aos componentes da banca, Waliston e Eugênio, que contribuíram significativamente na versão final do meu trabalho.

“Uma curiosidade de explicar e compreender o mundo é o estímulo que leva os homens a estudarem o seu passado.”

Arnold Toynbee

RESUMO

O presente trabalho é uma pesquisa bibliográfica sobre a evolução das máquinas de calcular, desde a sua forma mais primitiva até os atuais computadores eletrônicos, na qual é dada ênfase ao estudo biográfico de alguns matemáticos que participaram desse processo, apresentando em seguida uma cronologia das máquinas de calcular. O principal objetivo do estudo aqui relatado é levantar dados biográficos sobre esses matemáticos, destacando o contexto histórico em que viveram e suas conexões com a evolução das tais máquinas de calcular.

Palavras chave: História da Matemática. História da Computação. Máquinas de Calcular.

SUMÁRIO

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	7
2. DESENVOLVIMENTO.....	8
2.1. DESENVOLVIMENTO DAS MÁQUINAS DE CALCULAR.....	8
2.2. JOHN NAPIER.....	14
2.3. BLAISE PASCAL.....	18
2.4. LEIBNIZ.....	21
2.5. BABBAGE.....	25
2.6. BOOLE.....	30
2.7. TURING.....	34
3. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	37
REFERÊNCIAS E BIBLIOGRAFIA CONSULTADA.....	39

1- CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Os computadores estão por toda parte, tendo destaque e importância para nós em nossos afazeres diários. Eles fazem desde as mais simples operações aritméticas até as mais difíceis tarefas do dia a dia. Entretanto, ao longo da história da humanidade essas máquinas não desempenharam esses mesmos papéis. Para que os computadores chegassem ao ponto de eficiência e utilidade que têm hoje em dia, foi necessário percorrer um caminho evolutivo, tanto tecnológico como matemático.

O estudo da História nos possibilita conhecer o contexto e as múltiplas relações implicadas nos acontecimentos passados, nos ajudando a compreender o tempo presente a partir do passado da humanidade. Fonseca Filho (2007, pág. 13), ao se referir a trabalhos de história da computação, afirma que:

“... é necessário que apareçam trabalhos para servir de base e referência aos estudantes, novos pesquisadores e aqueles interessados pelos aspectos teóricos que estão por detrás dessa tecnologia que domina o cotidiano...”. Fonseca Filho (2007, pág. 13)

Acreditamos que não só trabalhos relativos à história da computação propiciam as possibilidades citadas acima, mas também trabalhos que apresentam reconstituições de todo o tipo de história, incluindo especialmente a história da matemática, que além de servir de base e referência para pesquisadores e estudantes, nos ajudam a compreender o caminho que a humanidade percorreu durante os anos de evolução.

Neste trabalho, portanto, nos dedicamos ao estudo bibliográfico com vistas à composição de um breve relato acerca do desenvolvimento das máquinas de calcular. Utilizando a História da Matemática, recolhemos dados biográficos de matemáticos que contribuíram significativamente para a evolução das máquinas de calcular e dos computadores, e procuramos traçar uma cronologia, destacando as conexões da vida desses homens com o desenvolvimento das máquinas de calcular.

2. DESENVOLVIMENTO

2.1- DESENVOLVIMENTO DAS MÁQUINAS DE CALCULAR

Segundo Davis (1992, pág. 1) os primórdios da computação (ato de calcular) estão associados à própria origem da palavra calcular, que deriva da latina *calculus* e está relacionada com a grega *chalix*. Ambas significam *pedrinha* ou *seixo*, as quais tiveram origem devido às necessidades humanas, de enumeração em transações comerciais, contagem de rebanho, troca de moedas, registro de estações, agricultura e necessidade de elaboração de calendários.

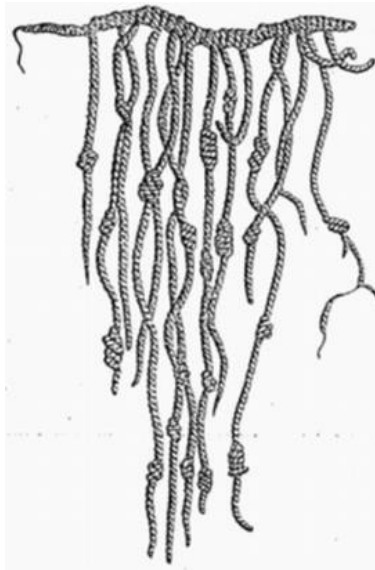
Os primeiros sinais da computação surgiram por causa da necessidade de um calendário que marcasse com precisão as épocas do ano, e, com isso, os homens passaram a olhar para o céu, começaram a observar o movimento dos astros e da lua.

Um requisito para a prática da computação é um sistema de numeração eficiente, flexível e abrangente e para isso foi necessário criar bases e símbolos que representassem os números. Obviamente, surgiram diversas bases e símbolos no decorrer dos tempos, porém muitos deles não eram adequados e eficientes quando era necessária a realização de operações.

Com isso a demora em se desenvolver procedimentos computacionais é nítida e compreensível e os sistemas de numeração se desenvolveram de maneira lenta no decorrer da história. E pode-se afirmar que era necessária uma escolha certa de base, a existência de um bom sistema posicional e, inclusive, o relevante conceito de número zero para que surgisse a computação.

Diversos sistemas eram utilizados pelos povos primitivos. Um exemplo que pode ser citado é o *Quipo Peruano*, originário dos Incas, que residiam no Peru pré-colombiano. O Quipo era utilizado para necessidades básicas como contabilização de animais. Ele consistia em cordas de diferentes espessuras e cores, com nós para registros de números, os quais eram representados em sistemas decimais, onde a quantidade de nós indicava diferentes tipos de registros de números.

Figura 1- Quipo Peruano



Fonte: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Quipo>

Uma das primeiras máquinas de calcular da história é conhecida como Ábaco. A palavra Ábaco tem sua origem de *abax*, *abakion*, e significa tabuleiro com pó ou areia com cálculos ou desenhos de figuras.

Existem diversos modelos de Ábacos e, na sua forma mais primitiva, eles consistiam em uma tábua coberta por areia em que se desenhavam as linhas ou colunas onde se deslocavam as pedras, e que podiam ser desmanchados facilmente. Na evolução dos ábacos, em seguida, surgiu o tabuleiro em que não era necessário o uso da areia, pois se utilizavam barras para deslocar fichas, e por último e, mais moderno, surgiu um modelo de ábaco que consiste em varetas onde pequenas peças se deslocam. Veja a seguir a imagem de um ábaco moderno.

Figura 2- Ábaco moderno



Fonte: wycellosweb.blogspot.com

A ideia mais clara das formas de ábaco é a de que pedras ou peças numa linha indicam unidades; na próxima linha, indicam dezenas; na próxima linha, indicam centenas e assim por diante (admitindo que a base utilizada seja a decimal). Sendo assim, dez pedras ou peças enfileiradas em uma linha são substituídas por somente uma peça na linha seguinte e, do mesmo modo uma pedra ou peça deve ser substituída por dez na próxima linha se o sentido da operação for contrário. Isso provavelmente constitui a base do nosso sistema atual de “emprestar” números em uma operação. Para valores intermediários, por exemplo, cinco peças na parte inferior, eram trocados por uma peça na parte superior.

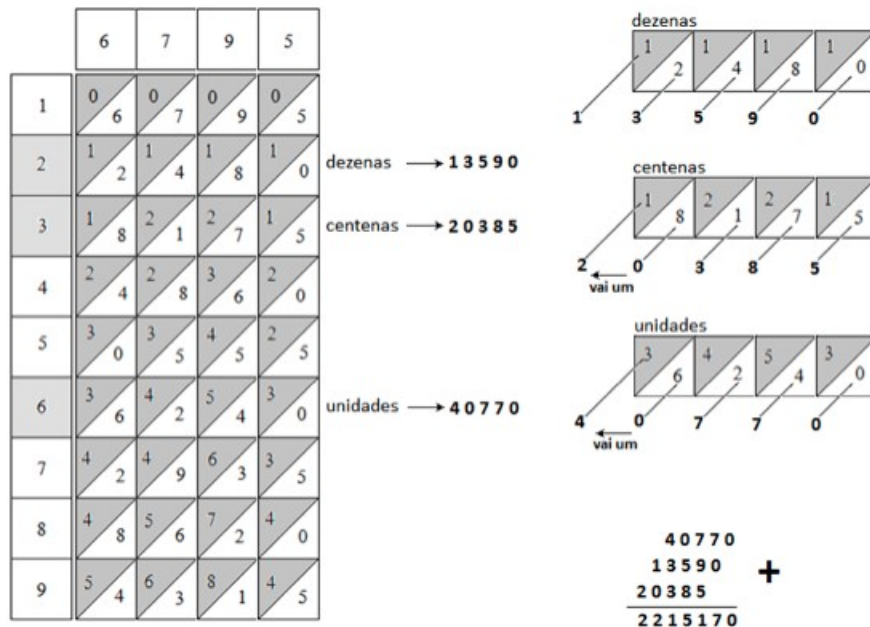
O ábaco foi uma das principais e mais famosas máquinas de calcular para os Orientais durante os séculos XVI e XVII, onde as linhas eram colocadas no sentido horizontal e linhas que continham milhares ou milhões eram assinaladas para serem facilmente identificadas. Um tipo de ábaco mais portátil é utilizado hoje na China e no Japão. Na China ele é conhecido como *suan-phan* e no Japão como *soroban*. A forma Chinesa é composta por cinco pedras na parte inferior e duas na superior e a Japonesa contém quatro pedras embaixo e uma em cima. Conta-se que uma das formas mais primitivas do ábaco chinês continha uma única bola que se movia de baixo para cima em cada uma das colunas verticais, que eram divididas em nove partes horizontais.

Não se conhece a origem precisa do ábaco. Existem diversas referências literárias e relevantes derivações das palavras associadas ao ábaco e alguns historiadores o consideram criação de Pitágoras, porém nenhuma dessas considerações pode ser confirmada.

Outro método desenvolvido para realizar cálculos, por volta de 1614, ficou conhecido como Barras de Napier, o qual foi criado e publicado em um trabalho por John Napier, um dos matemáticos que conheceremos mais à frente neste trabalho. As Barras de Napier resumem-se em dez blocos retangulares com múltiplos de cada número, de 0 a 9, em cada uma das suas faces; os múltiplos são colocados em colunas, sendo cada um deles colocado num quadrado que é dividido por uma diagonal, com o algarismo das dezenas na parte superior e o das unidades na inferior. Para efetuar uma multiplicação, por exemplo, 6795 por 236, como na figura abaixo, selecionamos barras com colunas que tenham em seu superior os números

6, 7, 9 e 5 e os produtos são lidos a partir das linhas 2,3 e 6 pela adição dos dígitos de cada paralelogramo. Estes resultados estão ilustrados na figura a seguir e em seguida basta realizar uma soma simples para obter o resultado final.

Figura 3- Exemplo de multiplicação de dois números utilizando as Barras de Napier



Fonte: www.ubirajarafavilli.com.br

As Barras de Napier foram muito utilizadas e se tornaram muito conhecidas.

Outra máquina de calcular, precursora das máquinas atuais, foi criada em 1642 por Blaise Pascal, um matemático brilhante cuja vida estudaremos mais adiante. A Pascaline, como era conhecida a máquina de Pascal, realizava adição e subtração; a multiplicação e a divisão eram realizadas a partir de somas e subtrações consecutivas. A máquina consistia em uma caixa retangular grande, em cujo topo havia seis rodas, que eram ligadas a tambores e esses tambores ligavam rodas numéricas que exibiam o resultado da operação em sua parte superior.

Dando prosseguimento no desenvolvimento da máquina de Blaise Pascal, Gottfried Wilhelm Leibniz, outro reluzente matemático que estudaremos neste trabalho, projetou uma máquina com alguns elementos importantes para que ela se tornasse mais ágil e eficaz que a Pascaline. Leibniz incrementou sua máquina com carro deslizante, carro com retardamento, rotações em direções diferentes para adição e subtração, trincos para proteger a máquina contra superrotação e um

mecanismo que permitia “apagar”, tendo assim contribuído significativamente para o avanço da computação.

Outro projeto, muito bem sucedido para a época, mas que não chegou ao fim foi realizado por Carlos Babbage. Seu trabalho em uma máquina analítica teve grande importância para o avanço da computação. Com o passar dos anos, surgiram diversas implementações para as máquinas de calcular e, a partir de 1929, o seu progresso foi enorme.

Os mecanismos foram aperfeiçoados, com intuito de melhorar o tempo de cálculo, o processamento dos dados e o desempenho da máquina. Conseqüentemente, foram aprimorados o processamento dos dados, a capacidade de armazenamento e a velocidade, obtendo, assim, o aumento dos patrocínios governamentais, que contribuíram substancialmente para o desenvolvimento da computação.

Outro avanço em relação à matemática, que contribuiu consideravelmente na evolução das máquinas de calcular, foi a descoberta da Álgebra Booleana, desenvolvida por George Boole. Somente com as contribuições deste matemático foi possível termos os computadores como eles são hoje em dia.

Por último, porém não menos importante, podemos citar como grande colaborador no avanço dos computadores, um ilustre matemático que foi relevante na decisão da vitória na Segunda Guerra Mundial. Seu nome é Alan Turing. Este estudioso, juntamente com uma equipe de pesquisadores, desenvolveu uma das mais poderosas precursoras das máquinas de calcular. Ele se empenhou no desenvolvimento de diversas máquinas de calcular elétricas e deixou seu marco na história dos computadores.

Turing também desenvolveu uma máquina-automática que foi a que lhe concedeu o título de pai da computação. Esta máquina ficou conhecida como máquina de Turing e era um aparelho que tinha capacidade de trabalhar com símbolos em uma fita a partir de regras que guardavam informações¹¹ todo este conceito da máquina de Turing foi utilizada na construção da *Automatic Computing*

¹¹ Definição do que conhecemos por algoritmo, e é à partir dos algoritmos que os computadores atuais funcionam. Algoritmo nada mais é do que uma série de regras predestinadas que o computador executa a fim de realizar uma dada tarefa.

Engene - ACE, que também foi desenvolvida tendo a participação de Turing. No desenvolvimento deste trabalho iremos conhecer um pouco de sua vida.

Os computadores atuais são frutos de um grande desenvolvimento das máquinas primitivas. Vejamos a seguir uma breve cronologia sobre as contribuições matemáticas na evolução das máquinas de calcular, destacando as personalidades mais importantes neste processo.

2.2-JOHN NAPIER

Filho de sir Archibald Napier e sua primeira esposa Janet Bothwell, John Napier nasceu em Edimburgo, na Escócia, em 1550. Aos treze anos de idade foi mandado para St. Salvator's College de St. Andrews. Pouco se tem conhecimento sobre essa fase de sua vida. Entretanto, historiadores afirmam que, após sair deste colégio, Napier continuou seus estudos no exterior, seguindo conselhos de um irmão de seu pai.

Figura 4- Jonh Napier



Fonte: <http://www.famous-mathematicians.com/john-napier/>

John Napier se casou com Elizabeth em 1578 e foi morar com ela em um castelo em Gartnes. Deste primeiro casamento teve dois filhos. Passados sete anos de seu matrimônio, sua esposa Elizabeth faleceu e ele desposou Agnes Chisholm, com quem teve mais dez filhos.

Em decorrência da morte de seu pai em 1608, John Napier e sua segunda esposa mudaram-se para um castelo em Edimburgo, onde ele viveu o resto de seus dias.

Napier foi um latifundiário ativo, participando intensamente dos negócios locais e exteriores. Grande parte de sua atenção, durante este período de latifundiário, foi gasta com a agricultura e o desenvolvimento da mesma, tendo feito

experiências com adubo e inventado um parafuso hidráulico para uso em minas de carvão.

É muito difícil saber ao certo como ocorreu seu desenvolvimento em relação à matemática, mas pode-se afirmar que Napier empenhou-se em vários trabalhos ligados à área durante sua vida, publicando diversos trabalhos e também livros.

Um desses trabalhos versava sobre aritmética e álgebra, e foi reescrito por seu filho Robert, após sua morte. Neste trabalho, Napier investigava raízes imaginárias de equações. Acredita-se que seus estudos e trabalhos relacionados a logaritmos tenham se iniciado em 1590, quando ele publicou dois trabalhos escritos em latim, conhecidos como *Descriptio* e *Constructio*. Em *Descriptio* havia tabelas logarítmicas e relatos sobre a natureza e utilização das mesmas. Em *Constructio* havia uma explicação detalhada da forma como essas mesmas tabelas foram calculadas e o raciocínio existente por trás da construção das tabelas.

Em *Descriptio*, Napier afirmava que não existe nada mais desgastante e complicado na matemática do que realizar multiplicações, divisões e extrações de raízes de números enormes. Afirmava também que, a partir das tabelas desenvolvidas por ele seria muito mais fácil e ágil o cálculo, diminuindo assim o tempo gasto com eles e os possíveis erros cometidos durante as suas resoluções.

As tabelas de logaritmos ficaram conhecidas como cânone ², e o seu cálculo foi um trabalho esplêndido e demorado. Apesar da possibilidade de erros existentes no cânone, os cálculos estavam consideravelmente corretos e foram a base, durante muitos anos, para construção de outras tabelas logarítmicas.

O cânone foi individualmente³ publicado em 1614 e teve grande reconhecimento por parte dos intelectuais e matemáticos da época, chamando a atenção de Henry Briggs, um professor de geometria no Gresham College, em Londres. Briggs se entusiasmou tanto com o trabalho de Napier que decidiu visitá-lo para conversar a respeito, levando sugestões de melhoria para o trabalho.

² Significado de Cânone segundo O Dicionário Online de Português: “Regra padrão”, “Modo de se comportar, modelo”, “Relação disposta em modo de lista”. Neste caso as tabelas logarítmicas de Napier ficaram conhecidas como Cânone porque eram logaritmos dispostos em uma lista que seguiam uma regra padrão.

³ É dito individualmente, pois Napier já havia publicado a tabela de logaritmos em *Descriptio*.

Aspectos computacionais rondavam os pensamentos de Napier quando, em 1617, publicou um livro nomeado *Rabdologiae*, que continha vários dispositivos práticos para cálculos, incluindo as famosas Barras de Napier, as quais são consideradas umas das primeiras máquinas de calcular existentes no mundo.

As Barras de Napier são constituídas por dez blocos retangulares, cada um deles com múltiplos de 0 a 9, onde cada múltiplo é colocado em um quadrado, que é dividido por uma diagonal, tendo o algarismo das dezenas na parte superior e o algarismo das unidades na parte inferior da diagonal. Retomando o exemplo já apresentado anteriormente: “Para efetuar a multiplicação 6795×236 , selecionamos barras com colunas que tenham em seu superior os números 6, 7, 9 e 5 e os produtos são lidos a partir das linhas 2,3 e 6 pela adição dos dígitos de cada paralelogramo”.

Figura 5- Barras de Napier moderna



Fonte: <http://pcstudio.wikispaces.com/Napiers+Rods+-+Huesos+de+Napier>

Napier também progrediu muito em trigonometria, aplicando-a na astronomia, agrimensura, navegação e cartografia, trabalhando em tabelas de senos e tangentes.

Apesar de ter se convencido das melhorias em sua tabela que surgiriam após as sugestões de Briggs, Napier não teve tempo necessário para modificá-las, pois veio a falecer em quatro de abril de 1617, deixando esta tarefa à Briggs, que publicou, algum tempo depois, os primeiros mil logaritmos do novo cânone.

2.3- BLAISE PASCAL

Figura 6- Blaise Pascal



Fonte: www.astropt.org

Blaise Pascal, filho de Étienne Pascal, nasceu em 1623, em Clermont Ferrand na França. Ele evoluiu muito sob a companhia do seu pai, que era também um prodígio da matemática⁴. Seu pai não lhe ofereceu livros de matemática quando ele ainda era criança, pois ele queria esperar Pascal desenvolver interesses por outros assuntos e aprender latim e grego antes de ter contato com a matemática. Étienne escondia todos os livros de matemática de seu filho e lhe proibia de falar ou pensar qualquer coisa sobre o assunto.

Porém, essas limitações impostas pelo pai não foram muito longe. Por volta dos 12 anos, Pascal mostrou um grande talento para a matemática. Certo dia, às escondidas, começou a pensar sobre matemática e, com um pedaço de carvão, desenhou figuras geométricas em ladrilhos, tentando encontrar modos de fazer desenhos geométricos perfeitos. Como não tinha nenhum conhecimento de matemática, ele criou axiomas e nomeou os desenhos e, sozinho, fez demonstrações e descobertas. Étienne encontrou o filho neste célebre momento e, impressionado com a genialidade de Pascal tomou a decisão de encorajá-lo no caminho da matemática.

⁴ Étienne de Pascal foi o criador de “Limaçon de Pascal”, um estudo profundo sobre a curva

Foi então que seu pai começou a lhe apresentar o incrível mundo da matemática. A primeira grande obra com que Pascal teve contato foram “Os Elementos” de Euclides, que ele estudou sozinho sem grandes dificuldades. Mais tarde, aos 16 anos, fez sua primeira publicação: “Essay pour les Coniques”, um tratado de somente uma página sobre cônicas, o qual René Descartes (1596-1650), um renomado matemático de sua época, se recusou a acreditar que fora escrito por alguém tão jovem. Nesse tratado encontra-se o famoso “Teorema de Pascal”, que afirma que lados opostos de um hexágono inscrito numa cônica se cortam em três pontos colineares.

Pascal continuou fazendo grandes progressos na matemática e seguiu deduzindo vários corolários do seu teorema, mas, após os seus dezoito anos, nunca mais passou um dia sequer sem sofrimento. Pascal sofria de problemas de circulação sanguínea e a sua saúde havia se fragilizado, não obstante ele continuou trabalhando. Dizem que o interesse de Pascal variava como um camaleão.

Aos dezenove anos, com intuito de ajudar o pai em contas de cobrança de impostos, Pascal projetou e construiu a primeira máquina de calcular de que se tem notícia na história, a “Pascaline”. Essa máquina trabalhava com números de até seis dígitos e só realizava somas. Como sua máquina havia sido um sucesso, em pouco tempo, ele já havia produzido e comercializado cerca de 50 exemplares.

Figura 7- Pascaline



Fonte: www.engquimicasantosp.com.br

Pouco tempo depois, o interesse matemático de Pascal deu lugar ao interesse religioso, ainda que a sua paixão pela matemática às vezes ressurgisse. Aos vinte e cinco anos se interessou por hidrostática e formulou o conhecido “paradoxo hidrostático”. Nesse meio tempo, sua saúde enfraqueceu e ele então ficou sob os cuidados de sua irmã Jacqueline. Foi nesse período que Pascal recebeu a ilustre visita de René Descartes. Desse encontro não floresceu nenhuma amizade, muito pelo contrário, nenhum dos dois matemáticos mostrou simpatia um pelo outro e o que poderia ter sido “O Encontro” que entraria para a história da matemática simplesmente não aconteceu.

Aos vinte e nove anos voltou a estudar matemática, ocupando-se com o triângulo aritmético, onde utilizou o chamado método da indução matemática para provar teoremas e, por isso, durante muito tempo, acreditou-se que Pascal teria sido o criador do método. Nessa época, estudou também os “indivisíveis”, e foi em meio às correspondências que Pascal mantinha com Pierre de Fermat (1601-1665) que se elaboraram as bases da teoria das probabilidades.

Aos trinta e quatro anos, Blaise mostrou seu talento matemático pela última vez. Em certa noite, tentando esquecer-se de uma dor de dente, se pôs a pensar em Cicloides e, conta-se que a dor desapareceu. Acreditando que aquilo havia sido um alerta de Deus para que ele estudasse matemática, Pascal passou muitos dias estudando a Cicloide, o que resultou em várias novas descobertas e teoremas.

Aos trinta e oito anos, após muitas dores e convulsões, Blaise Pascal faleceu, e pouco antes desse acontecimento, ele chegou muito perto da descoberta do cálculo em seu “Tratado sobre os Senos num quadrante de um círculo”. Se Pascal não tivesse morrido tão jovem ou se tivesse se dedicado mais à matemática e a métodos algorítmicos, pode-se dizer que ele haveria antecipado a criação do cálculo. Entretanto, todos os seus empenhos nos estudos sobre matemática, todas as suas descobertas e a criação da primeira máquina de calcular foram uma imensa contribuição para a história da matemática. Como afirma Boyer (1996, p. 252): “Pascal foi sem dúvida o maior “poderia-ter-sido” da história da matemática; no entanto é um dos elos mais importantes no desenvolvimento da matemática”.

2.4- GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ

Gottfried Wilhelm Leibniz, mais conhecido por Leibniz, nasceu na cidade de Leipzig, na Alemanha, em 1646. Quando ainda era criança, Leibniz aprendeu latim e grego por conta própria, pois ele era um autodidata. Aos quinze anos entrou para a universidade, aos dezessete anos obteve o grau de bacharel e quando tinha somente vinte anos já estava apto a receber o grau de doutor, o que lhe foi negado por causa de sua pouca idade.

Figura 8- Gottfried Wilhelm Leibniz

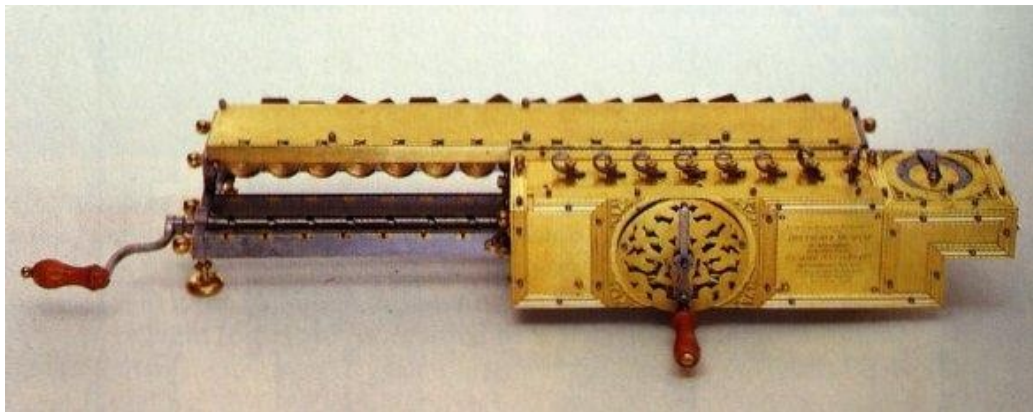


Fonte: www.leibniz-gemeinschaft.de

Leibniz foi jurista, filósofo, historiador, lógico, geólogo, filólogo, estudioso da teoria política, teólogo, inventor de uma máquina de calcular e um ilustre matemático. Entre os anos de 1672 e 1676, Leibniz conheceu o renomado físico-matemático holandês Christian Huygens (1629-1695), de quem se tornou um grande amigo. Foi Huygens quem colocou Leibniz no mundo da matemática. Ele lhe propunha diversos desafios para estimular seu interesse e paixão pela brilhante ciência e o primeiro problema de matemática que ele propôs a Leibniz foi o cálculo da soma da série infinita $1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{6^2} + \dots$, que rapidamente e facilmente foi resolvida.

Em 1673, Leibniz foi enviado à Paris para uma missão política. Foi nessa oportunidade que ele ingressou na Royal Society⁵ e ali exibiu a sua máquina de calcular, uma sucessora da máquina de Blaise Pascal, conhecida como Pascaline, que só realizava soma e subtração; as operações de multiplicação e divisão eram feitas a partir de somas e subtrações repetidas. A máquina de calcular de Leibniz era a primeira máquina a ser construída com o propósito de realizar multiplicações.

Figura 9- Máquina de calcular de Leibniz



Fonte: catarinabaptista.wordpress.com

Leibniz introduziu em sua máquina um inscridor que possibilitava colocar um número antes mesmo de adicioná-lo; um visor de posição do número um carro que permitia a adição e a subtração numa posição fixa; a multiplicação numa orientação móvel que era realizada pela esquerda; a divisão em uma orientação móvel que era orientada pela direita; e um sistema de tambores que substituíam as roldanas.

Foi a partir de então que Leibniz evoluiu muito rapidamente na área da matemática. O conceito de função da Geometria Analítica foi utilizado pela primeira vez em 1673 por Leibniz. Além disso, foi neste tempo que ele começou a trabalhar na sua maior descoberta, o Cálculo Diferencial e Integral. Tomando para si o espírito matemático da época em que vivia, Leibniz estudava cálculo junto com seu amigo Huygens, e enquanto isso, Isaac Newton (1642-1727), um ilustre matemático e físico, já estava estudando e desenvolvendo grandes ideias do mesmo assunto.

Em 1676, em uma viagem a Londres, Leibniz fez uma visita à Royal Society e teve acesso autorizado a um trabalho que Newton havia publicado. Na mesma

⁵ A Real Sociedade de Londres para o Melhoramento do Conhecimento Natural é uma instituição destinada à promoção do conhecimento científico, criada em 28 de novembro de 1660.

época, diante de algumas dúvidas que lhe surgiram sobre séries infinitas, Leibniz trocou algumas cartas com Newton sobre o assunto, recebendo ajuda de Newton para esclarecer suas dúvidas.

Apesar de Newton e Leibniz terem trocado cartas e de Leibniz ter tido acesso ao trabalho de Newton na Royal Society, a partir dos estudos biográficos, acredita-se que Leibniz fez suas descobertas do cálculo sem sofrer influências de Isaac Newton.

Isaac Newton hesitava muito em publicar suas descobertas, e com isso corria o risco de outras pessoas publicarem o que ele podia ter descoberto antes. Foi o que ocorreu. Enquanto Newton descobria o Cálculo Diferencial e Integral e guardava para si, Leibniz publicou as suas descobertas nas *Acta Eruditorum*⁶ de Leipzig. Porém Leibniz não citou em suas publicações o acesso autorizado que teve ao trabalho de Newton quando esteve em visita à Royal Society e não citou também que trocou cartas com Newton. Não se sabe se Leibniz apenas se esqueceu destes pontos ou se o seu ato de não mencionar Newton foi intencional.

Diante destes acontecimentos, Newton acusou Leibniz de plágio, pois ele não acreditava que Leibniz poderia ter chegado sozinho em tão pouco tempo à mesma descoberta que ele chegou. Foi então que surgiu a grande disputa entre Leibniz e Newton, que perdurou por alguns anos até que Leibniz teve seu veredito final. Uma comissão misteriosa, levantada pela Royal Society, condenou Leibniz de plágio e Newton fazia parte desta comissão. Esse fato nos leva a acreditar que Leibniz sofreu uma grande injustiça, pois o juiz do processo era o acusador.

Em meio a essa disputa pela prioridade da descoberta do cálculo, tanto Leibniz quanto Newton tinham muitos seguidores, cada qual se recusando a utilizar o cálculo e as simbologias que o rival de seu mestre havia desenvolvido.

Entretanto, é importante dizer que, depois de muitos anos, Newton e Leibniz ficaram conhecidos como os inventores do Cálculo Diferencial e Integral, sendo que Newton fez suas descobertas cerca de dez anos antes de Leibniz. Entretanto, Leibniz publicou seu artigo sobre Cálculo antes de Newton. Vale ressaltar que as

⁶ Acta Eruditorum foi uma revista científica mensal alemã, publicada entre 1682 e 1782, fundada em Leipzig por Otto Mencke.

notações de Leibniz foram mais bem aceitas por serem mais simples que as de Newton e são as que são utilizadas até os dias atuais.

O trabalho que Leibniz publicou, e que continha pela primeira vez o cálculo diferencial, foi mostrado ao mundo das ciências em 1684 nas *Acta Eruditorum* de Leipzig, com o título “Um novo método para máximos, mínimos e também tangentes, não obstante por quantidades fracionárias ou irracionais, e um notável tipo de cálculo para eles.” Foi nesse trabalho que ele utilizou pela primeira vez a simbologia dx , dy e $—$ e nomeou cálculo diferencial. Nesse mesmo trabalho, Leibniz deduziu diversas regras de diferenciação, as quais são utilizadas até hoje nos cursos de Cálculo.

Em 1686, dois anos após a sua primeira publicação, Leibniz publicou seu segundo trabalho na área da matemática, tratando de áreas, traçados de tangentes, quadraturas de curvas e o que conhecemos hoje como o Teorema Fundamental do Cálculo. Foi nesse trabalho que surgiu pela primeira vez o *Calculus Sommatorius*, o famoso Cálculo Integral e foi da palavra *Sommatorius* que nasceu o símbolo de integral.

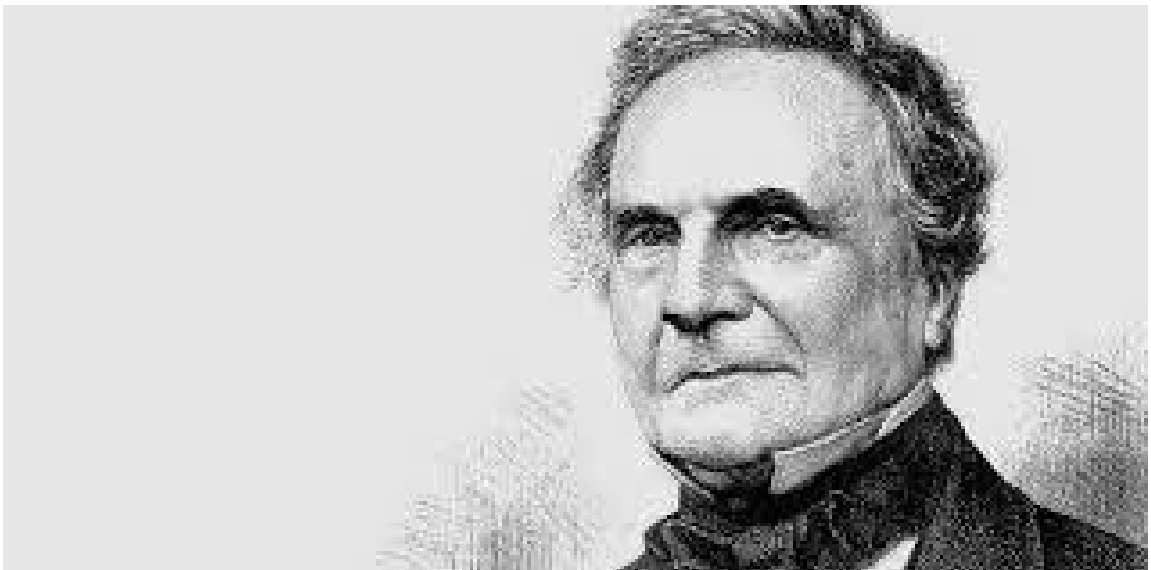
No decorrer dos anos, o cálculo de Leibniz (e de Newton) foi evoluindo de acordo com os trabalhos publicados por diversos matemáticos e de acordo com as resoluções de problemas matemáticos, tendo sempre a participação do próprio Leibniz e dos irmãos Bernoulli, grandes matemáticos, seguidores e amigos de Leibniz.

Leibniz faleceu em Hannover em 1716, teve um enterro solitário e abandonado, onde compareceu somente um funcionário que havia lhe servido durante várias décadas de sua vida.

2.5- CHARLES BABBAGE

Charles Babbage nasceu em Teignmouth, na Inglaterra, em 26 de Dezembro de 1792 e faleceu em Londres, em 18 de Outubro de 1871. Babbage era filho de pais prósperos e sempre foi uma criança curiosa, que queria descobrir o mundo à sua volta perguntando o porquê das coisas que o rodeavam.

Figura 10- Charles Babbage



Fonte: bookkake.com

Babbage ingressou em Cambridge em 1810 e não demorou muito para se destacar e chamar a atenção de todos pela sua incrível inteligência. Muitos historiadores afirmam que Babbage detinha mais conhecimentos que a maioria de seus professores.

Foi em Cambridge que Charles, estudando matemática, chegou à conclusão de que a matemática inglesa estava muito atrasada e junto de George Peacock (1791- 1858) e John Herschel (1792- 1871), dois renomados matemáticos ingleses, fez uma campanha para reforma e avanço do ensino da disciplina. Sendo assim, uma de suas mudanças foi a introdução do Cálculo Diferencial e Integral no currículo, para o qual utilizou a notação de Leibniz.

⁷ A Universidade de Cambridge é uma das mais tradicionais instituições de ensino superior da Inglaterra, muito respeitada e admirada.

Em 1816, Babbage tornou-se membro da Royal Society e, em 1827, foi eleito Professor Lucasiano⁸ de Cambridge, ocupando o cargo por doze anos, mas nunca exercendo suas funções. Charles escreveu muitos artigos sobre teoria de funções e também sobre matemática aplicada e era apaixonado por problemas de mecanização da computação e foi a esses problemas que ele dedicou algumas décadas de sua vida.,

A crença de que a ciência era a parte mais importante da cultura e da civilização industrial lhe rondou a vida inteira. Babbage sempre apoiava as atividades científicas e seus interesses pela ciência iam desde geofísica até meteorologia. Babbage era um homem encantado por diversas áreas da ciência.

De muitos de seus trabalhos, além das máquinas de calcular, vale a pena destacar dois deles: um projeto de invenção da notação que simplificava a produção e a leitura de circuitos e textos sobre produção em massa e princípios de pesquisas operacionais.

Ao se deparar com os erros existentes em tabelas matemáticas, Babbage começou a se interessar pelos recursos computacionais, pensando primeiramente em produzir uma tabela de senos. Nesse meio tempo, Babbage se entusiasmou com a aplicação do método das diferenças na confecção de tabelas, o que já tinha utilizado para compilar sua tabela de logaritmos⁹.

Durante muito tempo de sua vida, Babbage trabalhou em um projeto de uma máquina que calculava funções e imprimia resultados. Resumindo a sua linha de raciocínio, para melhor compreensão, considere um polinômio $f(x)$ com grau avaliado para valores equidistantes de x com incremento h . Quando tomamos incrementos no próprio $f(x)$ chamamos de primeiras diferenças. Após isso, tomamos diferenças entre as primeiras diferenças e chamamos de segundas diferenças e assim sucessivamente.

Daí transcorrem duas proposições. Primeira, que este esquema pode se estender à maioria das funções não racionais, como por exemplo, a função

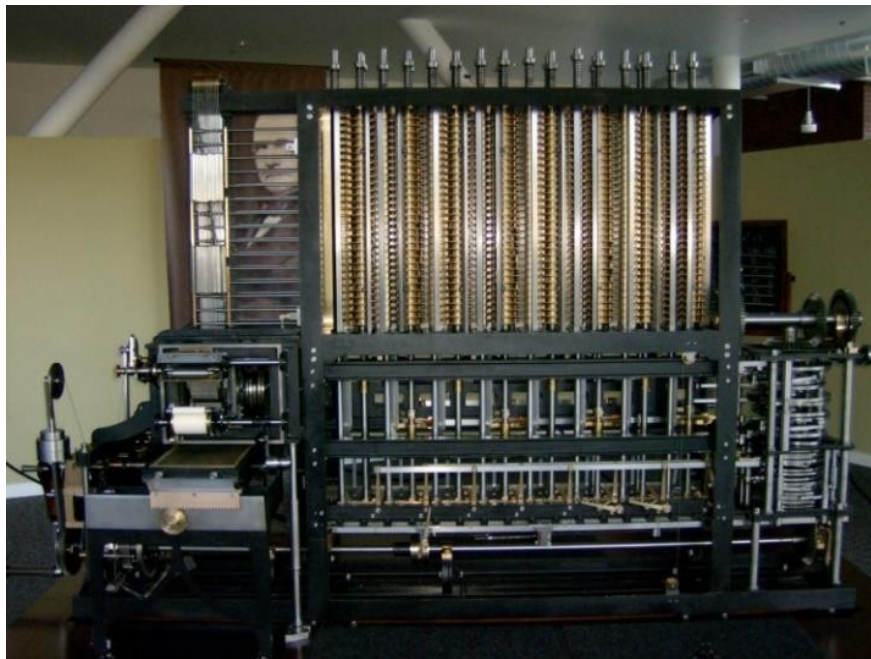
⁸ É o nome que se dá a uma cátedra de Matemática da Universidade de Cambridge, que atualmente é ocupada por Michael Green. Esta cadeira foi criada por Henry Lucas, que foi membro do Parlamento da Universidade de Cambridge em 1663, e foi oficialmente estabelecida pelo rei Carlos II em 1664.

⁹ Uma das melhores tabelas de logaritmos existentes foi produzida por Babbage, era uma tabela completa de oito algarismos para os primeiros cento e oito mil números naturais.

logarítmica. Segunda, que o inverso do esquema seria adaptável à projeção de máquinas que a partir de valores iniciais e de enésimas diferenças constantes, seria possível acumular os valores de qualquer polinômio e de quase qualquer função.

Essa última ideia Babbage tentou por em prática durante toda sua vida em um projeto sem êxito. No decorrer desse projeto ele sempre tinha ideias novas, o que atrapalhava bastante sua prática. Além disso, o projeto teve alguns fatores que o impediam de avançar. Dentre eles pode-se citar como grande empecilho o custo e também a grandiosidade do projeto. Babbage havia planejado construir uma máquina que manuseasse números com vinte casas decimais e que possuísse um dispositivo de impressão de resultados. Porém, essa máquina, antes mesmo de Babbage vir a óbito, já era uma peça do museu King's College¹⁰, em Londres.

Figura 11- Máquina de Babbage



Fonte: taylorrockhill.wordpress.com

Uma curiosidade sobre o projeto de Babbage é que, apesar dele não ter alcançado o resultado final esperado, um engenheiro sueco, Georg Scheutz (1785-1873), trabalhando com base no projeto que o matemático havia publicado em uma revista, construiu a sua própria máquina, que funcionou perfeitamente e foi utilizada por algum tempo no Observatório Dudley em Nova York. A máquina do engenheiro

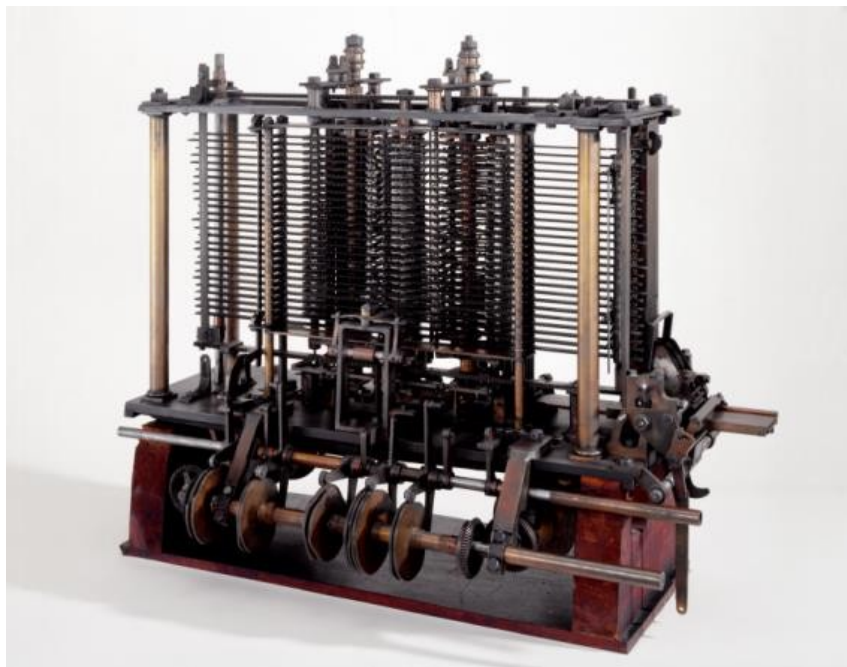
¹⁰ Museu de uma tradicional, importante e admirada instituição de ensino superior da Inglaterra.

sueco operava com números de oito casas decimais e dispunha de um dispositivo de impressão.

Além do projeto que ficou conhecido como Máquina Analítica, Charles estudou também os cartões perfurados que eram utilizados em máquinas de tecelagem. Ele teve a percepção de que poderia utilizar os cartões perfurados para codificação de quantidades e operações em um sistema de computador, utilizando arames sensores montados em molas que acionassem alavancas quando os furos de cartões lhe permitisse acesso. Foi com base nessa ideia que ele projetou uma máquina multifuncional e com uma enorme capacidade matemática.

O engenho dessa máquina era constituído por mil colunas de rodas dentadas que permitia que mil números com cinquenta casas decimais fossem sujeitados a uma ou outra operação aritmética básica. Essa máquina era uma máquina decimal, não era uma máquina binária como as atuais, a ausência da eletrônica não permitia que ele pensasse em binários. Porém, o fato de ele ter lidado com rodas não permite classificar sua máquina como uma máquina “digital”.

Figura 12- Máquina Analítica de Babbage



Fonte: http://www.sciencemuseum.org.uk/online_science/explore_our_collections/objects/index/smxg-62245

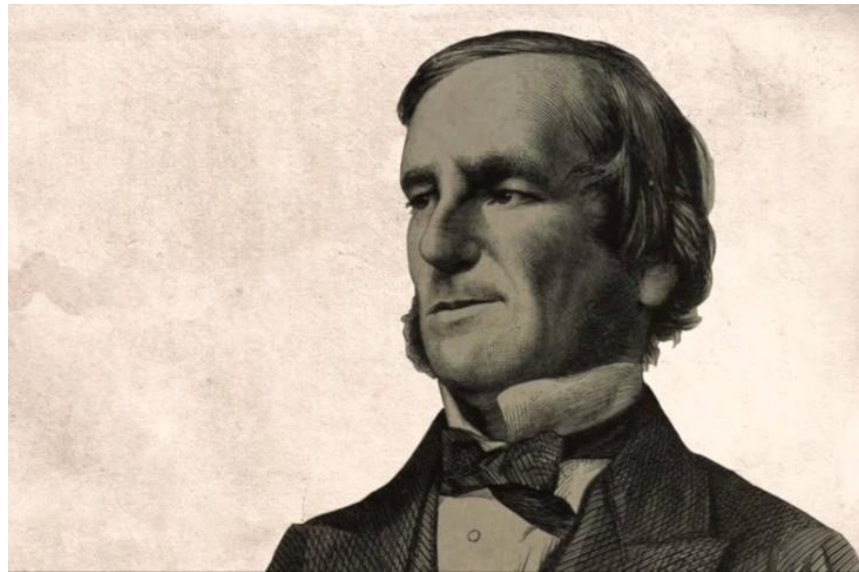
Assim como a Máquina Analítica, essa última ideia de Babbage também ficou só no projeto e, assim como seu idealizador, era admirada por todos os cientistas da época. Entretanto, ele também não conseguiu apoio material necessário e o que era

projeto só veio a se concretizar alguns anos após sua morte, quando Henry Prevost Babbage, seu filho, selecionou e estudou os projetos do pai e construiu um pequeno “engenho” analítico que desfrutava de um painel de impressão e que hoje em dia pode ser visitada no museu de ciências em Londres.

2.6- GEORGE BOOLE

George Boole nasceu em dois de Novembro de 1815, em Lincoln, na Inglaterra e faleceu em Cork, na Inglaterra, em 1864. Era filho de um sapateiro que tinha grandes interesses em matemática e em fabricação de instrumentos ópticos e que, logo cedo, ensinou-lhe o ofício. John Boole, pai de George, não tinha muitas habilidades com negociações, o que afetou diretamente o futuro de seu filho.

Figura 13- George Boole



Fonte: www.hfmagazineonline.com

Por algum tempo, Boole frequentou uma escola primária e também uma escola comercial. Porém, ele se empenhou sozinho nos estudos, sempre entusiasmado pelo amor à matemática de seu pai. Recebeu auxílio de William Broke¹¹ para o aprendizado em latim e, sozinho, aprendeu também grego, alemão e francês.

Aos quinze anos de idade, Boole começou a dar aulas e fundou sua própria escola em sua cidade natal. Em 1834 George leu sem auxílio o trabalho *Principia* de Isaac Newton e *Mécanique analytique* de Joseph- Louis Lagrange (1736- 1813). Com apenas dezenove anos já era muito reconhecido na região e foi convidado para fazer uma conferência sobre Newton, quando um busto do físico foi inaugurado no Instituto de Mecânica, em que ele era curador.

¹¹ William Brooke era detentor de uma ampla biblioteca de textos acadêmicos.

Em 1840, fez grandes contribuições para o *Cambridge Mathematical Journal* e se tornou membro da Royal Society, onde foi eleito *fellow*¹² em 1857. Independentemente de não portar um diploma acadêmico, Boole se candidatou e foi escolhido para um cargo de professor do Queen's College em 1849, onde teve a oportunidade de estar em contato com uma maior quantidade de recursos de pesquisa. Em 1855 Boole se casou com Mary Everest, sobrinha de um professor do Queen's College e também de *sir*George Everest (do qual teve origem o nome Monte Everest).

Pelos livros didáticos de Bolle, pode-se inferir que ele foi um professor muito responsável e que apresentava clareza em suas ideias e em sua metodologia. Porém, muitos historiadores afirmam que a preocupação com os seus alunos foi precipitando o fim de seus dias e, em 1864, sua saúde estava começando a se enfraquecer. Conforme alguns relatos, o matemático deu uma de suas aulas com as roupas encharcadas de água, após ter andado sob a chuva no caminho para o Colégio, o que teve como consequência uma doença fatal.

Os trabalhos de George Boole concentram-se em aproximadamente cinquenta artigos, dentre os quais estão dois volumes que tratam de lógica matemática e mais dois livros didáticos, sendo um sobre equações diferenciais (1859) e o outro sobre diferenças finitas (1860). Demais artigos que o matemático escreveu tratam de equações diferenciais e de teoria das probabilidades, o que estava intimamente ligado aos seus trabalhos em lógica matemática.

Boole acreditava que a lógica só seria considerada uma parte da matemática se as propriedades dos símbolos lógicos implicassem regras idênticas às que eram utilizadas na álgebra dos números reais. Ele reconheceu ter descoberto um novo ramo da matemática, entretanto não se sabe se ele reconheceu ter criado uma nova álgebra.

Foi do interesse por uma disputa lógica entre *sir* William Hamilton e De Morgan, que era seu amigo, que Boole publicou um pequeno e renomado livro intitulado *The Mathematical Analysis Logic*.

¹² *Fellow* é a um cargo de privilégio na Royal Society. A palavra *fellow* quer dizer "companheiro".

Ao se falar do cálculo lógico de George Boole, não o consideramos uma álgebra bivalente, apesar de ele não ter expressado claramente isso em seus trabalhos. Os princípios de seus cálculos eram tomados similarmente como as regras algébricas dos números reais, que são:

()

()

Se temos

()

Destes exemplos, o único que não possui semelhante na álgebra dos números reais é o último, onde Boole consegue enxergar que a única forma de a sentença ser verdadeira é se . Foi daí que surgiu a álgebra bivalente que tem os aspectos a seguir: a verdade de uma proposição é tomada por e a falsidade por . E essa álgebra é amplamente utilizada em projetos de circuitos elétricos e também em computadores que utilizam como sistema de numeração o sistema binário de Boole.

Figura 14 - Números binários



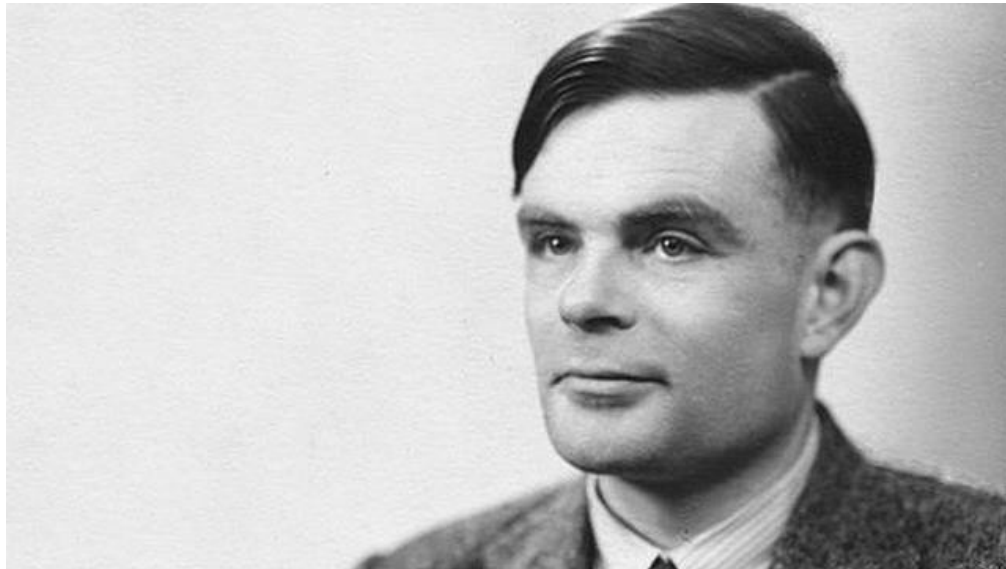
Fonte: canaltech.com.br

A álgebra de Boole não foi utilizada na época em que ele viveu. Porém com o aparecimento das máquinas de calcular mais atuais, os computadores de alta velocidade e rendimento, tornou-se essencial o uso da álgebra Booleana e foi então que ela passou a ter uma função prática. Por essas e outras descobertas, Boole ainda é considerado um matemático genial.

2.7- ALAN TURING

Alan Mathison Turing nasceu em Londres, na Inglaterra, em vinte e três de Junho de 1912, filho de Juluis Mathias Turing e Ethiel Sara Stoney, conta-se que ele foi uma criança infeliz, depressiva, solitária e torturada.

Figura 15- Alan Turing



Fonte: www.gizmodo.co.uk

Em sua rotina Alan corria longos percursos pelas manhãs e comia uma maçã todos os dias antes de se deitar para dormir. Ele não dava a mínima para o que as pessoas pensavam do seu modo de vestir, deixando algumas vezes o cabelo sem pentear e a roupa sem passar.

Frequentou durante algum tempo a escola Sherborne e logo após, em 1931, frequentou também o King's College de Cambridge. Foi em 1935, no King's College, que ele foi eleito *fellow* por sua dissertação sobre a função de erro de Gauss, e por esse mesmo trabalho recebeu o prêmio Smith¹³ em 1936.

Entre 1936 e 1938, realizou seu doutorado na Universidade de Princeton, onde publicou uma de suas maiores contribuições à lógica matemática, fornecendo uma descrição geral da teoria dos futuros computadores. Neste trabalho Turing falava sobre números computáveis, com aplicação ao problema de decisão, onde se

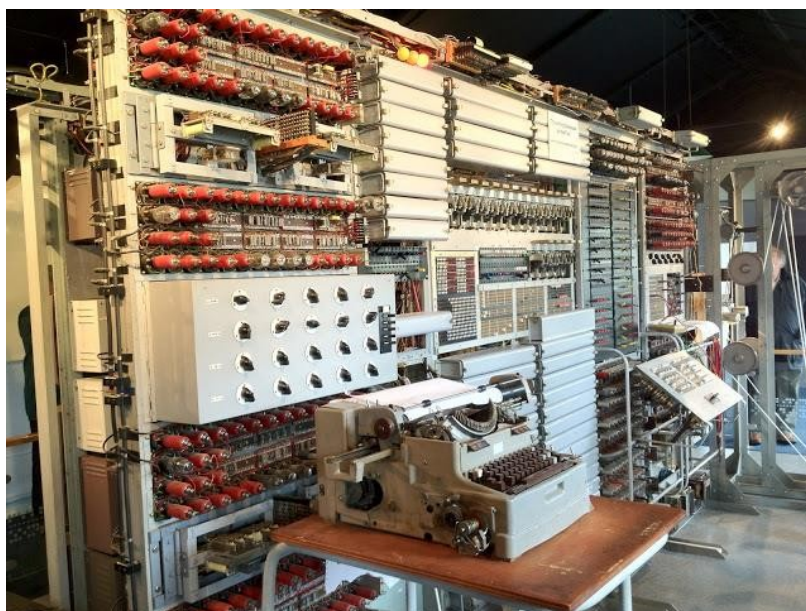
¹³ Prêmio Smith é uma premiação anual a alunos de graduação que apresentam grandes progressos em relação à matemática e filosofia natural. Este prêmio foi criado pelo legado do matemático Robert Smith em 1768, que deixou em testamento cerca de 3500 Euros em Ações de uma Companhia para a Universidade de Cambridge.

analisava os processos que podiam ser executados ao computar um número a fim de obter o conceito da sua máquina, que ficou conhecida como “Máquina de Turing”, realizando operações sobre qualquer sequência de zero e um.

Em 1939 publicou um livro sobre sistemas de lógicas baseados em números ordinais. Este livro influenciou muito os pesquisadores da época. Ainda em 1939, Turing teve suas pesquisas interrompidas por causa da Segunda Guerra Mundial. Os militares britânicos enxergaram em Turing a vitória sobre os alemães. Ele foi escolhido como o gênio que poderia desvendar o temido código utilizado pelos inimigos de guerra em suas mensagens.

As mensagens do exército alemão passavam por uma máquina chamada *Enigma*, onde milhões de alternativas de codificações davam aos alemães a plena certeza de que nenhum inimigo conseguiria decifrá-las. Entretanto, Turing, juntamente com especialistas, construiu uma máquina que ficou conhecida como *Colossus*, que procurava regularidades nas mensagens alemãs a partir das quais os códigos pudessem ser quebrados e, conseqüentemente, permitisse descobrir as mensagens alemãs. Por conta do brilhante trabalho de Turing e seus parceiros, a *Colossus* venceu a *Enigma* e diversos submarinos alemães foram dizimados, tendo contribuído muito para a vitória dos britânicos na Segunda Guerra Mundial.

Figura 16 - Colossus, máquina de Turing



Em 1945 Alan Turing juntou-se à Equipe do Laboratório Nacional de Física para trabalhar em uma máquina de computação automática, que ficou conhecida como ACE. Em 1948, Alan foi para a Universidade de Manchester e tornou-se diretor-assistente na construção da Máquina Digital Automática de Manchester. Durante muitos anos de sua vida dedicou-se a estudar e escrever artigos sobre computação.

Em 1952, sua considerada excentricidade sexual levou-o a uma acusação de indecência, sendo então preso por algum tempo e depois colocado em liberdade provisória sob a condição de “curar-se” da homossexualidade. Foi então que Turing entrou em depressão e se envenenou com uma maçã em que havia injetado cianureto.

3- CONSIDERAÇÕES FINAIS

Mediante as considerações do trabalho aqui apresentado, podemos afirmar que a matemática foi de suma importância para que as máquinas de calcular evoluíssem e se transformassem adquirindo a relevância e a potência que têm hoje.

Porém, é necessário destacar que, apesar deste trabalho abordar somente as contribuições de matemáticos no decorrer desse processo, sabemos que não foram somente estes que contribuíram para tal evolução.

Podemos citar alguns engenheiros e professores que ocuparam grandes papéis de destaque no progresso da computação. Por exemplo, pode-se citar o nome de Konrad Zuse, um engenheiro civil, que foi o primeiro a desenvolver máquinas de cálculo controladas automaticamente, e construiu o seu computador inteiramente mecânico em 1936, que ficou conhecido como *Z1*.

Outro grande nome é o do professor Howard H. Aiken da Harvard University, que iniciou em 1939 o projeto do primeiro computador programado a operar que utilizava os princípios da máquina analítica de Babbage e que ficou conhecida como *Mark I Calculator*.

Outros professores que marcaram a história com a construção de computadores foram J. P. Eckert e J. W. Mauchley da Moore School of Electric Engineering da Universidade da Pensilvânia, que construíram o *Electronic Numerical Integrator and Calculator* (ENIAC), uma máquina inteiramente eletrônica, que representou um grande avanço na tecnologia da construção de computadores.

Todavia, é interessante destacar o papel que a matemática teve no progresso da computação, e é pertinente que consigamos enxergar esta importância. O avanço das máquinas de calcular em nenhum momento durante a história da humanidade se estagnou e acontece até os dias atuais, onde se busca obter maior velocidade, melhor armazenamento de dados, melhores processamentos, confiabilidade e facilidade de uso. Pode-se afirmar que sempre houve e haverá muitos conceitos e descobertas matemáticas por trás destes melhoramentos computacionais.

Assim, este trabalho que aborda um pouco da evolução da computação com ênfase em alguns matemáticos que contribuíram para tal, fez uma breve cronologia

das ideias matemáticas e dos avanços computacionais, levando em conta as biografias dos matemáticos que subsidiaram estes avanços. Este trabalho é apenas um “ponto de partida” para estimular pesquisas sobre o assunto, pois insere-se numa extensa área repleta de significativas contribuições de muitas pessoas e que está em contínua evolução.

REFERÊNCIAS E BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

- 1- GARBI, G.G. **A Rainha das Ciências**. 3ª Edição. São Paulo. Livraria da Física. 2007.
- 2- YATES, Frances A. **Dicionário de biografias científicas – Giordano Bruno**. Organizador: Charles Coulston Giliispie. Trad. Carlos Almeida Pereira... [et al.]. Rio de Janeiro: Contraponto, vol.1. 2007.
- 3- FILHO, C.F. **História da Computação – O Caminho do Pensamento e da Tecnologia**. Porto Alegre. EDIPUCRS. 2007.
- 4- BOYER, C. B. **História da Matemática**. 2ª Edição. São Paulo: Editora Edgard Blucher LTDA,1991.
- 5- EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 1995.
- 6- Elaine Martins. **Lógica booleana? Saiba um pouco mais sobre esta lógica e como ela funciona**. Disponível em: <
<http://www.tecmundo.com.br/programacao/1527-logica-booleana-saiba-um-pouco-mais-sobre-esta-logica-e-como-ela-funciona.htm>>. Acessado em: 22 de Agosto de 2016.
- 7- **Máquina de Calcular de Leibniz**. Disponível em: <
<https://sites.google.com/site/jamissonfatec/maquina-de-calculador-de-leibniz>>
 Acesso em: 07/06/2016 às 13h52min.
- 8- DAVIS, H.T. **Tópicos de História da Matemática Para Uso em Sala de Aula – Computação**. São Paulo. Editora Atual. 1992.