



Universidade Federal  
de São João del-Rei

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL-REI**  
**COORDENADORIA DO CURSO DE MATEMÁTICA**

**Thuany Raphaella Mendes Amaral**

**UM ESTUDO BIBLIOGRÁFICO SOBRE O ENSINO DE**  
**NÚMEROS INTEIROS NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

São João del-Rei - MG

2021

**Thuany Raphaella Mendes Amaral**

**UM ESTUDO BIBLIOGRÁFICO SOBRE O ENSINO DE  
NÚMEROS INTEIROS NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenadoria do Curso de Matemática, da Universidade Federal de São João del-Rei, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Flávia Cristina Figueiredo Coura

São João del-Rei  
2021

**Thuany Raphaella Mendes Amaral**

**UM ESTUDO BIBLIOGRÁFICO SOBRE O ENSINO DE  
NÚMEROS INTEIROS NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Conceito final:

Aprovado em ..... de ..... de .....

**BANCA EXAMINADORA**



---

Profa. Dra. Flávia Cristina Figueiredo Coura  
UFSJ



---

Prof. Dr. Francinildo Nobre Ferreira  
UFSJ



---

Profa. Dra. Viviane Cristina Almada de Oliveira  
UFSJ

## AGRADECIMENTOS

À professora Flávia Cristina Figueiredo Coura, a qual me orgulho em chamar de orientadora. Sua compreensão, dedicação e paciência serviram como pilares de sustentação para a conclusão satisfatória deste trabalho. Obrigada pela amizade, por me inspirar, incentivar e sempre transmitir seu saber com muito profissionalismo.

Ao professor Francinildo Nobre Ferreira, coordenador do programa de extensão “Universidade na Escola e Escola na Universidade: a Matemática em foco”, com quem aprendi muito durante toda minha graduação que atuei como bolsista. Agradeço pela amizade e por ser uma constante fonte de motivação.

À Pró-Reitoria de Extensão e Assuntos Comunitários (PROEX) pelo apoio financeiro durante toda minha graduação como extensionista.

À Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ) e ao seu corpo docente que demonstrou estar comprometido com a qualidade e excelência do ensino, em especial, ao Departamento de Matemática e Estatística (DEMAT).

Um agradecimento especial as professoras que atuam na área da Educação Matemática: Viviane Almada, Romélia Souto e Fabíola Miranda; compartilhando suas experiências de forma construtiva para minha formação.

Aos professores Francinildo Nobre e Viviane Almada que aceitaram o convite com tanto carinho para compor a banca examinadora.

Aos amigos e colegas da graduação, em particular à Nicole Bageto, que levarei sempre comigo com muito carinho. Juntas conseguimos superar diversos desafios ao longo desta trajetória. Obrigada pela amizade.

À Cida, secretária da Coordenadoria do Curso de Matemática (COMAT), pelo carinho, amizade, conselhos e apoio.

À amiga Lívia Carvalho, que sempre esteve ao meu lado compartilhando suas experiências enquanto professora de Matemática da Educação Básica. Obrigada pela amizade e por me inspirar na minha futura carreira profissional.

À amiga Marisa Batista, pelo incentivo, amizade e correção feita no texto com tanto carinho e dedicação. Muito obrigada.

À querida psicóloga Leila Fasura, pelo carinho e por me ajudar a tornar minha vida mais leve durante esta jornada. Obrigada por todo cuidado.

À minha família pelo amor incondicional e pelo apoio que sempre me deram durante toda a minha vida.

Dedico este trabalho de conclusão de curso à professorinha e minha querida avó Maria Auxiliadora de Andrade Amaral (*in memoriam*), fonte inesgotável de amor.

À Deus, por tudo.

*“Ô minha Terra querida,  
Onde minha infância vivi.  
Sinto-me orgulhosa e agradecida  
A esta terra em que nasci...  
Ainda trago na lembrança  
Esta terra que eu vi crescer.  
Seu povo com segurança,  
Que hoje progride com o saber.  
Recordo-me com saudades  
Do meu tempo escolar.  
Daquelas mestras queridas  
Que souberam me educar.  
O seu nome é tão sublime! ...  
SÃO TIAGO é o protetor  
Minha voz suave exprime:  
‘Minha terra é um amor!’”*

*Maria Auxiliadora de Andrade Amaral (in memoriam)*

## RESUMO

O objetivo deste trabalho foi realizar um levantamento das dissertações e teses em programas brasileiros de pós-graduação *stricto sensu* defendidas no período de 2006 a 2017, localizadas na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), cujo enfoque fosse relacionado ao ensino de números inteiros em sala de aula. Desse modo, tratou-se de um estudo bibliográfico sobre o ensino de números inteiros na Educação Básica em que foram analisados 14 estudos empíricos (uma tese, duas dissertações de mestrados acadêmicos e onze de mestrados profissionais) que constituem o *corpus* de análise. No processo analítico, emergiram três categorias – ano escolar, recursos didáticos e dificuldades dos alunos – que auxiliaram para identificar o conhecimento e as tendências presentes nos resultados desses estudos. Contrastando os 14 estudos com o referencial teórico, observa-se em oito a presença dos obstáculos epistemológicos descritos por Glaeser (1985 apud TEIXEIRA, 1993), que são considerados pelo autor e defendidos por Baldino (1990 apud TEIXEIRA, 1993) como formas de manifestação de erros e dificuldades dos alunos no processo de aprendizagem de números inteiros. Dentre essas oito pesquisas, seis delas identificaram o mesmo obstáculo epistemológico enunciado por Teixeira (1993) – dificuldade em unificar a reta numérica o que se manifesta pela diferenciação qualitativa entre quantidades positivas e negativas, pela concepção da reta como justaposição de duas semi-retas opostas, ou ainda por desconsideração do caráter simultaneamente dinâmico e estático dos números. Alguns trabalhos salientam que as atividades propostas para o ensino de números inteiros não devem restringir-se apenas em situações cotidianas, pois essas não são suficientes para a compreensão desse conteúdo, assim como está previsto nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998).

**Palavras-chave:** Ensino de números inteiros. Número negativo. Obstáculos. Ensino de Matemática.

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Produção dos estudos sobre o ensino de números inteiros na Educação Básica.....	24
Quadro 2 – Pesquisas organizadas conforme categorias de análise .....	31

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Distribuição dos trabalhos no período considerado .....	26
Gráfico 2 – Distribuição dos trabalhos de acordo com a área da BDTD .....	26

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 - Pesquisas de acordo com o instrumento de produção de dados .....	29
---	----

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BDTD – Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações  
BNCC – Base Nacional Comum Curricular  
CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior  
D – Doutorado  
FURB – Universidade Regional de Blumenau  
GC – Grupo Controle-Contraste  
GE – Grupo Experimental  
MA – Mestrado Acadêmico  
MP – Mestrado Profissional  
NCTM – National Council of Theacher of Mathematics  
OA – Objeto de Aprendizagem  
PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais  
PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional  
PUC – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo  
TIC – Tecnologias Digitais da Informação e da Comunicação  
UEPB – Universidade Estadual da Paraíba  
UFBA – Universidade Federal da Bahia  
UFC – Universidade Federal do Ceará  
UFPB – Universidade Federal da Paraíba  
UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
UFRN – Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina  
UFSCar – Universidade Federal de São Carlos  
UFSJ – Universidade Federal de São João del-Rei  
UNESP – Universidade Estadual Paulista  
UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas  
UNIVATES – Centro Universitário UNIVATES  
USP – Universidade de São Paulo

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	13
REFERENCIAL TEÓRICO.....	16
METODOLOGIA ADOTADA.....	21
DESCRIÇÃO DO <i>CORPUS</i> DE ANÁLISE.....	24
TENDÊNCIAS DAS PESQUISAS SOBRE O ENSINO DE NÚMEROS INTEIROS.....	28
O ENSINO DE NÚMEROS INTEIROS CONFORME AS PESQUISAS DO <i>CORPUS</i> .....	31
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	45
REFERÊNCIAS.....	50
APÊNDICE A.....	54
APÊNDICE B.....	57
ANEXO 01.....	81

## INTRODUÇÃO

Em 2017, durante a realização do Estágio Supervisionado<sup>1</sup>, em atividades de observação e regência em aulas de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, vivenciei diversas experiências, como por exemplo, o estudo de número negativo no sétimo ano. Esse conteúdo me despertou interesse porque observei que alguns alunos tinham muita dificuldade em operar com números negativos, por exemplo, quando havia uma subtração envolvendo dois números negativos, na maioria das vezes, os alunos efetuavam os cálculos envolvendo esses números como se fossem números naturais, por exemplo, na subtração  $-10 - (-6)$  eles indicavam que o resultado era 4 e não  $-4$ .

Pude perceber ainda mais essa dificuldade ao cumprir a carga horária relativa à regência no Estágio Supervisionado II, quando me causou espanto o fato de alguns alunos não conseguirem compreender o que acontecia com determinado número ao retirar ou adicionar uma quantidade negativa.

Presenciei, durante as observações feitas no Estágio Supervisionado I, a professora regente do sétimo ano do Ensino Fundamental fazendo a correção das tarefas e explicando que *'na adição mais com menos subtrai e conserva o sinal do maior número'* ou então que *'na multiplicação menos com menos é mais, mais com menos é menos'*. Os alunos decoravam as 'regras de sinais' que foram apresentadas como introdução ao conceito de números inteiros, contudo não conseguiam aplicá-las de modo a obter uma resposta correta.

Como estudante da Educação Básica vivenciei, também, essa dificuldade em operar com os números negativos, o que aprendi a fazer por meio de memorização das 'regras de sinais' as quais eram aplicadas em repetições de exercícios. Hoje, percebo o quanto é importante questionar o professor em sala de aula sobre as causas de algumas resoluções de problemas, como por exemplo, a soma de dois números negativos resultar em um número negativo ou o produto de dois números negativos resultar em um número positivo.

No primeiro semestre de 2018, cursei a disciplina Prática Pedagógica: Projetos de Ensino de Matemática 01, oferecida pelo curso de Matemática – Licenciatura da Universidade Federal de

---

<sup>1</sup> Art. 5º. O Estágio Supervisionado consiste num dos momentos mais importantes de um curso de licenciatura – momento no qual o estudante está inserido no seu futuro ambiente de trabalho, lidando com as mais diversas situações, consolidando os aprendizados prático-teóricos construídos no meio acadêmico e produzindo novos conhecimentos a partir da sua experiência, da experiência de outros profissionais da educação e da vivência naquela escola. Disponível em: [Resolucao nº 04 2019 Estagio Supervisionado.pdf \(ufsj.edu.br\)](https://www.ufsj.edu.br/portal/images/stories/estagio/Resolucao_nº_04_2019_Estagio_Supervisionado.pdf)

São João del-Rei (UFSJ). Nessa disciplina, ministrada pela professora Flávia Cristina Figueiredo Coura, comecei a me interessar ainda mais pelo ensino de números inteiros e por alternativas de como trabalhar esse conteúdo em sala de aula. Tais alternativas foram apresentadas pela professora como um recurso para o ensino de número negativo de modo a levar os alunos à construção do conceito desse número e a operar sem o uso das ‘regras de sinais’.

Diante da minha inquietação sobre o conteúdo de números inteiros e como proposta da disciplina, desenvolvi, em dupla, um projeto de ensino sobre um método de trabalhar as operações com números negativos no 7º ano do Ensino Fundamental, segundo o estudo de Walle (2009), com o intuito de desenvolver atividades que auxiliem os alunos a compreender o conceito de número negativo.

Pensando sobre o ensino e a aprendizagem de números negativos na Educação Básica e em dar continuidade ao projeto de ensino que foi desenvolvido, neste trabalho de conclusão de curso, iniciamos um estudo bibliográfico sobre o tema. De início, levantei as seguintes questões: Como é ensinado hoje o conteúdo de números inteiros no sétimo ano? Quais dificuldades são apresentadas pelos alunos ao operar com o número negativo? Ao ensinar o conteúdo, o que queremos que o aluno aprenda e como queremos que isso ocorra? Como podemos levar o aluno a construir o conceito de número negativo? Há algum modo para ensinar o conteúdo de números inteiros que contribua para a compreensão dos alunos? Existem recursos didáticos que podem ser utilizados em sala de aula que contribuam para essa compreensão? E, se há registros da existência de recursos, de que forma podem levar os alunos a construir o conceito de número negativo?

Sendo assim, decidimos iniciar uma pesquisa que apontasse as dissertações e as teses dos programas de pós-graduação em Educação Matemática do Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) que se referissem ao tema número inteiro. Nessa primeira busca, diante de algumas dificuldades para levantar e acessar os resultados obtidos, optamos por realizar um segundo levantamento de dados na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) para apurar os resultados alcançados na base de dados da CAPES.

Nesse sentido, definimos como objetivo do estudo, fazer um levantamento de pesquisas empíricas sobre o ensino de números inteiros na Educação Básica defendidos no período de 2006 a 2017, das quais foram selecionadas 14, em dez programas brasileiros de pós-graduação *stricto sensu*.

Na primeira parte, denominada ‘Referencial Teórico’, apresentamos uma definição para número negativo e alguns aspectos históricos associados ao desenvolvimento do conjunto de números inteiros. Tratamos, também, sobre o ensino e dificuldades de aprendizagem desses números.

Já na segunda parte, intitulada ‘Metodologia Adotada’, descrevemos sucintamente o processo de constituição do *corpus* de análise. Em seguida, na terceira parte ‘Descrição do *corpus* de análise’, apresentamos os 14 estudos sobre o ensino de números inteiros, produzidos nos programas brasileiros de pós-graduação.

Na quarta parte, denominada ‘Tendências das pesquisas sobre o ensino de números inteiros’, faremos uma análise quantitativa de alguns aspectos relacionados aos objetivos e às metodologias adotadas nessas pesquisas.

Na quinta parte, apresentamos resultados sobre ‘O ensino de números inteiros conforme as pesquisas do *corpus*’ identificadas nos 14 estudos, as quais foram organizadas em três categorias – **ano escolar**, **recurso didático** e **dificuldades dos alunos**.

Na parte final, registramos algumas considerações a respeito dos resultados encontrados sobre o ensino de números inteiros, conforme as pesquisas analisadas que compõem o *corpus*, indicando também como essas se relacionam com o referencial teórico.

## REFERENCIAL TEÓRICO

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998) o conteúdo de números inteiros proposto para o ensino de Matemática é iniciado no terceiro ciclo do Ensino Fundamental, que atualmente em consonância com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017), corresponde ao sétimo ano.

Segundo os PCN (BRASIL, 1998), as primeiras abordagens sobre números inteiros podem ser apoiadas em situações cotidianas dos alunos, como por exemplo, saldo de uma conta bancária, nível do mar (altitude e profundidade), perdas e ganhos em jogos, variação de temperatura ou outras referências que eles já possuam a respeito desses números. Tais situações se fazem presentes no cotidiano dos estudantes antes de eles cursarem o sétimo ano do Ensino Fundamental, ou seja, ainda nos anos iniciais eles têm o contato com situações concretas que podem levá-los a desenvolverem uma noção intuitiva acerca dos números inteiros antes do ano escolar previsto para o estudo desse conteúdo e, posteriormente, essas são associadas à introdução do conceito desses números.

Entretanto, o estudo sobre os números inteiros não pode restringir-se apenas a essas noções intuitivas desenvolvidas pelos alunos, pois segundo os PCN,

Ao buscar as orientações para trabalhar com os números inteiros, deve-se ter presente que as atividades propostas não podem se limitar às que se apóiam apenas em situações concretas, pois nem sempre essas concretizações explicam os significados das noções envolvidas. (BRASIL, 1998, p. 100)

Nesse sentido, as propostas de atividades que têm sido desenvolvidas sobre números inteiros e que são fundamentadas unicamente em situações do cotidiano dos alunos, não permitem que eles tenham uma compreensão do seu significado. Por essa razão, em conformidade com os PCN (1998, p. 97), “[...] o estudo dos números inteiros costuma ser cercado de dificuldades, e os resultados, no que se refere à sua aprendizagem ao longo do ensino fundamental, têm sido bastante insatisfatórios”.

No que se refere aos aspectos históricos associados ao desenvolvimento do conjunto de números inteiros, Teixeira (1993) cita Glaeser (1985) ao ressaltar que, para chegar na construção atual dos números inteiros, os matemáticos de várias épocas levaram muito tempo para explicar esses números:

Glaeser (1985) aponta que a construção formal dos números inteiros levou vários séculos – ou seja, desde a Antiguidade, onde apareceram, até o século XIX, quando Hankel se desvinculou da preocupação de extrair do real exemplos para explicar os

números relativos e propôs uma explicação formal para os mesmos. (TEIXEIRA, 1993, p. 62)

Além disso, o autor salienta que, para definir esse conjunto numérico como uma ampliação dos naturais, diversas dificuldades foram enfrentadas. Tais dificuldades são apontadas pelo pesquisador por meio de seis obstáculos epistemológicos<sup>2</sup> para a compreensão dos números relativos:

[...] (1) inaptidão para manipular quantidades isoladas; (2) dificuldade em dar um sentido a quantidades negativas isoladas; (3) dificuldade em unificar a reta numérica manifesta pela diferenciação qualitativa entre quantidades positivas e negativas, pela concepção da reta como mera justaposição de duas semi-retas opostas, ou ainda por desconsideração do caráter simultaneamente dinâmico e estático dos números; (4) ambigüidade dos dois zeros: zero absoluto e zero como origem; (5) dificuldade de afastar-se de um sentido “concreto” atribuído aos seres numéricos: fixação no estágio das operações concretas por oposição ao formal; (6) desejo de um modelo unificador: utilização de um modelo aditivo para o campo multiplicativo, ao qual não se aplica. (TEIXEIRA, 1993, p. 62)

Teixeira (1993, p. 68) destaca em seu estudo que “[...] o interessante no trabalho de Baldino é a construção de uma metodologia que parte do pressuposto de que os obstáculos enfrentados pelos alunos são semelhantes aos encontrados pelos pensadores matemáticos ao longo do tempo”. No que se refere aos seis obstáculos epistemológicos apontados por Glaeser (1985), Baldino (1990 apud TEIXEIRA, 1993) ressalta que

[...] os dois primeiros (manipular quantidades isoladas e dar sentido a quantidades negativas isoladas) foram rejeitados por Brousseau, que os entende como meras dificuldades. Os demais obstáculos: dificuldade em unificar a reta numérica, ambigüidade dos dois zeros, estagnação no estágio das operações concretas (confusão entre operadores multiplicativos e estados a que se aplicam) e a questão do modelo unificador (adição e multiplicação) são, portanto, uma das fontes das dificuldades e erros dos alunos. (TEIXEIRA, 1993, p. 68-69)

Com relação aos erros envolvidos no processo de aprendizagem do conceito de números inteiros, Brousseau (1983 apud TEIXEIRA, 1993, p. 69) enfatiza que “[...] são formas de manifestação de obstáculos epistemológicos na medida em que eles não se dão por acaso, mas são reprodutivos e persistentes”.

Teixeira (1993) traz, a partir de demonstrações, a construção do conceito de números inteiros como uma ampliação do conjunto dos números naturais que resulta em novos

---

<sup>2</sup> Segundo Iglori (2010, p. 125), o obstáculo epistemológico pode ser visto “como meio de identificação de causas de dificuldades na aprendizagem da Matemática”. A autora também cita Brousseau que caracteriza o obstáculo epistemológico “como um obstáculo à aprendizagem da Matemática constitutivo por um saber mal-adaptado, no sentido de Bachelard, e como ferramenta de análise para erros recorrentes e, portanto, não aleatórios cometidos por estudantes” (IGLIORI, 2010, p. 125-126).

significados – orientação (origem) e deslocamentos em dois sentidos (positivo e negativo) – e esses resultados é que o caracterizam como conjunto. Em seu estudo o autor destaca que

A integração dos negativos aos positivos resulta no sistema dos inteiros, e enquanto tal passa a ter um novo significado, porque não representam mais, como diz Skemp (1980), objetos contáveis, mas realidade reversíveis, ou seja, os números positivos e negativos enquanto tais (valor absoluto) são os mesmos, mas o que os caracteriza como inteiros é a posição que ocupam em relação ao ponto de origem, o que os torna relativos. (TEIXEIRA, 1993, p. 63)

Glaeser (1985 apud TEIXEIRA, 1993) define o número inteiro como um operador com duplo sentido, pois esse

[...] representa uma quantidade escalonada e ao mesmo tempo é resultado de transformações que se dão em dois sentidos. Representados em uma reta numérica única, estes números podem ser interpretados não só como indicativos do valor numérico das posições, mas também como deslocamentos que transformam uma posição em outra. (TEIXEIRA, 1993, p. 63-64)

Caraça (1951), ao se deparar com uma impossibilidade operacional que limita condições de resolução de um problema, vê a necessidade de se criar um novo campo numérico e, a partir das dificuldades encontradas, delimita o conceito de número relativo:

*Sejam  $a$  e  $b$  dois números reais quaisquer: a diferença  $a - b$  chamaremos número relativo, que diremos positivo, nulo ou negativo, conforme for  $a > b$ ,  $a = b$ ,  $a < b$ . Se for  $a > b$  o número relativo (positivo) coincidirá com o resultado que, nos campos numéricos anteriores, aprendemos a determinar; se for  $a < b$ , o número relativo (negativo) tomar-se-á como igual à diferença  $b - a$ , precedida do sinal  $-$  (menos). (CARAÇA, 1951, p. 97, grifo do autor)*

Esse novo campo numérico descrito por Caraça (1951) é mencionado por Teixeira (1993) como aspecto que traz dificuldades no ensino e na aprendizagem de números inteiros, uma vez que, a “[...] perturbação se instala quando a subtração ( $a - b$ ) é aplicada a casos em que  $b > a$ , gerando um resultado até então inexistente e demonstrando assim o caso típico em que as formas (operações) geram um novo conteúdo” (TEIXEIRA, 1993, p. 62, grifo do autor). Segundo o autor, esse novo resultado, o qual implica em reconhecer a existência de uma nova classe de números, é denominado como números negativos. Com relação a esses números, o pesquisador salienta que sua existência “[...] está necessariamente ligada à sua relação com os positivos, e mergulhar nas propriedades deste novo campo numérico envolve diferenciações progressivas que vão permitindo que novas integrações entre os dois campos surjam” (TEIXEIRA, 1993, p. 62-63).

Ainda, de acordo com o pensamento de Teixeira (1993), a compreensão do que seja um número negativo surge a partir do momento em que o aluno avança paulatinamente, por meio de abstrações e generalizações, e

[...] descobre que se negativo é menor do que positivo, há um ponto de onde negativo e positivo se originam. Isso leva, por sua vez, à necessidade de nova ampliação, porque nos naturais a assimilação do zero foi feita com base no significado de ausência de quantidade. Agora, é preciso ampliar este significado, ou seja, diferenciá-lo na concepção de zero origem. (TEIXEIRA, 1993, p. 63)

Segundo Bruno (1997 apud SCHINDLER; HUBMANN, 2013), existem quatro tipos de representações significativas para reconhecer os números negativos, sendo fundamentais para o ensino e a aprendizagem desses números:

[...] (a) a representação na reta numérica ou outros arranjos ordinais relativos à ordem dos inteiros (como... -3 -2 -1 0 1...) (b) uma representação de quantidade, que os alunos conhecem principalmente de números naturais (como por exemplo, "3 significa três pontos"), (b) a representação em um contexto do mundo real (por exemplo, temperaturas, dívidas e ativos), bem como (c) a representação simbólica (por exemplo, -6 ou "menos seis"). (SCHINDLER; HUBMANN, 2013, p. 3, **tradução nossa**)<sup>3</sup>

Com relação às operações envolvendo os números negativos, Teixeira (1993) destaca que o conceito de adição precisa ser ampliado e não se limita apenas à ideia de acrescentar, ou seja, a adição passa a adquirir um novo significado – genérico, associação ou composição – que representa uma ruptura da ideia em operar com números naturais. O autor ressalta que

Na medida em que se abstrai das diferentes associações de números positivos e negativos, um invariante, expresso na ideia de operador aditivo que produz transformações de acordo com os elementos em jogo, é possível chegar às generalizações expressas nas regras da adição: sinais iguais somam-se e conservam-se os sinais; sinais diferentes ou opostos subtraem-se e conserva-se o sinal do de módulo maior. (TEIXEIRA, 1993, p. 64)

Teixeira (1993) delimita a construção do conceito de subtração como inversa à adição, de modo que “[...] em uma dada reunião ou associação de elemento ( $a + b = c$ ), é possível chegar ao ponto de partida, ( $a$ ), por exemplo, pela diferença ( $c - b$ ), ou seja, pela operação inversa” (TEIXEIRA, 1993, p. 64, grifo do autor). Acentua, ainda, que

Para operar com inteiros é fundamental que o esquema de assimilação para subtração esteja estruturado com base na abstração do invariante da inversão e não simplesmente no conceito de tirar. Subtrair inteiros significa trabalhar com operadores negativos, ou seja, números que operam transformações de oposição. (TEIXEIRA, 1993, p. 64)

---

<sup>3</sup> (a) the representation on the number line or other ordinal arrangements regarding the order of integers (like ... -3 -2 -1 0 1 ...) (b) a quantity representation, which students mostly know from natural numbers (like e.g. “3 means three spots”), (b) the representation in a real-world context (e.g. temperatures, debts-and-assets) as well as (c) the symbolic representation (e.g. -6 or “minus six”). (SCHINDLER; HUBMANN, 2013, p. 3)

Conforme Teixeira (1993), no que se refere à operação de multiplicação com números negativos, destaca que um “[...] operador multiplicativo, no caso dos inteiros, indica número de vezes que um conjunto se repete, ao mesmo tempo em que produz transformações de aumento ou diminuição no resultado, dependendo dos sinais em jogo” (TEIXEIRA, 1993, p. 65). Nesse sentido, o autor ressalta a necessidade de compreender que há uma duplicidade de operações na multiplicação: “[...] as que multiplicam os conjuntos equivalentes, ao mesmo tempo em que há operações de transformação que se aplicam aos números, fazendo-os manter ou inverter sua posição na região a que pertenciam” (TEIXEIRA, 1993, p. 65).

Em síntese, percebemos que o estudo sobre números inteiros foi de difícil aceitação pelos matemáticos da época, uma vez que houve muita resistência no processo de construção da definição, o que não difere da atualidade no que se refere à aprendizagem do conceito por parte dos estudantes. O conteúdo em sala de aula geralmente causa espanto nos alunos, sendo visto por eles como um tema de difícil compreensão. Tais dificuldades, que são manifestadas pelos estudantes na forma de erros repetitivos e nas dificuldades em relação à compreensão de números inteiros, estão associadas aos seis obstáculos epistemológicos mencionados por Teixeira (1993), os quais são semelhantes às dificuldades enfrentadas pelos matemáticos ao lidarem com esse novo conjunto numérico. Ainda segundo o autor, no que se refere à construção do conceito de números inteiros, é importante caracterizar o novo conjunto numérico a partir de resultados que se dão por meio da orientação e de deslocamentos na reta numérica, ou seja, a partir da posição em que se encontram os números positivos e negativos em relação ao ponto de origem. Como isso nem sempre é feito, as dificuldades no ensino de números inteiros ganham ainda mais volume quando os alunos passam a operar com a subtração, visto que, o resultado não é mais um número natural conhecido por eles, mas sim um resultado que está diretamente associado em reconhecer a existência de números negativos. Para contribuir com o reconhecimento de números negativos, Bruno (1997 apud SCHINDLER; HUßMANN, 2013) apresenta quatro tipos de representações significativas (ordenação na reta numérica, simbologia do sinal de menos, quantificação e contexto do cotidiano) importantes, portanto no processo de ensino e aprendizagem desses números.

## METODOLOGIA ADOTADA

Para constituir o *corpus* de análise desta pesquisa, com dissertações e teses dos programas de pós-graduação em Educação Matemática, em setembro de 2019, fizemos o primeiro levantamento no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)<sup>4</sup>, no qual identificamos as pesquisas relacionadas ao ensino e à aprendizagem de números inteiros. Posteriormente, utilizando a palavra-chave “número inteiro” e selecionando os filtros “Grande Área de Conhecimento” (Ciências Humanas e Multidisciplinar), “Área de Conhecimento” (Educação, Educação de Adultos, Ensino, Ensino de Ciências e Matemática, e Ensino-Aprendizagem) e “Área de Avaliação” (Educação, Ensino, Ensino de Ciências e Matemática), encontramos 2.476 relatórios de pesquisa.

Nesse processo, deparamo-nos com algumas dificuldades para levantar e acessar os resultados obtidos. Uma delas, talvez a principal, foi que o Banco de Teses da Capes, naquele momento, não nos oferecia a possibilidade de selecionar os trabalhos na busca por não haver acesso ao texto completo de cada relatório de pesquisa. Diante de tal impasse, optamos por um segundo levantamento na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD)<sup>5</sup> para apurar os resultados alcançados na base de dados da CAPES.

Nessa segunda busca, aplicando a palavra-chave “número inteiro”, encontramos 50 relatórios de pesquisa. A partir da leitura de partes de cada um – resumo, introdução, considerações finais e, conforme a necessidade, fizemos a leitura de outras partes dos textos – selecionamos 11 que se referem ao ensino de números inteiros. Contudo, percebemos que somente cinco pesquisas constituíam o *corpus* de análise, uma vez que, estávamos em busca de estudos de natureza empírica.

No dia 30 de março de 2020, consideramos a necessidade de revisar os dados levantados para confirmá-los. Como esses dois levantamentos foram feitos em bancos de dados distintos e devido ao número de pesquisas encontradas na BDTD, decidimos por fazer um terceiro, recorrendo aos programas de Mestrado Profissional em Educação Matemática na Plataforma Sucupira<sup>6</sup>. Nessa nova busca, selecionando as palavras-chave “Educação Matemática”, “Educação” e “Matemática”, e os filtros “cursos avaliados e reconhecimento”, “por área de

---

<sup>4</sup> Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>

<sup>5</sup> Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/>

<sup>6</sup> Disponível em: <https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/>

avaliação” e “ensino”, consideramos 96 programas de Mestrado Profissional de Educação Matemática em 118 instituições, e selecionamos os bancos de dissertação de 31 programas. Nessa busca, nenhuma pesquisa foi inserida.

Ainda nessa etapa de identificar as pesquisas empíricas sobre o ensino de números inteiros na Educação Básica, ao observar as dificuldades em trabalhar com o banco de dados da CAPES e com a quantidade de pesquisas presentes nos programas da Plataforma Sucupira, fizemos uma segunda busca dos estudos na BDTD, o que se mostrou um dos caminhos mais viáveis para levantar os dados. Nesse processo, foi revisada a BDTD, na “busca avançada”, usando o termo “inteiro” no campo “títulos”, encontramos 338 resultados. Delimitando o “ano de defesa” de 2006 a 2017, deparamo-nos com 238 estudos, dos quais 14 foram selecionados a partir da leitura dos títulos e resumos que, somados aos 11 anteriormente identificados, totalizando 25 estudos (Apêndice A). O fichamento desses 25 estudos foi feito a partir da leitura de partes dos textos – resumo, introdução, metodologia, análise dos resultados e/ou considerações finais, conforme a necessidade. Após essa etapa, elaborei um resumo das pesquisas com informações sobre: título da obra, objetivo, natureza da pesquisa, abordagem metodológica, o tipo de pesquisa quanto aos procedimentos, instrumento de produção de dados, resultados e se o pesquisador era ou não professor da turma em que os dados foram produzidos.

A partir da leitura desses 25 resumos, avaliamos que somente 14 trabalhos sobre números inteiros são de natureza empírica. Desse modo, depois do processo anteriormente descrito, em julho de 2020, delimitados o *corpus* das dissertações e teses que seriam objeto de fichamento: 14 estudos que abordam o ensino de números inteiros na Educação Básica, defendidos no período de 2006 a 2017, em dez programas brasileiros de pós-graduação *stricto sensu*.

O processo de fichamento nos permitiu conhecer melhor os estudos sobre o ensino e a aprendizagem de números inteiros em aulas de Matemática na Educação Básica, mas também nos mostrou como essas pesquisas são diversificadas no tocante ao conteúdo e à forma dos relatórios analisados. O conteúdo apresentado nos relatórios, trouxe-nos dificuldades na escrita dos resumos, principalmente em relação aos trabalhos os quais nem sempre continham, de forma objetiva, elementos que nos permitissem preencher campos que delimitamos como necessários

para o nosso fichamento<sup>7</sup>. Detectar os procedimentos metodológicos e, em alguns casos, a análise dos resultados e das conclusões foi um grande desafio.

As dificuldades relacionadas à compreensão da metodologia adotada nos estudos se manifestaram no preenchimento dos campos da coluna “Procedimentos Metodológicos”. Observamos que, em alguns estudos, o(a) autor(a) não deixou explícito no texto o tipo de pesquisa em relação à sua natureza, à abordagem metodológica, aos instrumentos de produção de dados ou se era ou não professor da turma em que as atividades foram desenvolvidas. Por isso, nesses casos, a descrição dos resultados relativos a esses campos representa uma leitura da orientanda com sugestões da orientadora.

As questões investigativas analisadas não estavam explícitas em alguns estudos, uma vez que, encontravam-se diluídas ao longo do texto, seja na metodologia, nos resultados ou nas conclusões. Destarte, trouxe-nos dificuldade em obter essas questões e, principalmente, respostas para elas, visto que, as pesquisas não estão avançando muito além da descrição da prática em sala de aula, como explicaremos mais à frente neste trabalho.

Outra questão foi delimitar resultados e conclusões, pois, em alguns trabalhos, não havia uma síntese dos resultados feita pelos autores. Tais resultados se apresentavam por meio de capítulos, com uma descrição extensa, dificultando nossa leitura. Em contrapartida, identificamos algumas pesquisas em que o autor não registrou uma conclusão a partir dos resultados obtidos nas práticas desenvolvidas.

Nessa parte, descrevemos sucintamente o processo de constituição do *corpus* de análise. Em seguida, a partir dos fichamentos<sup>8</sup> dos 14 estudos sobre o ensino de números inteiros produzidos nos programas de pós-graduação de 2006 a 2017, apresentamos um panorama dessas pesquisas.

---

<sup>7</sup> O fichamento foi feito tomando por referência o formulário utilizado em Fiorentini, Passos e Lima (2016), que registramos no Anexo 1.

<sup>8</sup> Os resumos produzidos nesse fichamento estão no Apêndice B.

## DESCRIÇÃO DO *CORPUS* DE ANÁLISE

Dos 14 estudos que constituem o *corpus* de análise, deparamo-nos com a pesquisa da autora Rodrigues (2009), denominada de natureza bibliográfico/laboratorial que, entretanto, ao lermos, entendemos que é empírica e, por conseguinte, não foi excluída do *corpus*. O trabalho de Hillesheim (2013), encontrado somente na primeira busca na plataforma BDTD é de natureza empírica e permaneceu no *corpus*, uma vez que, assim como Rodrigues (2009), aborda o ensino de números inteiros na Educação Básica.

Dessa forma, entende-se que o *corpus* de análise sobre o ensino de números inteiros é constituído por 14 dissertações e teses defendidas no período de 2006 a 2017 em dez programas de pós-graduação de oito instituições de Ensino Superior, como mostra no Quadro 1.

**Quadro 1** – Produção dos estudos sobre o ensino de números inteiros na Educação Básica

INSTITUIÇÃO	SIGLA	PROGRAMA	MODALIDADE / NÍVEL	PESQUISA
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	PUC/SP	Ensino de Matemática	MP	Todesco (2006)
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	PUC/SP	Ensino de Matemática	MP	Gonçalves (2007)
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	PUC/SP	Ensino de Matemática	MP	Soares (2008)
Universidade Estadual Paulista	UNESP/ Campus Presidente Prudente	Educação	MA	Rodrigues (2009)
Universidade Federal do Ceará	UFC	Ensino de Ciências e Matemática	MP	Rocha Neto (2010)
Universidade Federal de São Carlos	UFSCar	Ensino de Ciências Exatas	MP	Neves (2010)
Universidade Federal do Rio Grande do Norte	UFRN	Educação	D	Pontes (2010) <sup>9</sup>

<sup>9</sup> O estudo de Pontes (2010) foi realizado com alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental, do primeiro ano do Ensino Médio e do Ensino Superior, mas consideramos como Educação Básica devido a parte desenvolvida com estudantes do Ensino Superior representar a minoria dos participantes desta pesquisa.

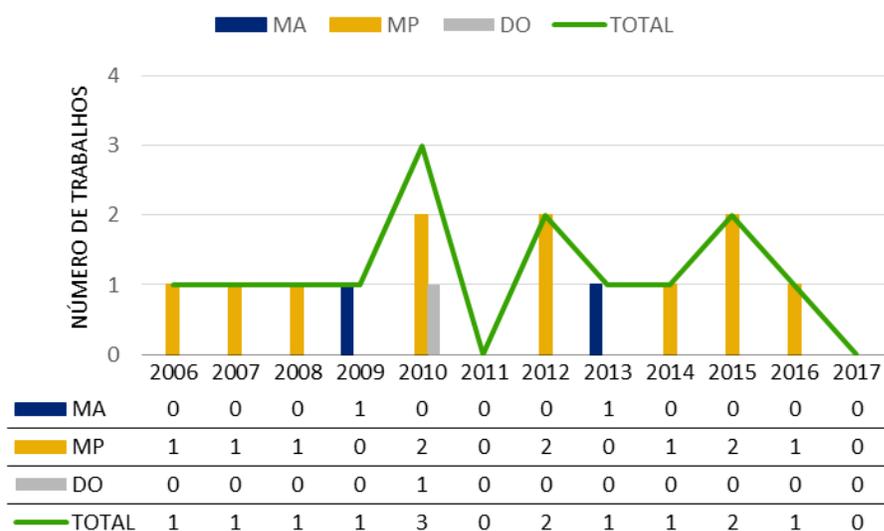
<b>INSTITUIÇÃO</b>	<b>SIGLA</b>	<b>PROGRAMA</b>	<b>MODALIDADE / NÍVEL</b>	<b>PESQUISA</b>
Universidade Federal de São Carlos	UFSCar	Ensino de Ciências Exatas	MP	Silva (2012)
Centro Universitário UNIVATES	UNIVATES	Ensino de Ciências Exatas	MP	Liell (2012)
Universidade Federal de Santa Catarina	UFSC	Educação Científica e Tecnológica	MA	Hillesheim (2013)
Universidade Federal do Ceará	UFC	Matemática	MP <sup>10</sup>	Rêgo (2014)
Centro Universitário UNIVATES	UNIVATES	Ensino de Ciências Exatas	MP	Costa (2015)
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	PUC/SP	Educação Matemática	MP	Souza (2015)
Universidade Regional de Blumenau	FURB	Ensino de Ciências Naturais e Matemática	MP	Ropelato (2016)
<b>TOTAL</b>				<b>14</b>

Fonte: Dados do levantamento realizado na plataforma BDTD

Considerando os 288 trabalhos localizados nas duas buscas feitas na BDTD, os 14 estudos empíricos, os quais constituem o *corpus* de análise, representam pouco menos de 5% dessa produção. Ainda que seja um percentual pequeno, é possível observar que (Gráfico 1), com exceção dos anos de 2011 e 2017, nos demais houve pelo menos uma pesquisa empírica que se referisse ao ensino de números inteiros. Dentre esses estudos, somente um é de doutorado e 13 são de mestrado, visto que, predominam os trabalhos realizados no âmbito dos mestrados profissionais, que são onze.

<sup>10</sup> Em Rêgo (2014), não há menção sobre a modalidade do mestrado, se acadêmico ou profissional. Como a folha de rosto registra que “Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará [...]” consideramos que se trata de Mestrado Profissional.

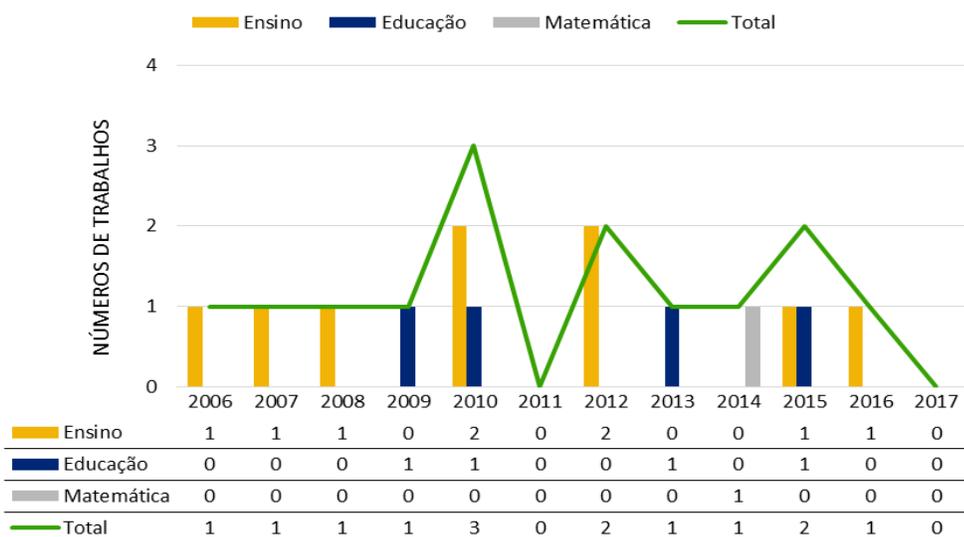
**Gráfico 1 – Distribuição dos trabalhos no período considerado**



Fonte: Dados da pesquisa

Ressaltamos o reduzido número de dissertações e teses de natureza empírica defendidas nos programas de pós-graduação em Educação. Em 12 anos, apenas três dissertações e uma tese abordam o ensino de números inteiros na Educação Básica nesses programas. Salienta-se o número crescente de pesquisas oriundas dos mestrados profissionais, com onze dissertações, o que representa pouco mais de 78% dos estudos analisados. Essa produção refletiu no número de trabalhos produzidos em programas vinculados à área de Ensino da BDTD (Gráfico 2).

**Gráfico 2 – Distribuição dos trabalhos de acordo com a área da BDTD**



Fonte: Dados da pesquisa

Em suma, o *corpus* de análise evidencia que a maioria das pesquisas relacionadas ao ensino de números inteiros é desenvolvida em programas de pós-graduação da área de Ensino e no nível de mestrado profissional, representando nove pesquisas. Ademais, o programa de pós-graduação em Ensino de Matemática da PUC/SP concentra o maior número de trabalhos defendidos. Essa tendência reflete as características do mestrado profissional na área de Ensino, abaixo indicadas, ou seja, pesquisa desenvolvida pelo professor no que se refere ao ensino:

- [...] I - a capacitação de pessoal para a prática profissional avançada e transformadora de procedimentos e processos aplicados, por meio da incorporação do método científico, habilitando o profissional para atuar em atividades técnico-científicas e de inovação;
- II - a formação de profissionais qualificados pela apropriação e aplicação do conhecimento embasado no rigor metodológico e nos fundamentos científicos;
- III - a incorporação e atualização permanentes dos avanços da ciência e das tecnologias, bem como a capacitação para aplicar os mesmos, tendo como foco a gestão, a produção técnico-científica na pesquisa aplicada e a proposição de inovações e aperfeiçoamentos tecnológicos para a solução de problemas específicos. (BRASIL, 2009, p. 20-21)

Ainda nesse cenário, BRASIL (2009) salienta que uma das relações dos mestrados profissionais com o ensino e a prática do professor é estimular o desenvolvimento de atividades e capacitar esses profissionais no âmbito de sua própria prática. Contribuindo, assim, tanto para o desenvolvimento da pesquisa sobre a prática em sala de aula quanto para a melhoria das condições de ensino.

Apresentados os processos de organização e de fichamento dos trabalhos listados no que tange ao ensino de números inteiros, na próxima parte, faremos uma análise quantitativa de alguns aspectos relacionados aos objetivos e à metodologia adotada dessas pesquisas.

## TENDÊNCIAS DAS PESQUISAS SOBRE O ENSINO DE NÚMEROS INTEIROS

Ao finalizarmos o levantamento da constituição do *corpus* de análise, realizamos o processo de fichamento das pesquisas de acordo com alguns campos do formulário, os quais foram selecionados pela orientadora. Nessa etapa, por meio da escrita de resumos, destacamos aspectos identificadores da pesquisa, tais como autor(a), título, ano, modalidade/nível (MA, MP ou D), palavras-chave, aspectos relacionados aos objetivos/questão de pesquisa, aspectos quanto aos procedimentos metodológicos, bem como tipo de pesquisa/coleta/produção de dados (natureza da pesquisa, abordagem metodológica da pesquisa, tipo de pesquisa quanto aos procedimentos e instrumento de produção de dados), se o(a) autor(a) era ou não professor(a) de Matemática da turma em que os dados foram produzidos, resultados relativos ao ensino de números inteiros e principais conclusões no que se referem à prática sobre o ensino de números inteiros. Esse processo nos permitiu perceber que os objetivos do estudo e a metodologia adotada estão relacionados com a prática profissional do docente em sala de aula no que concerne ao ensino de números inteiros.

Verificamos que, em relação à natureza da pesquisa, somente um estudo se caracteriza como bibliográfico/laboratorial e dois como experimental. Como estávamos em busca de trabalhos que se denominam de natureza empírica ou de campo, vimos que o predomínio recai sobre esses, que são 11 (79%). Essa concentração decorre do foco deste trabalho, que se volta para estudos sobre o ensino de números inteiros realizados em sala de aula. Considerando que a pesquisa empírica acontece por meio da experiência do pesquisador e que a de campo consiste na observação de fatos e fenômenos ou na busca de informações sobre um problema para o qual se procura uma resposta (MARCONI; LAKATOS, 2003), podemos cogitar que os autores dos trabalhos analisados, cujo foco é o ensino de números inteiros, evidenciam a experiência no ambiente em que os estudos desse conteúdo curricular são realizados.

A abordagem metodológica mais utilizada foi a qualitativa, identificada em nove das pesquisas analisadas (65%). Deparamo-nos com três estudos (21%) que se descrevem como quali-quantitativa e dois (14%) que caracterizam ser quanti-qualitativa. Nenhuma investigação foi reconhecida como quantitativa. Conforme as considerações de Bogdan e Biklen (1994), na investigação qualitativa a fonte de dados é o ambiente natural e observa-se que o pesquisador exerce um papel fundamental nesse processo, visto que, ele atua como principal instrumento de

pesquisa. Dessarte, verificamos que as investigações analisadas sobre o ensino de números inteiros refletem essas características.

No que se refere ao tipo de pesquisa quanto aos procedimentos, constatamos que os 14 estudos (100%) analisados indicaram ser do tipo etnográfica ou participante. Tendência, essa, que se justifica devido ao fato de concentrarmos na busca por pesquisas empíricas, as quais se experimenta na prática em sala de aula envolvendo o professor de Matemática.

Quanto aos instrumentos de produção de dados, percebe-se, por meio da Tabela 1, que a maioria das investigações utilizam outros tipos de instrumentos não mencionados no formulário, totalizando 24 (51%). Ressaltamos que sete dos trabalhos analisados indicaram usar mais de um tipo de instrumento, por esse motivo, a soma da quantidade de pesquisas da tabela (47) é um número superior ao que constitui o número de pesquisas do *corpus* de análise (14). Na categoria de outros tipos de instrumentos não mencionados no formulário estão as atividades feitas pelos alunos nas aulas consideradas em cada pesquisa, como por exemplo: ficha de autoavaliação, duas avaliações, teste diagnóstico, atividade das fichas, três jogos didáticos, testes, dois problemas computacionais, pré e pós-testes, duas intervenções de ensino, fotografias, registros escritos pelos alunos, realização de jogo, jogo virtual e produção de texto.

**Tabela 1** - Pesquisas de acordo com o instrumento de produção de dados

<b>INSTRUMENTOS</b>	<b>QUANTIDADE</b>	<b>%</b>
Entrevista (estruturada, semiestruturada ou narrativa)	1	2%
Questionário (fechado, aberto ou misto)	1	2%
Diário de campo	8	17%
Relato ou narrativa (oral ou escrito)	3	6%
Videogravação e/ou audiogravação	2	4%
Observação e registro de aulas	7	15%
Uso de protocolo ou ficha para coleta de dados	1	2%
Outros tipos de instrumentos não mencionados no formulário	24	51%
<b>TOTAL</b>	<b>47</b>	<b>99%</b>

Fonte: Dados da pesquisa

Localizamos ainda cinco trabalhos (36%) em que o pesquisador é o professor de Matemática da turma na qual o estudo foi realizado e apenas uma das investigações analisadas (7%) não há menção à atuação do pesquisador, visto que, não foi possível identificar essa informação no texto. Predominam os trabalhos em que o pesquisador não é professor de Matemática da turma, o que ocorre em oito estudos.

Em síntese, predominaram as pesquisas de natureza empírica ou de campo, de abordagem qualitativa, com procedimentos de pesquisa etnográfica ou participante. Os instrumentos de produção de dados mais usados foram: diário de campo e observação e registro de aulas, além de diversos outros tipos não mencionados no formulário. Nas pesquisas analisadas, identificamos que em oito trabalhos (57%) os autores não são professores de Matemática da turma em que os dados foram produzidos.

## O ENSINO DE NÚMEROS INTEIROS CONFORME AS PESQUISAS DO *CORPUS*

O processo analítico contemplou a retomada da leitura dos fichamentos feito na fase de produção dos dados do estudo. Recorremos, também, aos resumos das teses e dissertações em busca de resultados redigidos de forma mais sintética e, quando necessário, consultamos novamente outras partes das pesquisas, tais como análise de resultados e considerações finais, para complementar os resultados sintéticos apresentados no resumo de modo a buscar uma resposta que atendesse ao objetivo do estudo. A partir dos objetivos e dos resultados de cada pesquisa procuramos identificar os respectivos focos de análise. Nesse processo, emergiram três categorias segundo as quais os estudos foram organizados – **ano escolar**, **recurso didático** e **dificuldades dos alunos** – para identificar o conhecimento sobre o ensino de números inteiros presentes nos trabalhos que compõem o *corpus*.

As duas pesquisas desenvolvidas em um ano escolar diferente do previsto nos documentos curriculares para o estudo do conteúdo de números inteiros pertencem a categoria **ano escolar**; as oito realizadas a partir de propostas de ensino fundamentadas em **recursos didáticos** (jogos, tecnologias digitais da informação e comunicação (TIC) e outras abordagens didáticas) ficaram na segunda categoria e, na terceira, estão as quatro pesquisas cujo foco são as **dificuldades dos alunos**, como se pode ver no Quadro 2.

**Quadro 2** – Pesquisas organizadas conforme categorias de análise

<b>ANO ESCOLAR</b>	<b>RECURSO DIDÁTICO</b>	<b>DIFICULDADES DOS ALUNOS</b>
TODESCO (2006); RÊGO (2014)	GONÇALVES (2007); SOARES (2008); RODRIGUES (2009); NEVES (2010); LIELL (2012); HILLESHEIM (2013); COSTA (2015); ROPELATO (2016)	ROCHA NETO (2010); PONTES (2010); SILVA (2012); SOUZA (2015)

Fonte: Dados da pesquisa

Em cada uma dessas categorias, buscamos identificar quais são as tendências presentes nos resultados das pesquisas que compõem o *corpus* de análise e apontar como esses estudos se relacionam com a literatura descrita no referencial teórico deste trabalho.

### **Estudos associados à categoria ano escolar**

Em dois trabalhos (RÊGO, 2014; TODESCO, 2006) percebe-se um interesse dos autores em discutir quais seriam os efeitos de se ensinar números inteiros em anos da Educação Básica diferentes do sétimo ano do Ensino Fundamental, no qual o estudo desse conteúdo está previsto nos documentos curriculares (BRASIL, 2017). As pesquisas mencionadas são dissertações de mestrado profissional, sendo a primeira defendida no Programa em Educação Matemática da PUC/SP e, a segunda, no PROFMAT da UFC.

Todesco (2006) investiga “[...] a possibilidade e eficiência de se introduzir o número negativo na 3<sup>a</sup>. série do Ensino Fundamental [...]” (Resumo). Como resultado, o autor observa que “[...] a maioria dos alunos evidencia uma evolução de conceitos de ordenação de números inteiros e habilidade em lidar com o conceito de direção e sentido da reta” (TODESCO, 2006, p. 159). Além disso, destaca que os estudantes mostram “[...] de modo geral uma consolidação das nomenclaturas dos números inteiros” (TODESCO, 2006, p. 159). Ressalta, como conclusão, que os alunos “[...] obtiveram uma significativa compreensão dos números inteiros negativos [...]” (TODESCO, 2006, p. 180), visto que, as atividades desenvolvidas na sequência didática estavam relacionadas com um contexto familiar a eles.

Rêgo (2014) apresenta “[...] as principais dificuldades dos alunos do 1<sup>o</sup> ano do Ensino Médio da E.E.M. Virgílio Correia Lima no município de Pereiro-Ceará em operações fundamentais envolvendo os conjuntos dos números naturais, inteiros e racionais” (RÊGO, 2014, p. 12). Como resultado, o autor afirma que “[...] os alunos ingressam no Ensino Médio sem as mínimas condições de aprendizagem em Matemática [...]” (RÊGO, 2014, p. 13). Ao final do estudo, o autor conclui que “[...] o fato dos professores responsáveis pela alfabetização matemática, professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, não serem matemáticos; professores de matemática do 6<sup>o</sup> ao 9<sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental não terem a formação adequada; e a discrepância entre currículo e carga horária” (Resumo) são as principais causas, as quais, levam os alunos a ingressarem no Ensino Médio sem o domínio das operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão).

Em suma, a pesquisa de Todesco (2006) traz a possibilidade de ensinar sobre os números negativos ainda nos anos iniciais do Ensino Fundamental, visto que, os alunos da 3<sup>a</sup> série participantes do estudo apresentaram uma significativa compreensão do conceito de números inteiros. Enquanto em Rêgo (2014), o autor considera que os estudantes do 1<sup>o</sup> ano do Ensino

Médio deveriam ter um conhecimento prévio em relação aos números negativos, mas eles demonstraram dificuldades em assimilar as operações com os números inteiros. Tais dificuldades, nas palavras do pesquisador, estão associadas à qualificação dos professores que atuam no Ensino Fundamental.

Relacionando os resultados das duas pesquisas em que houve estudo sobre números inteiros em ano escolar diferente do previsto nos documentos curriculares em vigor (BRASIL, 2017) tendo em vista o referencial teórico, observamos que a pesquisa de Todesco (2006) tanto contrasta quanto confirma a literatura presente neste trabalho. Os resultados desse estudo contrastam com o referencial teórico ao afirmar que é possível ensinar sobre números inteiros três anos antes do previsto na BNCC (BRASIL, 2017), pois os alunos compreenderam o conceito desse conteúdo ainda na 3ª série do Ensino Fundamental. Confirma o referencial teórico ao identificar (e superar) um dos obstáculos epistemológicos descritos por Glaeser (1985 apud TEIXEIRA, 1993, p. 62) – “(3) dificuldade em unificar a reta numérica manifesta pela diferenciação qualitativa entre quantidades positivas e negativas, pela concepção da reta como mera justaposição de duas semi-retas opostas, ou ainda por desconsideração do caráter simultaneamente dinâmico e estático dos números”. O estudo também confirma o referencial teórico ao notar a presença de uma das representações significativas descritas por Bruno (1997 apud SCHINDLER; HUßMANN, 2013, p. 3) – “(a) a representação na reta numérica ou outros arranjos ordinais relativos à ordem dos inteiros (como... -3 -2 -1 0 1...)” – para reconhecer o número negativo, sendo essas fundamentais para o ensino desse conteúdo.

Os resultados da dissertação de Rêgo (2014) diferenciam do exposto no referencial teórico quando a pesquisa constata que os alunos do 1º ano do Ensino Médio ainda apresentaram dificuldades no ensino sobre números inteiros três anos depois do previsto na BNCC (BRASIL, 2017), ou seja, eles não compreenderam o conceito desses números no 7º ano do Ensino Fundamental e, posteriormente, as dificuldades em relação ao conteúdo persistiram, mesmo depois que esses estudantes fizeram as atividades propostas pelo autor para o ensino de números inteiros. Ademais, observamos que os alunos participantes dessa pesquisa não superaram nenhum dos seis obstáculos epistemológicos presentes no referencial teórico.

### **Estudos associados à categoria recurso didático**

Localizamos oito estudos (COSTA, 2015; GONÇALVES, 2007; HILLESHEIM, 2013; LIELL, 2012; NEVES, 2010; RODRIGUES, 2009; ROPELATO, 2016; SOARES, 2008) relacionados a essa categoria, que engloba as pesquisas caracterizadas pelo uso de jogos, tecnologias digitais da informação e da comunicação (TIC) ou outras abordagens didáticas como meio para ensinar sobre números inteiros. Todos são dissertações de mestrado, sendo seis defendidos em mestrados profissionais.

Quatro (COSTA, 2015; LIELL, 2012; NEVES, 2010<sup>11</sup>; SOARES, 2008) se desenvolvem a partir do uso de jogos em sala de aula para ensinar números inteiros no ano escolar previsto nos documentos curriculares para o estudo desse conteúdo<sup>12</sup>. Soares (2008), em sua dissertação de mestrado (modalidade profissional), investiga

[...] a potencialidade de se reintroduzir os números inteiros negativos, a partir de uma intervenção de ensino pautada em resolução de problemas, utilizando jogos como recurso didático e, também, verificar a compreensão dos alunos sobre as operações (adicionar e subtrair) com números inteiros positivos e negativos, a partir do trabalho realizado com o livro didático. (Resumo)

Como resultado, após realizar a intervenção de ensino, destaca que houve “[...] avanço no desempenho das questões relacionadas com a representação dos números inteiros negativos na reta numérica [...]” (SOARES, 2008, p. 137), visto que, antes das atividades propostas, os alunos apresentaram dificuldades em resolver expressões numéricas e eles representavam, na reta numérica, somente os números naturais. Em sua conclusão, o autor enfatiza que “[...] os jogos podem contribuir para a aprendizagem significativa dos números inteiros negativos” (Resumo) e possibilitam “[...] a compreensão das idéias [sic] das operações de adição e subtração de forma concreta por meio das inúmeras relações estabelecidas entre aluno x jogo, aluno x colegas e aluno x pesquisador em um contexto de resolução de problemas” (Resumo, **comentário nosso**).

Neves (2010) avalia em quais aspectos a atividade das fichas positivas e negativas e os jogos didáticos – Jogo do Dinossauro, Jogo do Hexágono e Jogo Matix – “[...] auxiliam o professor a desenvolver uma aprendizagem significativa, além de melhorar o desempenho da criatividade, espontaneidade e autonomia dos educandos” (Resumo). Como resultado do estudo, percebe que a atividade das fichas positivas e negativas facilita a compreensão dos alunos nas

---

<sup>11</sup> Embora esse estudo tenha sido realizado na quinta série e na sexta série, ele não foi associado a categoria **ano escolar** porque consideramos que o **recurso didático** utilizado (jogos) é o que caracteriza esse estudo quanto ao ensino de números inteiros.

<sup>12</sup> Os estudos de Liell (2012) e Neves (2010) foram realizados na sexta série, ano que corresponde atualmente ao sétimo ano. Costa (2015) e Soares (2008) citam em seus estudos sétimo ano.

operações de adição entre números inteiros positivos e entre números inteiros positivos e negativos. Na conclusão, salienta que o fato de ensinar os alunos sobre “[...] os números relativos por meio de jogos e atividades os tornou mais receptivos com a matemática” (NEVES, 2010, p. 97) e eles “[...] puderam perceber que a matemática os auxilia de alguma forma nas atividades cotidianas” (NEVES, 2010, p. 97).

Liell (2012) verifica como as atividades desenvolvidas por meio do jogo matemático ‘Roletrando dos Inteiros’ “[...] contribui para a aprendizagem da noção de números inteiros e das operações básicas desse conjunto numérico” (Resumo). Destaca, como resultado, que a “[...] aprendizagem dos números inteiros é facilitada quando são realizadas atividades pedagógicas utilizando jogos, pois os alunos transferem os conhecimentos e as constatações construídas com eles às atividades que são propostas” (LIELL, 2012, p. 105). Ademais, “[...] o jogo possibilitou controlar e corrigir os erros, rever respostas e descobrir onde houve falha ou sucesso e porque isso ocorreu, desenvolvendo a autonomia para continuar aprendendo” (LIELL, 2012, p. 105). Ao finalizar o estudo, o pesquisador conclui que o “[...] jogo *Roletrando dos Inteiros* é uma ferramenta que possibilita a realização de metodologia facilitadora para a construção do conceito de número inteiro e das operações desse conjunto numérico [...]” (LIELL, 2012, p. 105, grifo do autor).

Costa (2015) orienta seu estudo de modo a “[...] avaliar se o uso de materiais alternativos para o ensino das operações dos números inteiros é potencialmente significativo como recurso na aprendizagem dessas operações” (Resumo). Fazendo o uso de jogo virtual, bolas de futebol, extratos bancários, figuras de pessoas em fileira, figuras de objetos (cesta de cipó, sandália e caixa de sabão) e figuras de frutas (laranja e tomate), que chamou de materiais alternativos, como resultado, o autor observa que

Os materiais alternativos proporcionaram a compreensão das operações com os números inteiros; promoveram as relações e inter-relações entre os participantes, favorecendo o entendimento acerca das diferenças e respeito às diversas opiniões dos colegas, fato esse que também contribuiu para melhor entendimento dos conteúdos. (COSTA, 2015, p. 137)

Em resumo, as quatro dissertações de mestrado (COSTA, 2015; LIELL, 2012; NEVES, 2010; SOARES, 2008) trazem a possibilidade do uso de jogos em sala de aula como um recurso didático que, segundo esses autores, contribui para a aprendizagem dos números inteiros. Soares (2008), assim como os três outros estudos analisados, considera que o uso de jogos também facilita a compreensão dos alunos sobre as operações com os números inteiros. Além desse

resultado, Neves (2010), em sua pesquisa, ressalta que os alunos participantes tiveram a percepção de que a matemática os auxilia nas atividades do cotidiano. Enquanto Liell (2012) e Costa (2015) relatam que o uso de jogos desenvolve a autonomia dos estudantes. Esse último revela ainda que tal recurso didático promove relações e inter-relações entre os participantes.

Sintetizando os resultados dessas quatro pesquisas, observamos que o uso de jogos como recurso didático proporcionou a compreensão dos alunos no que se refere aos números inteiros. Contrastando com o referencial teórico utilizado neste trabalho, no estudo de Soares (2008), percebemos que, após realizar as atividades propostas, houve superação de um dos obstáculos epistemológicos – “(3) dificuldade em unificar a reta numérica manifesta pela diferenciação qualitativa entre quantidades positivas e negativas, pela concepção da reta como mera justaposição de duas semi-retas opostas, ou ainda por desconsideração do caráter simultaneamente dinâmico e estático dos números” (TEIXEIRA, 1993, p. 62) – descrito por Glaeser (1985 apud TEIXEIRA, 1993), levando os estudantes a representar esses números corretamente na reta numérica. Isso possibilitou uma compreensão dos alunos acerca das operações de adição e subtração envolvendo o número inteiro negativo. Liell (2012) afirma, que as atividades desenvolvidas a partir do uso de jogos permitiram verificar os erros dos alunos e como esses ocorreram. Contudo, como tais erros não foram descritos na pesquisa, não nos foi possível verificar como eles se relacionam, por exemplo, com as formas de manifestação dos obstáculos epistemológicos descritos por Glaeser (1985 apud TEIXEIRA, 1993). Neves (2010) e Costa (2015) consideram que o uso de jogos para ensinar sobre números inteiros auxiliou os alunos no desenvolvimento das atividades no cotidiano, de modo a contribuir para o estudo sobre esses números. Ainda que os PCN (BRASIL, 1998) indiquem a pertinência de abordagens apoiadas no cotidiano dos estudantes, esse mesmo documento destaca que as atividades propostas para o ensino de números inteiros não devem restringir-se apenas a situações do cotidiano, pois essas não são suficientes para a compreensão desse conteúdo.

Duas dissertações (GONÇALVES, 2007; RODRIGUES, 2009) abordam o uso das TIC para ensinar números inteiros. Gonçalves (2007) investiga como os alunos da 6ª série “[...] resolvem situações-problema envolvendo Números Inteiros, utilizando o programa computacional chamado *Aplusix*” (Resumo, grifo da autora). Como resultado, a autora verifica que “[...] o problema envolvendo um jogo de cartas, houve uma porcentagem maior de acertos em relação ao problema envolvendo deslocamento de andares de um prédio” (Resumo). Na

conclusão do estudo, enfatiza que a maioria das respostas dos alunos mostram dificuldades em fazer a conversão do enunciado do problema no registro de representação da língua natural para o registro de representação numérica.

O objetivo do estudo apresentado em Rodrigues (2009) consiste “[...] na construção de um Objeto de Aprendizagem (OA) fundamentado sob a perspectiva lógico-histórica e, em decorrência de sua utilização em sala de aula, na análise das potencialidades formadoras do conceito números inteiros” (Resumo). Como resultado, evidenciou que o desenvolvimento do OA

[...] apresentou-se como uma possibilidade flexível de criação, rompendo com os entraves dos aspectos estritamente simbólicos do conceito números inteiros, com as situações cotidianas isoladas e com os recursos mnemônicos utilizados para decorar as regras operatórias, abordagens que tanto frequentam as salas de aulas do Ensino Fundamental e que dão à sensação enganosa e mecânica do domínio fácil dos números inteiros. (RODRIGUES, 2009, p. 157)

Ademais, a pesquisadora ressalta que “[...] na maioria das atividades, ao iniciar uma situação-problema os alunos demonstraram uma tendência em orientarem-se por suas ideias, conceitos e conhecimentos familiares [...]” (RODRIGUES, 2009, p. 212). Ao final do estudo, a autora conclui que, a prática pedagógica realizada com o OA na 6ª série participante aponta

[...] a relevância de situações-problema que configuram um espaço de navegação, permitindo a interferência e criatividade do utilizador nos critérios de resolução. Portanto, um olhar sobre o trânsito dos juízos e deduções suscitados em dilemas entre o conhecimento pré-existente e a apropriação de um novo saber, propiciou concluir que as problemáticas dispostas de modo flexível e interativo viabilizaram pensar e operar com os contrários qualitativa e quantitativamente. (Resumo)

Em síntese, ambos os estudos (GONÇALVES, 2007; RODRIGUES, 2009) trazem como os alunos da 6ª série, que participaram das pesquisas, resolvem situações-problema com os números inteiros a partir do uso das TIC. Na pesquisa de Gonçalves (2007), as dificuldades apresentadas pelos alunos estavam em relacionar os andares de um prédio com números inteiros e em resolver operações de adição e subtração com esses números. Enquanto Rodrigues (2009), a partir das situações-problema realizadas com o OA, a autora relata que os alunos apresentaram uma ruptura com os aspectos estritamente simbólicos do conceito de números inteiros, com as situações do cotidiano isoladas e com a memorização de regras, além de demonstrarem ideias, conceitos, conhecimentos pré-existentes e criatividade. Ainda, nas palavras da autora, a atividade desenvolvida viabilizou que os participantes pensassem e operassem com os contrários.

Contrastando os resultados desses dois estudos com o referencial teórico utilizado neste trabalho observamos que, na pesquisa de Gonçalves (2007), após realizar a atividade proposta, as

dificuldades e erros dos alunos ainda persistiram. Tais dificuldades e erros estão associados às operações de adição e subtração com números inteiros, bem como com o deslocamento e o posicionamento dos negativos na reta numérica em relação à origem, pois eles não representavam o sinal negativo associado aos andares do prédio na atividade proposta. Esse resultado denota a presença de um dos obstáculos – dificuldade em unificar a reta numérica – mencionado por Baldino (1990 apud TEIXEIRA, 1993). No estudo de Rodrigues (2009), os alunos reconhecem o número negativo em suas representações em algum contexto do mundo real (por exemplo, temperaturas, dívidas e ativos), assim como afirma Bruno (1997 apud SCHINDLER; HUBMANN, 2013). Além disso, notamos que, ao final das atividades desenvolvidas, a tendência manifestada pelos alunos indica que eles compreenderam o conceito de números inteiros e suas operações. Tal tendência indica superação de um dos obstáculos descrito por Glaeser (1985 apud TEIXEIRA, 1993) – “(5) dificuldade de afastar-se de um sentido “concreto” atribuído aos seres numéricos: fixação no estágio das operações concretas por oposição ao formal” (TEIXEIRA, 1993, p. 62) – pois as atividades propostas levaram os estudantes a compreenderem o conceito de números inteiros e a operar com esses números de forma despreendida de regras de memorização. Assim, os resultados do estudo de Rodrigues (2009) corroboram as recomendações expressas nos PCN (BRASIL, 1998) de que as atividades com base em situações do cotidiano não são suficientes para o ensino e compreensão de números inteiros.

Também identificamos dois estudos que usam outras abordagens didáticas como recurso para ensinar sobre números inteiros, a partir da experiência do princípio de extensão (HILLESHEIM, 2013) ou de situações-problema (ROPELATO, 2016).

A dissertação de mestrado de Hillesheim (2013) analisa “[...] uma sequência de ensino em que as operações de adição, multiplicação e subtração com números inteiros relativos serão abordados [sic] por meio do ‘princípio de extensão’ [...]” (HILLESHEIM, 2013, p. 26, **comentário nosso**) e verifica “[...] as possíveis contribuições no processo de ensino e aprendizagem” (HILLESHEIM, 2013, p. 26). A autora recorre a Caraça (1963) para definir o princípio de extensão:

[...] o homem tem tendência a generalizar e entender todas as aquisições do seu pensamento, seja qual for o caminho pelo qual essas aquisições se obtêm, e a procurar o maior rendimento possível dessas generalizações pela exploração metódica de todas as suas conseqüências. Todo o trabalho intelectual do homem é, no fundo, orientado por certas normas, certos princípios. Aquele princípio em virtude do qual se manifesta a tendência que acabamos de mencionar, daremos o nome de princípio de extensão. (CARAÇA, 1963, p. 10, apud HILLESHEIM, 2013, p. 89)

Como resultado, a autora percebe que “[...] o ensino da adição de números relativos, conduzido através de deslocamentos sobre a reta numérica, proporcionou aos alunos uma aprendizagem desprendida de regras pré-estabelecidas” (HILLESHEIM, 2013, p. 173). Destaca que os participantes “[...] foram capazes de sinalizar a formação de generalizações a respeito das regras de sinais para a adição de números inteiros” (HILLESHEIM, 2013, p. 173), mas apresentaram dificuldades no conceito de subtração nos relativos, uma vez que, a concepção de subtração deles estava relacionada à ação de tirar. Na operação de multiplicação com números inteiros relativos, a autora constata que “[...] os alunos num processo de observação, de experimentação, de tentativas e erros foram capazes de fazer generalizações, percebendo que a multiplicação entre dois números negativos precisa ser positivo, a fim de atender as regras da consistência interna da própria matemática” (HILLESHEIM, 2013, p. 177-178).

Ropelato (2016) verifica “[...] quais as contribuições do ensino, a partir de Situações Problema, dos conceitos básicos de Números Inteiros, para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública municipal na cidade de Timbó” (Resumo). Como resultado, salienta que as atividades propostas possibilitam desenvolver a autonomia e a criatividade nos alunos. Ao finalizar a pesquisa, a autora conclui que

[...] o trabalho com resolução de situações problema é uma forma eficaz de levar os alunos a entenderem os conceitos básicos dos Números inteiros uma vez que, por meio desta metodologia, foi possível resgatar os conhecimentos que os alunos possuíam acerca dos Números Naturais e levá-los a entender este novo conjunto numérico. Também foi possível esclarecer problemas explorando questões do conhecimento deles e envolvê-los de forma prática na resolução de algumas situações. (ROPELATO, 2016, p. 58)

Em suma, os estudos (HILLESHEIM, 2013; ROPELATO; 2016) usam outras abordagens didáticas como recurso para ensinar sobre números inteiros no 7º ano do Ensino Fundamental, a partir do princípio de extensão ou de situações-problema. Na pesquisa de Hillesheim (2013), a autora constata que, nas operações de adição e multiplicação de números inteiros, os alunos foram capazes de fazer generalizações a fim de estabelecerem uma regra para essas operações. Não obstante, ressalta que os alunos apresentaram dificuldades na subtração de números inteiros, pois a concepção de subtrair estava associada à ação de tirar. Já o estudo de Ropelato (2016) considera que a resolução de situações-problema leva os alunos a entenderem o conceito de números inteiros de modo a resgatar os conhecimentos prévios sobre os números naturais.

Contrastando os resultados das duas dissertações com o referencial teórico presente neste trabalho observamos que, na pesquisa de Hillesheim (2013), os alunos compreenderam o conceito de adição pois, conforme Teixeira (1993) afirma, eles adquiriram um novo significado da adição, o qual não se limita a ideia de acrescentar. Além disso, os estudantes apresentaram uma ruptura da ideia em operar como se os inteiros fossem números naturais. Também, com relação à operação de multiplicação, percebemos que os alunos compreenderam o conceito, visto que, em concordância com Teixeira (1993), há uma duplicidade dessas operações a partir do momento em que eles obtêm uma generalização das ‘regras de sinais’. Entretanto, não compreenderam o conceito de subtração, pois os alunos têm a concepção de que operar a subtração está associado à ideia de tirar, ou seja, eles não relacionam os números negativos nessa operação com a inversa da adição. Diferentemente do estudo de Hillesheim (2013), na dissertação de Ropelato (2016), os alunos compreenderam o conceito das operações com números inteiros, uma vez que, já operam com esses números mobilizando seus conhecimentos prévios. Desse modo, notamos que os alunos reconhecem os números negativos e não há presença dos obstáculos epistemológicos para a compreensão de números relativos descritos por Glaeser (1985 apud TEIXEIRA, 1993), sendo esses superados por eles após a realização da atividade proposta.

Os oito estudos da categoria foram organizados conforme os três recursos didáticos – jogos, uso das TIC e outras abordagens didáticas – que identificamos. Em síntese e nas palavras dos autores (COSTA, 2015; LIELL, 2012; NEVES, 2010; SOARES, 2008), o uso de jogos em sala de aula contribui para a aprendizagem significativa e possibilita a compreensão dos alunos nas operações com os números inteiros. Gonçalves (2007) e Rodrigues (2009), ao utilizar as TIC, enfatizam que alguns alunos demonstraram conhecimento em relação aos números inteiros, entretanto, apresentaram dificuldades nas operações com esses números. Nos estudos que se desenvolvem a partir de situações-problema (ROPELATO, 2016) e do princípio de extensão (HILLESHEIM, 2013), as autoras perceberam que os alunos participantes foram capazes de fazer generalizações no que se diz respeito às operações com os números inteiros, bem como as práticas com esses recursos didáticos em sala de aula desenvolveram a autonomia e a criatividade deles.

Contrastando esses resultados presentes nos oitos estudos com o referencial teórico, observamos que quase todas as pesquisas da categoria recurso didático denotam superação do mesmo obstáculo – “(3) dificuldade em unificar a reta numérica manifesta pela diferenciação

qualitativa entre quantidades positivas e negativas, pela concepção da reta como mera justaposição de duas semi-retas opostas, ou ainda por desconsideração do caráter simultaneamente dinâmico e estático dos números” (TEIXEIRA, 1993, p. 62) – descrito por Glaeser (1985 apud TEIXEIRA, 1993) e defendido por Baldino (1990 apud TEIXEIRA, 1993). Ainda, notamos que a maioria dessas pesquisas estão, também, de acordo com os PCN (BRASIL, 1998) ao ressaltarem que somente as atividades desenvolvidas com base em situações do cotidiano dos alunos não são suficientes para a aprendizagem de números inteiros. Ademais, constatamos a presença de outros obstáculos defendidos por Glaeser (1985 apud TEIXEIRA, 1993) que foram superados nos estudos de Rodrigues (2009) e Ropelato (2016). Portanto, esses resultados mostram que diferentes recursos didáticos – jogos, TIC e outras abordagens didáticas – podem contribuir para a superação de um mesmo obstáculo.

### **Estudos associados à categoria dificuldades dos alunos**

Em quatro estudos (PONTES, 2010<sup>13</sup>; ROCHA NETO, 2010; SILVA, 2012; SOUZA, 2015<sup>14</sup>) observamos um interesse dos autores em discutir sobre o ensino de números inteiros em relação as dificuldades dos alunos, categoria essa, que engloba os obstáculos, os conhecimentos prévios para resolver situações envolvendo um objeto matemático, as principais elaborações explicitadas e as causas dessas dificuldades apresentadas pelos estudantes sobre o ensino desse conteúdo.

A tese de doutorado (PONTES, 2010) defendida no Programa de Educação da UFRN identifica “[...] se o tipo de abordagem para a justificativa da multiplicação entre números inteiros é mais bem [sic] compreendida pelos alunos e se essas justificativas contém elementos de superação dos obstáculos epistemológicos, nos processos de ensino e aprendizagem de números inteiros” (PONTES, 2010, p. 15, **comentário nosso**). Como resultado, a autora destaca que “[...] dentre as abordagens – aritmética, geométrica, algébrica e axiomática – dadas ao produto de dois números negativos, que os alunos compreendiam melhor a que usava argumentos aritméticos” (Resumo). Constata, ainda, que “[...] a construção do conhecimento de Matemática, em relação

---

<sup>13</sup> O estudo de Pontes (2010) foi realizado com alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental, do primeiro ano do Ensino Médio e do Ensino Superior, mas consideramos que o foco foi a **dificuldade dos estudantes**, aspecto que neste estudo julgamos mais importante que o **ano escolar** em que se encontram os participantes.

<sup>14</sup> Embora esse estudo tenha sido realizado no sexto ano, ele não foi associado a categoria **ano escolar** porque consideramos como aspecto que caracteriza essa pesquisa está relacionada as **dificuldades dos alunos** quanto ao ensino de números inteiros.

aos números inteiros, tem mais êxito e obtém maior consistência quando se baseia em situações do cotidiano do aluno e valoriza os seus conhecimentos prévios” (PONTES, 2010, p. 129-130).

Ao final do estudo, Pontes (2010) conclui que

Os resultados obtidos indicam que a justificativa para a regra de sinais que é considerada de mais fácil compreensão pela maioria dos alunos dos ensinos fundamental, médio e superior pode ser usada para facilitar a compreensão da unificação da reta numérica, um obstáculo amplamente identificado no processo de ensino/aprendizagem na atualidade. (Resumo)

O estudo de Rocha Neto (2010) tem como objetivo “[...] identificar as causas que levam os alunos a terem dificuldades com o estudo de números inteiros [...]” (Resumo). Como resultado, o autor observa que os alunos “[...] souberam comparar, colocar em ordem crescente e solucionar problemas de adição e subtração [...]” (ROCHA NETO, 2010, p. 42) envolvendo os números inteiros. Verifica, ainda, “[...] uma ligeira confusão por parte dos alunos quando colocavam em ordem os números negativos, pois os mesmos colocaram pela ordem do valor absoluto, não considerando o sinal de ( - )” (ROCHA NETO, 2010, p. 41). Ao finalizar a pesquisa, o autor conclui que

[...] as dificuldades apresentadas pelos alunos estão, em parte, relacionadas com os procedimentos e métodos usados pelos professores que priorizam o ensino para a memorização de regras e o predomínio de solução de exercícios mais que a compreensão dos conceitos por parte dos alunos, condição essencial para a aprendizagem. (ROCHA NETO, 2010, p. 54)

Silva (2012) analisa “[...] as principais elaborações explicitadas por estudantes do 7º ano de ensino fundamental sobre números inteiros e suas operações” (Resumo). Como resultado, a autora indica que os alunos, participantes do estudo, entendem que não “[...] existe nada menor que zero” (SILVA, 2012, p. 79). Ressalta, como conclusão do estudo, que “[...] as elaborações explicitadas neste episódio, em relação às dificuldades sobre os números inteiros foram apresentar os registros com notação mais rigorosa e explicitar, usando parênteses, a diferença do significado do sinal do número como sinal das operações” (SILVA, 2012, p. 89).

O objetivo do estudo apresentado em Souza (2015) é verificar

[...] como os alunos do 6º ano do ensino fundamental, que não tiveram contato formal com os números inteiros e suas operações, mobilizam seus conhecimentos prévios para resolver situações que envolvam esse objeto matemático e se os mesmos poderiam se desenvolver de forma autônoma para a sua compreensão. (Resumo)

Como resultado, o autor destaca que “[...] com o auxílio da tecnologia, foi possível proporcionar ao aluno uma interação com o objeto matemático, possibilitando uma reflexão para que fossem feitas novas conjecturas sobre as questões propostas” (SOUZA, 2015, p. 104). Ao

finalizar a pesquisa, ressalta que o estudo “[...] permitiu identificar o alcance dos conhecimentos prévios dos alunos para compreender os números inteiros e suas operações, e também os obstáculos que os mesmos enfrentaram para o desenvolvimento desse conteúdo” (Resumo).

Em síntese, os quatro estudos (PONTES, 2010; ROCHA NETO, 2010; SILVA, 2012; SOUZA, 2015) buscam discutir sobre o ensino de números inteiros no que se refere às dificuldades dos alunos. Na tese de Pontes (2010), a autora identifica que a ‘regra de sinais’ pode ser usada para facilitar a compreensão da unificação da reta numérica. Enquanto na dissertação de Rocha Neto (2010), o autor salienta que os alunos compreenderam as operações de adição e subtração de números inteiros, mas demonstraram dificuldades associadas em ordenar os números negativos na reta numérica, pois eles consideraram somente o valor absoluto. No estudo de Silva (2012), o pesquisador ressalta que os alunos apresentaram dificuldades nas operações com os números negativos e eles não compreenderam a unificação da reta numérica. E na pesquisa de Souza (2015), o autor destaca que, a partir do objeto matemático, os alunos mobilizaram seus conhecimentos prévios de modo a contribuir para o ensino sobre números inteiros e superar obstáculos que eles enfrentaram durante o desenvolvimento das atividades propostas.

Relacionando os resultados dessas quatro pesquisas com o referencial teórico utilizado neste trabalho, observamos a presença de dois obstáculos epistemológicos descritos por Glaeser (1985 apud TEIXERA, 1993, p. 62) – “(3) dificuldade em unificar a reta numérica manifesta pela diferenciação qualitativa entre quantidades positivas e negativas, pela concepção da reta como mera justaposição de duas semi-retas opostas, ou ainda por desconsideração do caráter simultaneamente dinâmico e estático dos números; (4) ambigüidade dos dois zeros: zero absoluto e zero como origem”. Na tese de Pontes (2010), as dificuldades relacionadas ao obstáculo epistemológico (3) são superadas a partir do momento em que os alunos compreendem os números relativos por meio das ‘regras de sinais’, sendo essa considerada pela autora como forma de facilitar a compreensão desse obstáculo. Contudo, esse resultado diverge com o que está descrito no referencial teórico, pois a compreensão do que seja números inteiros se dá por meio de abstrações e generalizações e são desprezadas de regras. Diferentemente do estudo de Pontes (2010), a pesquisa de Rocha Neto (2010) menciona esse mesmo obstáculo epistemológico citado no referencial teórico ao confirmar que as dificuldades e erros dos alunos estão associadas ao priorizar a ‘regra de sinais’ para ensinar sobre números inteiros sem dar ênfase ao conceito desse

conteúdo. No estudo de Silva (2012), notamos nos resultados a presença do obstáculo epistemológico (4), confirmando que os alunos não compreenderam o conceito de números negativos, visto que, eles não reconhecem a existência desses números e não os diferenciam da concepção de zero origem, mas sim assimilam a ideia dos números naturais em que o zero representa ausência de quantidade. Por fim, em Souza (2015) não foi possível relacionar os resultados da pesquisa com os obstáculos epistemológicos presentes no referencial teórico.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho procuramos apresentar e discutir as principais tendências nas dissertações e teses produzidas em programas brasileiros de pós-graduação *stricto sensu*, no período de 2006 a 2017, que têm como foco o ensino de números inteiros na Educação Básica. Buscando representar um panorama configurado por essas 14 pesquisas empíricas sobre o ensino de números inteiros nas áreas de Educação, Ensino e Matemática organizamos esses estudos em três categorias: **ano escolar**, **recurso didático** e **dificuldades dos alunos**.

A maioria das pesquisas relacionadas ao ensino de números inteiros, defendidas no período estudado, são desenvolvidas em programas de pós-graduação da área de Ensino e no nível de mestrado profissional (nove pesquisas). O programa de pós-graduação em Ensino de Matemática da PUC/SP concentra o maior número de trabalhos defendidos, o que era esperado, uma vez que são características do mestrado profissional na área de Ensino, sendo essas pesquisas desenvolvidas pelo professor no âmbito de sua própria prática.

Desse modo, delimitamos o *corpus* das dissertações e teses com 14 pesquisas empíricas que abordam o ensino de números inteiros na Educação Básica, de 2006 a 2017, em dez programas brasileiros de pós-graduação de oito instituições de Ensino Superior.

Predominaram, no período de 2006 a 2017, as pesquisas de natureza empírica ou de campo (79%) devido ao fato de concentrarmos na busca por estudos que se experimentavam na prática em sala de aula envolvendo o professor de Matemática. Quase todos os trabalhos foram orientados pelo paradigma qualitativo (65%) e com procedimentos de pesquisa do tipo etnográfica ou participante (100%). No que se refere aos instrumentos de produção de dados os mais usados foram: observação e registro de aulas (15%), diário de campo (17%) e diversos outros tipos não mencionados no formulário (51%). Além disso, prevaleceram os trabalhos em que o pesquisador não é o professor de Matemática (57%) da turma na qual o estudo foi realizado.

Dos 14 estudos desenvolvidos em programas brasileiros de pós-graduação sobre o ensino de números inteiros, de 2006 a 2017, um pouco mais da metade foi realizado a partir de propostas de ensino fundamentadas em **recursos didáticos**, ou seja, os trabalhos tratam de diferentes recursos, tais como jogos, tecnologias digitais de informação e comunicação (TIC) e outras abordagens didáticas como meio para ensinar sobre esse conteúdo. As pesquisas que pertenceram a categoria sobre as **dificuldades dos alunos** somam quatro, o que representa 29% das

analisadas. Apenas dois trabalhos, 14% do total, se desenvolvem em um **ano escolar** diferente do previsto nos documentos curriculares (BRASIL, 2017). Em relação as três categorias, identificamos quais são as tendências presentes nos resultados das pesquisas que compõem o *corpus* de análise e apontamos como esses estudos se relacionaram com a literatura descrita no referencial teórico deste trabalho.

Na categoria **ano escolar**, identificamos um interesse dos autores em discutir quais seriam os efeitos de ensinar sobre números inteiros em anos da Educação Básica diferentes do sétimo ano do Ensino Fundamental. Nas pesquisas (RÊGO, 2014; TODESCO, 2006) associadas a essa categoria, Todesco (2006) trouxe a possibilidade de ensinar sobre números inteiros três anos antes do previsto nos documentos curriculares (BRASIL, 2017) e Rêgo (2014) constatou que os estudantes apresentaram dificuldades no ensino desse conteúdo três anos depois do previsto em Brasil (2017). Os resultados do estudo de Todesco (2006) confirmam o referencial teórico ao denotar a presença de um dos obstáculos epistemológicos defendido por Glaeser (1985 apud TEIXEIRA, 1993, p. 62) – “(3) dificuldade em unificar a reta numérica manifesta pela diferenciação qualitativa entre quantidades positivas e negativas, pela concepção da reta como mera justaposição de duas semi-retas opostas, ou ainda por desconsideração do caráter simultaneamente dinâmico e estático dos números” –, que foi superado pelos alunos da 3ª série do Ensino Fundamental que participaram do estudo. Com isso, mostrou que é possível ensinar sobre números inteiros ainda nos anos iniciais do Ensino Fundamental de modo que os obstáculos epistemológicos sejam superados. Resultado diferente se observa na dissertação de Rêgo (2014), em que os alunos não superaram nenhum dos obstáculos epistemológicos presentes no referencial teórico.

Os oito estudos (COSTA, 2015; GONÇALVES, 2007; HILLESHEIM, 2013; LIELL, 2012; NEVES, 2010; RODRIGUES, 2009; ROPELATO, 2016; SOARES, 2008) associados à categoria **recurso didático** foram subdivididos em outros três grupos, conforme os recursos usados para ensinar números inteiros: jogos, TIC ou outras abordagens didáticas. Quase todas as pesquisas dessa categoria denotaram superação do mesmo obstáculo epistemológico descrito por Glaeser (1985 apud TEIXEIRA, 1993) e defendido por Baldino (1990 apud TEIXEIRA, 1993) – “(3) dificuldade em unificar a reta numérica manifesta pela diferenciação qualitativa entre quantidades positivas e negativas, pela concepção da reta como mera justaposição de duas semi-retas opostas, ou ainda por desconsideração do caráter simultaneamente dinâmico e estático dos

números” (TEIXEIRA, 1993, p. 62). Em duas pesquisas (RODRIGUES, 2009; ROPELATO, 2016) constatamos a presença de outros obstáculos também defendidos por Glaeser (1985 apud TEIXEIRA, 1993), que foram superados após o desenvolvimento das atividades propostas. Em apenas uma pesquisa (LIELL, 2012) não nos foi possível identificar como os resultados se relacionam com o referencial teórico, pois as dificuldades e os erros dos alunos participantes não foram descritos pelo autor no estudo. Em três trabalhos (COSTA, 2015; NEVES, 2010; RODRIGUES, 2009) dessa categoria, os pesquisadores concordam com os PCN (BRASIL, 1998) ao ressaltarem que as atividades desenvolvidas para o ensino de números inteiros com base em situações do cotidiano não são suficientes para a compreensão desse conteúdo. Nesse sentido, concluímos que diferentes **recursos didáticos** podem contribuir para a superação de um mesmo obstáculo – dificuldade em unificar a reta numérica.

A categoria **dificuldades dos alunos** englobou quatro trabalhos (PONTES, 2010; ROCHA NETO, 2010; SILVA, 2012; SOUZA, 2015) sobre os obstáculos didáticos, os conhecimentos prévios para resolver situações envolvendo um objeto matemático, as principais elaborações explicitadas e as causas dessas dificuldades apresentadas pelos alunos sobre o ensino de números inteiros. Identificamos a presença de dois obstáculos defendidos por Glaeser (1985 apud TEIXEIRA, 1993) em três trabalhos (PONTES, 2010; ROCHA NETO, 2010; SILVA, 2012), sendo que duas pesquisas (PONTES, 2010; ROCHA NETO, 2010) denotam a presença do mesmo obstáculo – “(3) dificuldade em unificar a reta numérica manifesta pela diferenciação qualitativa entre quantidades positivas e negativas, pela concepção da reta como mera justaposição de duas semi-retas opostas, ou ainda por desconsideração do caráter simultaneamente dinâmico e estático dos números” (TEIXEIRA, 1993, p. 62). Em um desses estudos (SOUZA, 2015), não foi possível relacionar os resultados apresentados pelo autor com os obstáculos presentes no referencial teórico.

Com a realização deste trabalho, foi possível verificar que os estudos empíricos sobre o ensino de números inteiros na Educação Básica ainda são em reduzido número de pesquisas (14) encontradas em 12 anos. Boa parte dessa produção foi impulsionada pelos mestros profissionais que estimulam o desenvolvimento de atividades e capacitam os professores no âmbito de sua própria prática, contribuindo tanto para o desenvolvimento da pesquisa sobre a prática em sala de aula quanto para a melhoria das condições de ensino. Ainda assim, nos anos de 2011 e 2017 não localizamos nenhum estudo empírico dedicado ao tema.

Dentre as 14 pesquisas analisadas, observamos a mesma tendência em oito (GONÇALVES, 2007; PONTES, 2010; ROCHA NETO, 2010; RODRIGUES, 2009; ROPELATO, 2016; TODESCO, 2006; SILVA, 2012; SOARES, 2008): a presença de dificuldades dos estudantes que podem ser associadas aos obstáculos epistemológicos descritos por Glaeser (1985 apud TEIXEIRA, 1993). Dentre esses oito estudos, seis (GONÇALVES, 2007; PONTES, 2010; ROCHA NETO, 2010; ROPELATO, 2016; TODESCO, 2006; SOARES, 2008;) apresentaram o obstáculo como dificuldade identificada pelos autores ao desenvolverem suas pesquisas – “(3) dificuldade em unificar a reta numérica manifesta pela diferenciação qualitativa entre quantidades positivas e negativas, pela concepção da reta como mera justaposição de duas semi-retas opostas, ou ainda por desconsideração do caráter simultaneamente dinâmico e estático dos números” (TEIXEIRA, 1993, p. 62). Outro aspecto que merece destaque é o fato de alguns estudos (COSTA, 2015; NEVES, 2010; PONTES, 2010; RODRIGUES, 2009; TODESCO, 2006) ressaltaram que as atividades propostas para o ensino de números inteiros não devem limitar-se apenas em situações do cotidiano, pois essas não são suficientes para a compreender o conteúdo, como indica os PCN (BRASIL, 1998).

Sendo assim, do modo como este trabalho foi organizado acreditamos que seus resultados podem contribuir para o ensino e a aprendizagem de números inteiros pois, por meio de um mapeamento dos resultados das pesquisas que compõem o *corpus*, apresentamos diferentes abordagens didáticas e recursos didáticos que poderão servir como suporte para os professores da Educação Básica ao ensinar números inteiros. Percebemos também que, ao abordar sobre os números inteiros, especificamente, sobre o ensino desse conteúdo em sala de aula de Matemática, ainda se fazem presentes certas dificuldades tanto para o aluno quanto para o professor. Conforme observamos por meio da análise dos textos completos das pesquisas não tratou do conceito de número negativo, tendo direcionado as atividades para o uso de regras para localizar os números inteiros na reta numérica e para operar com esses números. Houve pouca ênfase no conceito de número inteiro e de número negativo.

Ao iniciarmos este trabalho, tínhamos algumas inquietações a respeito do tema e achamos que essas seriam justificadas após o processo de fichamento, o que não aconteceu porque não foram encontrados nesses estudos todas as respostas. Por isso, a realização deste estudo me mostrou um novo caminho: estudar mais detidamente os resultados encontrados pelos autores nos estudos analisados. Ademais, tais inquietações que ainda se fazem presentes nos permitem

futuras pesquisas com base nas dificuldades de os alunos participantes dos estudos em aprenderem sobre números inteiros, especificamente, o conceito de número negativo.

## REFERÊNCIAS

- AMORIM, Sandra Regina Correa. **Números inteiros: panorama de pesquisas produzidas de 2001 a 2010**. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.
- ANTUNES, Cristiane Medina. **Métodos de Fatoração de Números Inteiros**. 2002. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) - Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002.
- AVELA, Adriano Silva. **O número médio de representações de um inteiro positivo como soma dos quadrados de dois inteiros**. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017.
- BRASIL. Portaria Normativa/MEC n.º 17, de 28 de dezembro de 2009. **Diário Oficial da União**, Brasília, p. 20-21, 29 dez. 2009. Seção 1. Disponível em: <http://cad.capes.gov.br/ato-administrativo-detallar?idAtoAdmElastic=753>. Acesso em: 08 out. 2020.
- BRASIL. Secretária da Educação Básica. **Base nacional comum curricular: educação é a base**. Brasília: MEC 2017, p. 472.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática /Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC /SEF, 1998, p. 152.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. N. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.
- CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa, 1931.
- COSTA, Antonio Silva da. **Utilização de materiais alternativos numa intervenção pedagógica para uma aprendizagem significativa das operações dos números inteiros**. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 2015.
- FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período 2001 – 2012**. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2016.
- GONÇALVES, Renata Siano. **Um estudo com os números inteiro usando o programa aplusix com alunos de 6ª série do ensino fundamental**. 2007. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.
- HILLESHEIM, Selma Felisbino. **Os números inteiros relativos em sala de aula: perspectivas de ensino para a regra de sinais**. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-

Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2013.

IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo. A noção de “obstáculo epistemológico” e a educação matemática. *In: MACHADO, S. D. A. et al. (org.). Educação Matemática: uma (nova) introdução.* 3. ed. São Paulo: EDUC, 2010. p. 125-126.

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica.** 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

LIELL, Cláudio Cristiano. **Jogo roletando dos inteiros:** uma abordagem dos números inteiros na 6ª série do ensino fundamental. 2012. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 2012.

LIMA JÚNIOR, Gustavo Oliveira. **Números inteiros, congruências e somas de quadrados.** 2013. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2013.

LUNA, Everton Luiz Silva de. **O pensamento dos comerciantes medievais como elemento textual para o ensino dos números inteiros na educação básica.** 2018. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2018.

NEVES, Renato Silva. **O uso de jogos na sala de aula para dar significado ao conceito de números inteiros.** 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos, São Paulo, 2010.

PONTES, Mércia de Oliveira. **Obstáculos superados pelos matemáticos no passado e vivenciados pelos alunos na atualidade:** a polêmica multiplicação de números inteiros. 2010. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010.

PRADO, Esther Pacheco de Almeida. **Os textos impressos para o ensino dos números inteiros na visão de licenciandos em matemática.** 2008. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2008.

RAMA, Aguinaldo José. **Números inteiros nos ensinos fundamental e médio.** 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

RÊGO, Francisco Rosiglei do. **As dificuldades dos alunos da EEM Virgílio Correia Lima em operações básicas com números naturais, inteiros e racionais.** 2014. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2014.

ROCHA NETO, Francisco Tavares da. **Dificuldades na aprendizagem operatória de números inteiros no ensino fundamental**. 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2010.

RODRIGUES, Renata Viviane Raffa. **A construção e utilização de um objeto de aprendizagem através da perspectiva lógico-histórica na formação do conceito números inteiros**. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2009.

ROPELATO, Graziela. **Conceitos básicos dos números inteiros a partir de situações problema**. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2016.

SALES, Marília Caribé Ribeiro. **Operações com números inteiros e racionais de forma lúdica**. 2016. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal da Bahia, Bahia, 2016.

SANTOS, João Evangelista Cabral dos. **Números inteiros como soma de quadrados**. 2013. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2013.

SCHINDLER, Maike; HUßMANN, Stephan. About students' individual concepts of negative integer – in terms of the order relation. **Eight Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8)**, local, v. X, n. X, p. 10, fev. 2013. Disponível em: [http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG2/WG2\\_Schindler.pdf](http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG2/WG2_Schindler.pdf). Acesso em: 14 jun. 2021.

SILVA, Alessandro Rosa. **O livro didático e o discurso do professor no ensino das operações com números inteiros para os alunos do ensino de jovens e adultos**. 2006. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

SILVA, Maristela Alves. **Elaborações de estudantes do 7º ano do ensino fundamental sobre números inteiros e suas operações**. 2012. Dissertação (Mestrado em Ciências Exatas e da Terra) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012.

SOARES, Luís Havelange. **Os conhecimentos prévios e o ensino de números inteiros**. 2007. Dissertação (Mestrado em Ciências da Sociedade) – Programa de Pós-Graduação em Ciência da Sociedade, Universidade Estadual da Paraíba, Paraíba, 2007.

SOARES, Pércio José. **O jogo como recurso didático na apropriação dos números inteiros: uma experiência de sucesso**. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

SOUZA, Flávio Cabral de. **Números inteiros e suas operações:** uma proposta de estudo para alunos do 6º ano com o auxílio de tecnologia. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

TEIXEIRA, Leny Rodrigues Martins. **Aprendizagem operatória de números inteiros:** obstáculos e dificuldades. In: Pro-posições, São Paulo, v. 4, n. 1, p. 60-72, mar. 1993.

TODESCO, Humberto. **Um estudo com os números inteiros nas séries iniciais:** re-aplicação da pesquisa de Passoni. 2006. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

WALLE, John A. Van. **Matemática no ensino fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009, 585 p.

## APÊNDICE A

<b>AUTOR(A)</b>	<b>TÍTULO</b>	<b>MODALIDADE/ NÍVEL</b>	<b>ANO DE PUBLICAÇÃO</b>	<b>INSTITUIÇÃO</b>
Cristiane Medina Antunes	Métodos de fatoração de números inteiros.	MA	2002	UFRGS
Aguinaldo José Rama	Números inteiros nos ensinos fundamental e médio.	MP	2005	PUC/SP
Alessandro Rosa Silva	O livro didático e o discurso do professor no ensino das operações com números inteiros para os alunos do ensino de jovens e adultos.	MP	2006	PUC/SP
Humberto Todesco	Um estudo com os números inteiros nas séries iniciais: re-aplicação da pesquisa de Passoni.	MP	2006	PUC/SP
Renata Siano Gonçalves	Um estudo com os números inteiros usando o programa Aplusix com alunos de 6ª série do ensino fundamental.	MP	2007	PUC/SP
Luís Havelange Soares	Os conhecimentos prévios e o ensino de números inteiros.	MA	2007	UEPB
Esther Pacheco de Almeida Prado	Os textos impressos para o ensino dos números inteiros na visão de licenciandos em matemática.	D	2008	UNICAMP
Pércio José Soares	O jogo como recurso didático na apropriação dos números inteiros: uma experiência de sucesso.	MP	2008	PUC/SP
Renata Viviane Raffa Rodrigues	A construção e utilização de um objeto de aprendizagem através da perspectiva lógico-histórica na formação do conceito números inteiros.	MA	2009	UNESP/Campus Presidente Prudente

<b>AUTOR(A)</b>	<b>TÍTULO</b>	<b>MODALIDADE/ NÍVEL</b>	<b>ANO DE PUBLICAÇÃO</b>	<b>INSTITUIÇÃO</b>
Francisco Tavares da Rocha Neto	Dificuldades na aprendizagem operatória de números inteiros no ensino fundamental.	MP	2010	UFC
Renato Silva Neves	O uso de jogos na sala de aula para dar significado ao conceito de números inteiros.	MP	2010	UFSCar
Mércia de Oliveira Pontes	Obstáculos superados pelos matemáticos no passado e vivenciados pelos alunos na atualidade: a polêmica multiplicação de números inteiros.	D	2010	UFRN
Maristela Alves Silva	Elaborações de estudantes do 7º ano do ensino fundamental sobre números inteiros e suas operações.	MP	2012	UFSCar
Cláudio Cristiano Liell	Jogo roletando dos inteiros: uma abordagem dos números inteiros na 6ª série do ensino fundamental.	MP	2012	UNIVATES
Sandra Regina Correa Amorim	Números inteiros: panorama de pesquisas produzidas de 2001 a 2010.	MP	2012	PUC/SP
João Evangelista Cabral dos Santos	Números inteiros como soma de quadrados.	MP	2013	UFPB
Selma Felisbino Hillesheim	Os números inteiros relativos em sala de aula: perspectivas de ensino para a regra de sinais.	MA	2013	UFSC
Gustavo Oliveira Lima Júnior	Números inteiros, congruências e soma de quadrados.	MP	2013	UFC
Francisco Rosiglei do Rêgo	As dificuldades dos alunos da EEM Virgílio Correia Lima em operações básicas com números naturais, inteiros e racionais.	MP	2014	UFC

<b>AUTOR(A)</b>	<b>TÍTULO</b>	<b>MODALIDADE/ NÍVEL</b>	<b>ANO DE PUBLICAÇÃO</b>	<b>INSTITUIÇÃO</b>
Flávio Cabral de Souza	Números inteiros e suas operações: uma proposta de estudo para alunos do 6º ano com o auxílio de tecnologia.	MP	2015	PUC/SP
Antonio Silva da Costa	Utilização de materiais alternativos numa investigação pedagógica para uma aprendizagem significativa das operações dos números inteiros.	MP	2015	UNIVATES
Graziela Ropelato	Conceitos básicos dos números inteiros a partir de situações problema.	MP	2016	FURB
Marília Caribé Ribeiro Sales	Operações com números inteiros e racionais de forma lúdica.	MP	2016	UFBA
Adriano Silva Avela	O número médio de representações de um inteiro positivo como soma dos quadrados de dois inteiros.	MP	2017	UFC
Everton Luiz Silva de Luna	O pensamento dos comerciantes medievais como elemento textual para o ensino dos números inteiros na educação básica.	MP	2018	USP/São Carlos

## APÊNDICE B

### **Todesco (2006) – Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da PUC/SP**

A dissertação desenvolvida no Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da PUC/SP intitulada “Um estudo com os números inteiros nas séries iniciais: re-aplicação da pesquisa de Passoni” (TODESCO, 2006) tem como objetivo “[...] investigar a possibilidade e eficiência de se introduzir o número negativo na 3ª. série do Ensino Fundamental [...]” (Resumo). Intervenção de Ensino, Número Negativo, Ensino Fundamental e Formação de Conceito são palavras-chave que foram utilizadas pelo autor. Com relação ao tipo de pesquisa, em se tratando dos procedimentos metodológicos, é de natureza experimental, com abordagem quali-quantitativa, do tipo participante, e os instrumentos de produção de dados foram aplicação de pré e pós-testes em dois grupos – Grupo Experimental (GE) e Grupo Controle (GC) – e uma intervenção de ensino com uso de material manipulativo no GE. O autor não é professor das duas turmas em que os dados foram produzidos. Como resultado da pesquisa, em relação ao desempenho no pré e pós-testes, evidenciou-se que houve “[...] uma evolução de 19,35 pontos de porcentagem no grupo GE, representando um crescimento de 47,58% em relação ao pré-teste” (TODESCO, 2006, p. 113) e “[...] o grupo GC apresentou uma evolução de 12,88 pontos de porcentagem, representando um crescimento de 64,4%” (TODESCO, 2006, p. 113) no pós-teste. Contudo, o pesquisador observou que “[...] mesmo com um crescimento de 64,4% a porcentagem de acertos do grupo GC no pós-teste, ficou abaixo do valor do pré-teste do grupo GE” (TODESCO, 2006, p. 113). Esse crescimento no grupo GC está relacionado “[...] ao interesse despertado na professora e em seus alunos pelos números inteiros negativos” (TODESCO, 2006, p. 113). Ao analisar a intervenção de ensino no grupo GE, que tratou de “[...] associar o andar térreo ao número zero [...]” (TODESCO, 2006, p. 136) e “[...] associar os andares do prédio com os números inteiros positivos e as garagens como números inteiros negativos” (TODESCO, 2006, p. 136), percebeu-se que os alunos associaram o térreo ao número zero, contudo, “[...] não identificaram as garagens com os números inteiros negativos e nenhum aluno utilizou a estratégia de desenhar as garagens abaixo do térreo (subsolo)” (TODESCO, 2006, p. 137). Além disso, “12 alunos [...] identificaram as garagens com ordenação decrescente sem também identificar em nenhum momento os números negativos [...]” (TODESCO, 2006, p. 137), ou seja, eles “[...] consideraram os números a partir do número 1, estabelecendo uma relação entre números e coisas

quantificáveis, que neste caso, são os andares e as garagens” (TODESCO, 2006, p. 137). Após a intervenção de ensino, o autor observou que “[...] a maioria dos alunos evidencia uma evolução de conceitos de ordenação de números inteiros e habilidades em lidar com conceito de direção e sentido na reta” (TODESCO, 2006, p. 159). Além disso, destacou-se que os alunos mostram “[...] de modo geral uma consolidação das nomenclaturas dos números inteiros” (TODESCO, 2006, p. 159).

### **Gonçalves (2007) – Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da PUC/SP**

A dissertação desenvolvida no Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da PUC/SP intitulada “Um estudo com os números inteiros usando o programa Aplusix com alunos de 6ª série do ensino fundamental” (GONÇALVES, 2007), tem como objetivo “[...] investigar como os alunos da 6ª série do Ensino Fundamental II resolvem situações-problema envolvendo Números Inteiros, utilizando o programa computacional chamado *Aplusix*” (Resumo, grifo da autora). Números Inteiros, problemas aditivos, ensino fundamental e programa Aplusix são palavras-chave que foram utilizadas pela autora. Com relação ao tipo de pesquisa, em se tratando dos procedimentos metodológicos, é de natureza experimental, com abordagem qualitativa, do tipo participante, e os instrumentos de produção de dados foram dois problemas computacionais – O jogo e O prédio – utilizando o programa Aplusix, bem como uma entrevista com alguns alunos da turma sobre como resolveram esses problemas. A pesquisadora não é professora de Matemática da turma em que os dados foram produzidos. Como resultado do problema 1 (O jogo), que tratou de observar se os alunos associam os pontos ganhos como positivos e os pontos perdidos como negativos, segundo a autora, notou-se que “[...] a maioria dos alunos, mais de 50% fizeram a conversão do enunciado do problema do registro de representação da língua natural para o registro simbólico numérico” (GONÇALVES, 2007, p. 79). Não obstante, observou-se que “[...] o tratamento realizado no registro simbólico numérico estudados do 1º problema, podemos dizer que não tivemos um mesmo desempenho na conversão” (GONÇALVES, 2007, p. 79), pois os “[...] resultados confirmam menos de 50% de acertos na realização dos cálculos com as operações de adição e subtração envolvendo os Números Inteiros” (GONÇALVES, 2007, p. 79). Ao analisar o problema 2, que tratou de “[...] verificar se o aluno associa a ordem dos andares do prédio com os números inteiros, ou seja, se ele representa os andares acima do térreo com

números positivos, o térreo como zero e os andares relativos às garagens com sinais negativos” (GONÇALVES, 2007, p. 62), a pesquisadora salientou que “[...] nenhum aluno usou os sinais citados no enunciado do problema para representar os andares do prédio” (GONÇALVES, 2007, p. 74) e, também que a maioria de suas respostas mostram dificuldades em fazer a conversão do enunciado do problema no registro de representação da língua natural para o registro de representação numérica. Conforme a autora, em se tratando dos resultados relativos aos dois problemas, percebeu-se que o segundo obteve um maior índice de acertos em relação ao primeiro problema, uma vez que, “[...] 56,5% dos alunos souberam fazer a conversão corretamente, relacionando os pontos perdidos pelo sinal (-) e pontos ganhos pelo sinal (+)” (GONÇALVES, 2007, p. 83).

### **Soares (2008) – Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da PUC/SP**

A dissertação desenvolvida no Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da PUC/SP intitulada “O jogo como recurso didático na apropriação dos números inteiros: uma experiência de sucesso” (SOARES, 2008), tem como objetivo

[...] investigar a potencialidade de se reintroduzir os números inteiros negativos, a partir de uma intervenção de ensino pautada em resolução de problemas, utilizando jogos como recurso didático e, também, verificar a compreensão dos alunos sobre as operações (adicionar e subtrair) com números inteiros positivos e negativos, a partir do trabalho realizado com o livro didático. (Resumo)

Números inteiros, Formação de conceitos, Jogos no ensino de Matemática, Intervenção de ensino e Ensino Fundamental são palavras-chave que foram utilizadas pelo autor. Com relação ao tipo de pesquisa, em se tratando dos procedimentos metodológicos, é de natureza de campo, com abordagem quanti-quali, do tipo participante, e os instrumentos de produção de dados foram aplicação de diagnósticos (pré e pós-testes), realização de duas intervenções de ensino – Jogo Perdas e Ganhos e Jogo Argolas Surpresa – fotos, registros escritos pelos alunos e pelo pesquisador. O autor da dissertação, é professor de Matemática das três turmas do 7º ano do Ensino Fundamental em que os dados foram produzidos mediante realização das atividades propostas pelo próprio educador. A produção e análise de dados aconteceram em duas etapas. A primeira com as aplicações dos pré e pós-testes, desenvolvidos com três grupos – dois denominados Grupo Experimental (GE) e um Grupo Contraste (GC) – e a segunda contempla intervenção de ensino com os dois jogos realizada com os GE. A análise de dados da primeira

etapa foi dividida por tipo de contexto – questões contextualizadas, questões intermediárias ou semi-algoritmo e questões algorítmicas – e a segunda etapa foi dividida em seis encontros. Como resultado da primeira etapa, comparando os resultados dos dois grupos para os testes, em se tratando das questões contextualizadas que estabelecem relação com a vida do aluno fora do ambiente escolar, observou-se que os “[...] dois grupos tiveram crescimento no desempenho de acerto das questões, porém o crescimento do GE foi superior ao do GC em 1,7 pontos percentuais” (SOARES, 2008, p. 108). Já nas questões intermediárias, ou semi-algoritmo, que trabalharam situações com a reta numérica, o autor percebeu que “[...] o GE foi o grupo que mais teve avanços do pré para o pós-teste (crescimento de 10,2 pontos percentuais em relação ao GC)” (SOARES, 2008, p. 110). E nas questões algorítmicas da primeira etapa, evidenciou-se que os dois grupos tiveram dificuldade em resolver as expressões numéricas envolvendo o uso de parênteses, uma vez que, a menor diferença entre o desempenho do GE e do GC foi de 1 ponto percentual. Ao analisar os resultados da segunda etapa, realizada somente com os GE, quanto o encontro 1, que tratou de “[...] familiarizar os alunos com o jogo *Perdas e Ganhos*” (SOARES, 2008, p. 114, grifo do autor), notou-se que, em determinados momentos, eles esqueciam de registrar as jogadas ou de retirar as fichas, e observou-se que houve uma dificuldade para organizar os sinais das operações sem o uso de parênteses. No encontro 2, evidenciou-se que os alunos organizaram os registros das jogadas e utilizaram os parênteses para representar situações com o uso de sinais. Já no encontro 3, quando “[...] o pesquisador entregou uma folha para cada grupo discutir e escrever um texto sobre o jogo, destacando o que aprenderam e se surgiu alguma situação durante o jogo que exigiu uma nova tomada de decisão” (SOARES, 2008, p. 118) percebeu-se que os alunos

[...] destacaram no texto o fato do aprendizado dos números inteiros negativos, por meio do jogo, ser de uma forma divertida, dinâmica e, até mesmo, nas palavras do aluno, ‘faz o grupo de jogadores repensar no conteúdo de Matemática chamado números inteiros’.  
(SOARES, 2008, p. 120)

No encontro 4, com a realização do jogo *Argolas Surpresas*, o autor identificou que o grupo registrou corretamente o uso de parênteses nas expressões numéricas, contudo,

[...] nem todos os alunos entenderam de imediato como montar a expressão numérica, ou seja, que deveriam primeiro sortear uma argola, que pela cor, indicaria se ele deveria ganhar ou perder pontos e, depois, sortear um cartão para descobrir qual era o número que deveria ser registrado na construção da expressão. (SOARES, 2008, p. 123)

Já no encontro 5 da segunda etapa, observou-se que os alunos dos GE estavam motivados e registraram “[...] as partidas para construir as expressões numéricas, eliminando o excesso de sinais para resolvê-las, o que mostra um avanço deles em lidar com expressões contendo números negativos [...]” (SOARES, 2008, p. 127). E no encontro 6, assim como ocorreu no encontro 3, percebeu-se que “[...] o jogo pode propiciar momentos de diversão e aprendizagem, motivando os alunos na construção dos conhecimentos” (SOARES, 2008, p. 128). Ao final do estudo o autor afirma que

[...] o jogo pode sim contribuir para que os alunos aprendam os números inteiros negativos de forma significativa. Ele possibilita a compreensão das idéias das operações de forma concreta, por meio das inúmeras relações que se estabelecem entre aluno e jogo, entre aluno e seus colegas e entre aluno e pesquisador. (SOARES, 2008, p. 139)

### **Rodrigues (2009) – Mestrado Acadêmico em Educação da UNESP/Campus Presidente Prudente**

A dissertação desenvolvida no Mestrado Acadêmico da UNESP/Campus Presidente Prudente intitulada “A construção e utilização de um objeto de aprendizagem através da perspectiva lógico-histórica na formação do conceito números inteiros” (RODRIGUES, 2009) tem como objetivo o estudo de “[...] um Objeto de Aprendizagem (OA) fundamentado sob a perspectiva lógico-histórica e, em decorrência de sua utilização em sala de aula, na análise das potencialidades formadoras do conceito números inteiros” (Resumo). Objeto de Aprendizagem, Perspectiva Lógico-histórica, Números Inteiros, Aspectos Substanciais e Simbólicos são palavras-chave que foram utilizadas pela autora. Com relação ao tipo de pesquisa, em se tratando dos procedimentos metodológicos, é de natureza bibliográfico/laboratorial, com abordagem qualitativa, do tipo participante, e os instrumentos de produção de dados foram uma prática pedagógica com o Objeto de Aprendizagem em uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental, observação de aulas, gravação de áudio, diário de bordo e produção de textos sobre o primeiro contato com o conceito de números inteiros. A autora não é professora de Matemática da turma em que os dados foram produzidos. As análises ocorreram em duas etapas: na primeira “[...] delinear os processos teórico-metodológicos de produção do OA intitulado ‘O Universo e seus Contrários’” (Resumo) e, na segunda, sobre “[...] a prática pedagógica com o OA por uma 6ª

série do Ensino Fundamental [...]” (Resumo). Na primeira parte, a autora concluiu que o desenvolvimento do OA

[...] apresentou-se como uma possibilidade flexível de criação, rompendo com os entraves dos aspectos estritamente simbólicos do conceito números inteiros, com as situações cotidianas isoladas e com os recursos mnemônicos utilizados para decorar as regras operatórias, abordagens que tanto frequentam as salas de aulas do Ensino Fundamental e que dão à sensação enganosa e mecânica do domínio fácil dos números inteiros. (RODRIGUES, 2009, p. 157)

Ainda, na primeira parte, verificou-se que

[...] o lógico-histórico pode ser uma perspectiva metodológica e um instigante caminho didático na criação de recursos pedagógicos, subsidiados pelas tecnologias, para o ensino-aprendizagem de conceitos matemáticos, estabelecendo a função da História da Matemática na sala de aula. (RODRIGUES, 2009, p. 159)

Já na segunda parte, antes de iniciar a prática pedagógica com o OA, a autora realizou “[...] um diagnóstico prévio com os alunos, com intuito de comprovar se estes já possuíam algum conhecimento sobre o conceito números inteiros” (RODRIGUES, 2009, p. 168), contudo, eles “[...] não reconheceram, nem conseguiram demonstrar quaisquer noções sobre este conceito” (RODRIGUES, 2009, p. 168). A prática pedagógica foi desenvolvida por meio de situações-problema com o OA que foram: ‘Polo Ártico’, ‘Máquina do Tempo’, ‘China – Dinastia Qin’, ‘China – Dinastia Han’ (dividiu-se em duas situações de aprendizagem denominadas ‘Batalha Chinesa’ e ‘Baile de Máscaras’), ‘Itália’ (dividiu-se em três denominadas ‘Sacas de Arroz’, ‘Marcação dos toneis’ e ‘Transferência do vinho’), ‘Grécia’ (dividiu-se em duas denominadas ‘*Movie-clip* da música ‘Como uma onda’ e ‘Armazenamento de água’) e ‘Laboratório Atomístico’ (dividiu-se em três denominadas ‘Acrescentar/retirar unidades positivas/negativas’, ‘Temperatura no Ártico’ e ‘Curiosidades’). Com relação ao ‘Polo Ártico’, ambiente em que os alunos tiveram o primeiro contato com o OA, observou-se que eles “[...] não se atentaram aos textos, não os leram, mas ouviram as narrações, de acordo com sua relevância na compreensão e resolução das situações-problemas” (RODRIGUES, 2009, p. 170). Na situação-problema ‘Máquina do Tempo’, verificou-se que os alunos apresentaram muitas dúvidas, uma vez que, eles “[...] não compreendiam a linha do tempo: o marco ‘0’ como o nascimento de Cristo e a localização dos anos antes e depois de Cristo” (RODRIGUES, 2009, p. 170). Não obstante, ainda nessa situação, os alunos “[...] até operacionalizarem os juízos e deduções, de modo a resolver esta problemática, muitos dilemas foram constituídos” (RODRIGUES, 2009, p. 170). Enquanto que, no ‘Armazenamento de água’, os alunos apresentaram dificuldades relacionadas “[...] ao

caráter dinâmico da variação de água no tanque, em que os elementos de comparação são estados interdependentes entre si, cuja ordem é dada pela harmonia das relações diretas e recíprocas associadas dualmente” (RODRIGUES, 2009, p. 204). Já nos ambientes ‘China – Dinastia Qin’, ‘Curiosidades’, introdução da ‘Itália’ e ‘*Movie-clip* da música ‘Como uma onda’ na ‘Grécia’, a autora percebeu que “[...] os alunos não leram, não se envolveram, demonstrando um contato rápido e superficial com estas aplicações” (RODRIGUES, 2009, p. 207), pois “[...] devido à ausência de uma abertura quanto à interferência do utilizador no processo, este caráter fechado e estático bloqueou a emissão e comunicação dos juízos relacionados às características históricas, culturais e substanciais destes contextos” (RODRIGUES, 2009, p. 207). A situação-problema ‘Batalha Chinesa’, propiciou-se “[...] aos alunos do grupo fixo a elaboração de determinados juízos ligados aos critérios de oposição ou de equivalência, circunscritos no imaginário chinês, delineando novos aspectos ao modo de enxergar e pensar os contrários” (RODRIGUES, 2009, p. 175). E, em ‘Baile de Máscaras’, a autora identificou que “[...] a mudança de referencial causou contradições internas e outras inadequações que por si só alertaram os alunos e levou-os a ver as cores vermelho e preta, bem como a maneira de dispor esses contrários [...]” (RODRIGUES, 2009, p. 181). No ambiente ‘Sacas de Arroz’, observou-se que os “[...] textos e imagens não despertou o interesse dos alunos, um exemplo dessa falta de envolvimento, pode ser atribuído ao fato de não terem lido as anotações do ‘Diário de Brancaleone’ e às poucas falas obtidas nas gravações” (RODRIGUES, 2009, p. 182). As situações ‘Marcação dos toneis’ e ‘Transferências do vinho’, “[...] ficaram marcadas por introduzir um novo conceito de zero, a partir de situações relativas contextualizadas mediante uma referência arbitrária e duplo sentido” (RODRIGUES, 2009, p. 205). Por fim, em ‘Laboratório Atomístico’, nos ambientes ‘Acrescentar/retirar unidades positivas/negativas’ e ‘Temperatura no Ártico’, possibilitou aos alunos “[...] a transposição das quantidades concretas e operações aritméticas ligadas ao plano da ação à entes abstratos” (RODRIGUES, 2009, p. 202) e “[...] provocou mudanças no modo de pensar o número e as operações de adição e subtração” (RODRIGUES, 2009, p. 202). Como resultado da pesquisa, a autora concluiu que

[...] na maioria das atividades, ao iniciar uma situação-problema os alunos demonstraram uma tendência em orientarem-se por suas ideias, conceitos e conhecimentos familiares, isto é, por suas infra-estruturas tácitas. Porém, muitas atividades do OA, pensadas e interligadas através da perspectiva lógico-histórica, exigiram-lhes uma nova percepção do conceito de número para lidar com os contrários. (RODRIGUES, 2009, p. 212)

Ainda, a autora evidenciou que

Na Sala Ambiente de Informática, dentre várias características captadas da dinâmica de uso das situações-problemas do OA, foi possível constatar que àquelas que favoreciam a interferência do usuário sobre os meios de sua resolução, contribuíram para criação, experimentação, revisão, projeção, representação, comunicação de juízos e deduções ligados a elementos formadores que ultrapassaram os limites do lógico-formal dos números inteiros. (RODRIGUES, 2009, p. 214)

### **Rocha Neto (2010) – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da UFC**

A dissertação desenvolvida no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da UFC intitulada “Dificuldades na aprendizagem operatória de números inteiros no ensino fundamental” (ROCHA NETO, 2010) tem como finalidade “[...] diagnosticar as causas e as dificuldades pelas quais passam os alunos do 7º ano do ensino fundamental das escolas públicas quando se submetem ao estudo dos números inteiros” (ROCHA NETO, 2010, p. 31) e “[...] mapear os erros e acertos mais frequentes cometidos por esses alunos” (ROCHA NETO, 2010, p. 31). Dificuldades, Números inteiros, Ensino e Aprendizagem são palavras-chave utilizadas pelo autor neste estudo. A respeito ao tipo de pesquisa, em se tratando dos procedimentos metodológicos, é de natureza empírica, com abordagem quali-quantitativa, do tipo participante, e os instrumentos de produção de dados foram duas avaliações, diário de campo, observação e registro de aulas, e relato de uma conversa do pesquisador com quatro professores de Matemática sobre como apresentaram o conteúdo de números inteiros aos alunos e sobre como foi feito uso do livro didático. O autor do estudo é professor de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio e os dados foram produzidos por ele a partir da observação participante em aulas de Matemática de outros quatro professores em quatro escolas públicas distintas. A investigação mostrou que, na primeira avaliação, os alunos “[...] souberam comparar, colocar em ordem crescente e solucionar problemas de adição e subtração [...]” (ROCHA NETO, 2010, p. 42) envolvendo números inteiros e, na segunda, é “[...] fácil constatar que os alunos sentiram dificuldades na solução de expressões por estas apresentarem um grau maior de complexidade e um maior número de passagens para o resultado final” (ROCHA NETO, 2010, p. 45). Além disso,

[...] observamos que o obstáculo maior estava no aluno imaginar a reta numerada e a posição de cada número sobre a reta. Verificou-se ainda uma ligeira confusão por parte dos alunos quando colocavam em ordem os números negativos, pois os mesmos colocaram pela ordem do valor absoluto, não considerando o sinal de (-). (ROCHA NETO, 2010, p. 41)

## Neves (2010) – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas da UFSCar

A dissertação desenvolvida no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas da UFSCar intitulada “O uso de jogos na sala de aula para dar significado ao conceito de números inteiros” (NEVES, 2010) tem como objetivo avaliar em quais aspectos a atividade das fichas positivas e negativas e jogos didáticos – Jogo do Dinossauro, Jogo do Hexágono e Jogo Matix – “[...] auxiliam o professor a desenvolver uma aprendizagem significativa, além de melhorar o desempenho da criatividade, espontaneidade e autonomia dos educandos” (Resumo). Jogos e Números inteiros são palavras-chave utilizadas pelo autor. Em relação ao tipo de pesquisa, em se tratando dos procedimentos metodológicos, é de natureza empírica, com abordagem qualitativa, do tipo participante, e os instrumentos de produção de dados foram a atividade das fichas, três jogos didáticos, observação e registro das aulas, além de dez testes sobre os números inteiros, que contemplaram o desenvolvimento dos alunos após a execução das atividades. O pesquisador, que não é professor de Matemática na turma em que o estudo foi realizado, indicou os resultados das atividades propostas. Quanto à atividade das fichas positivas e negativas, que tratou de “[...] desenvolver técnicas de cálculo de modo que o aluno possa visualizar o resultado de uma operação entre dois números inteiros” (NEVES, 2010, p. 36), percebeu-se que facilitou na compreensão das adições entre números inteiros positivos e entre números inteiros positivos e negativos por parte dos alunos. Sob outra perspectiva, possibilitou aos alunos compreender a multiplicação de dois números inteiros e exemplificar a ‘regra de sinais’, ou seja, porque o produto entre dois números inteiros negativos resulta em um número positivo. Ao analisar o Jogo do Dinossauro, que tratou do desenvolvimento de habilidades mentais e do conceito de simetria na multiplicação de um número inteiro por (+1) ou (-1), o autor observou que houve um avanço dos alunos ao efetuarem a adição, a subtração e a multiplicação com números inteiros e uma melhoria das habilidades mentais com os cálculos desses números:

Todos tiveram uma evolução significativa em relação às operações básicas de soma e subtração com números inteiros e com o conceito de simetria e multiplicação de sinais. Porém, o que mais impressionou foi o crescimento de suas habilidades em lidar mentalmente com os cálculos com os números inteiros. Nas aulas convencionais, a professora responsável pela sala, Renata Neves, notou, nesses alunos, a melhora da compreensão das operações envolvendo soma, subtração e multiplicação de sinais. (NEVES, 2010, p. 59)

No que se refere ao Jogo do Hexágono, que contempla, além das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, as operações de potenciação e radiciação, o autor identificou que o jogo

conseguiu “[...] desenvolver habilidades nas operações, não apenas nas operações básicas (já bem treinadas em atividades anteriores), mas também na potenciação e radiciação” (NEVES, 2010, p. 73). E quanto ao Jogo Matix, que tratou de desafiar os alunos a elaborar estratégias e pressupor as próximas jogadas, o pesquisador constatou que a realização desse jogo didático ajudou os estudantes “[...] a se concentrarem e a tomarem decisões em tempo relativamente pequeno” (NEVES, 2010, p. 83). Como outro resultado dessa investigação, a atividade das fichas e os três jogos didáticos foram disponibilizados no Portal do Professor criado pelo Ministério da Educação<sup>15</sup>.

### **Pontes (2010) – Doutorado em Educação da UFRN**

A tese desenvolvida no Doutorado em Educação da UFRN intitulada “Obstáculos superados pelos matemáticos no passo e vivenciados pelos alunos na atualidade: a polêmica multiplicação de números inteiros” (PONTES, 2010) tem como objetivo

[...] identificar se o tipo de abordagem para a justificativa da multiplicação entre números inteiros é mais bem [sic] compreendida pelos alunos e se essas justificativas contêm elementos de superação dos obstáculos epistemológicos, nos processos de ensino e aprendizagem de números inteiros. (PONTES, 2010, p. 15, **comentário nosso**)

Números inteiros, Regra de sinais e Obstáculos epistemológicos são palavras-chave utilizadas pela autora. Com respeito ao tipo de pesquisa, em se tratando dos procedimentos metodológicos, é de natureza de campo, com abordagem qualitativa, do tipo participante, e os instrumentos de produção de dados foram dois questionários (aberto e fechado) abordando características individuais do aluno e um teste diagnóstico sobre o conceito de número inteiro e sobre a multiplicação desses números. Os dados foram produzidos em três contextos diferentes: uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental, uma turma do 1º ano do Ensino Médio e em uma turma de Cálculo Diferencial e Integral I do Ensino Superior. A pesquisadora não atua como professora de Matemática nas turmas em que a pesquisa foi realizada. Como resultado, identificou os obstáculos existentes nos processos de ensino e aprendizagem dos números inteiros, que desafiam os alunos nos níveis de ensino fundamental, médio e superior são os mesmos que Glaeser (1981) mencionou: “[...] dificuldade em dar sentido a quantidades negativas isoladas; dificuldade em unificar a reta numérica; ambiguidade dos dois zeros; estagnação no estado das operações

---

<sup>15</sup> Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/index.html>

concretas; desejo de um modelo unificador” (PONTES, 2010, p. 14). Além disso, constatou que, “[...] nos processos de ensino e aprendizagem desses números, as justificativas das regras de sinais para a multiplicação, que foram eficazes na superação dos obstáculos impostos historicamente aos matemáticos do passado, também o foram no presente” (PONTES, 2010, p. 128). Ainda, “[...] constatamos que a construção do conhecimento de Matemática, em relação aos números inteiros, tem mais êxito e obtém maior consistência, quando se baseia em situações do cotidiano do aluno e valoriza os seus conhecimentos prévios” (PONTES, 2010, p. 129-130). Quanto aos dados coletados pelos instrumentos de investigação, “[...] possibilitou perceber que a maior parte dos alunos que enfrentaram os quatro obstáculos identificados na aprendizagem dos números inteiros, escolheu a justifica com argumento aritmético apresentada no caderno do NCTM como a mais compreensível” (PONTES, 2010, p. 132). E, por fim,

O processo de ensino/aprendizagem exige ser aperfeiçoado de modo constante para permitir que o professor possa atuar com base na realidade. Dessa forma, possibilitará que o aluno participe da construção do conhecimento e desenvolva a capacidade de raciocínio abstrato na área de conhecimento matemático, que poderá ser aplicado a todos os ramos do saber e, conseqüentemente, trará benefícios para os envolvidos com o cotidiano escolar e para a sociedade hodierna. (PONTES, 2010, p. 134)

### **Silva (2012) – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas da UFSCar**

A dissertação desenvolvida no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas da UFSCar intitulada “Elaborações de estudantes do 7º ano do ensino fundamental sobre números inteiros e suas operações” (SILVA, 2012) tem como finalidade “[...] analisar as principais elaborações explicitadas por estudantes do 7º ano de ensino fundamental sobre números inteiros e suas operações” (Resumo). Ensino de Matemática, Números Inteiros e Atividade são palavras-chave utilizadas pela pesquisadora. Com referência ao tipo de pesquisa, em se tratando dos procedimentos metodológicos, é de natureza empírica, com abordagem qualitativa, do tipo participante, e os instrumentos de produção de dados foram observação e registro de aulas, análise documental, relato oral, análise da autoavaliação e diário de campo. A pesquisadora é professora da turma de 7º ano do Ensino Fundamental em que os dados foram produzidos mediante realização das atividades elaboradas e reestruturadas pela própria autora. As elaborações explicitadas por alguns estudantes, ou seja, as respostas destacadas das falas dos alunos para as atividades da pesquisa, foram separadas em quatro episódios, conforme as

dificuldades sobre os números inteiros. No primeiro episódio, a autora percebeu as seguintes dificuldades, manifestas nas elaborações explicitadas: “Não existe nada menor que zero. Os números negativos vêm antes do zero. E, em relação às verdades momentâneas destacamos a percepção em relação a ordenação e a impossibilidade de somar algo que não existia, os números negativos” (SILVA, 2012, p. 79). No segundo episódio, ela destacou que os alunos afirmaram: “[...] podemos somar quantidades negativas, pois agora elas tem [sic] significado” (SILVA, 2012, p. 83, **comentário nosso**), e quanto às dificuldades identificou uma “[...] resistência em separar o significado do sinal do número e o sinal da operação” (SILVA, 2012, p. 83). No terceiro episódio, ela percebeu que os alunos tiveram dificuldade em afirmar que “[...] abaixo do zero ficam os números negativos [...]” (SILVA, 2012, p. 84), e em relacionar as “[...] ideias das operações com situação estudadas durante a atividade” (SILVA, 2012, p. 84-85). E, no quarto episódio, menciona:

[...] percebemos que, as elaborações explicitadas neste episódio, em relação às dificuldades sobre os números inteiros foram apresentar os registros com notação mais rigorosa e explicitar, usando parênteses, a diferença do significado do sinal do número como sinal das operações. (SILVA, 2012, p. 89)

Ainda, nesse episódio, Silva (2012) considera que

Em relação às verdades momentâneas podemos dizer que nesse momento que a maioria dos alunos havia entendido o significado dos números inteiros e suas diversas apresentações no cotidiano, como temperaturas ou em painéis de elevadores, por exemplo. E com isso puderam fazer relação e interferências sobre o assunto e relacionar o conteúdo com conhecimentos, como temperatura, distâncias, dívidas, etc, trabalhos nas atividades. (SILVA, 2012, p. 90)

### **Liell (2012) – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas da UNIVATES**

A dissertação desenvolvida no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas da UNIVATES intitulada “Jogo roletrando dos inteiros: uma abordagem dos números inteiros na 6ª série do ensino fundamental” (LIELL, 2012) tem como objetivo “[...] verificar se a aplicação de atividades matemáticas utilizando esse jogo contribui para a aprendizagem da noção de números inteiros e das operações básicas desse conjunto numérico” (Resumo). Números inteiros, Roletrando dos Inteiros, Ensino Fundamental e Aprendizagem são palavras-chave utilizados pelo autor. Com relação ao tipo de pesquisa, em se tratando dos procedimentos metodológicos, é de natureza empírica, com abordagem quanti-quali, do tipo participante, e os instrumentos de

produção de dados foram diário de observação, ficha de autoavaliação, ficha síntese de observação, depoimentos orais dos alunos, testes sobre números inteiros feitos por estudantes de duas turmas de 6ª série do Ensino Fundamental de duas escolas e realização de um jogo, por alunos de uma das turmas, na qual o autor é professor de Matemática. Conforme o autor destaca no resumo:

Em uma turma [grupo 61] houve a intervenção de jogos do *Roletrando dos Inteiros* para o estudo dos números inteiros e na outra [grupo 63], explorou-se o tema como é regularmente trabalhado nas escolas, ou seja, através da explicação do professor, cópia por parte dos alunos e listas de exercícios apresentadas no quadro ou fotocopiadas. (Resumo, grifo do autor, **comentários nossos**)

Como resultado do teste 1 do bloco 1, que tratou de “[...] situações relacionadas à representação, à aplicação e à comparação dos números inteiros [...]” (LIELL, 2012, p. 83), observou-se que o desempenho do grupo 61 (81% das questões corretas) foi superior ao do grupo 63 (75% das questões corretas). Quanto à autoavaliação realizada nesse bloco, percebeu-se que no grupo 61 “[...] os jogos facilitaram a aprendizagem, são muito divertidos, modificaram a rotina e todas as aulas deveriam ter jogos [...]” (LIELL, 2012, p. 84), e no grupo 63, segundo depoimentos do professor colaborador, “[...] não se percebeu tanto envolvimento dos alunos nas atividades propostas” (LIELL, 2012, p. 85). Ao analisar o teste 2 do bloco 2, cujo foco foi adição e subtração de números inteiros, assim como ocorreu no teste anterior, evidenciou-se que o desempenho do grupo 61 foi superior ao do grupo 63, uma vez que, na primeira, as atividades foram desenvolvidas por meio do jogo ‘Roletrando’, o qual influenciou no desempenho desse grupo. Já no teste 3 do bloco 2, que tratou das expressões numéricas com adição e subtração de números inteiros, notou-se que houve “[...] uma grande diferença de resultados do grupo 61 (79% de acertos nas questões) para o grupo 63 (20% de acertos nas questões) [...]” (LIELL, 2012, p. 90). E na autoavaliação realizada sobre esse bloco, “[...] os alunos destacaram que os jogos facilitaram a aprendizagem, diminuíram as dificuldades dos exercícios e por serem divertidos, as aulas de matemática estavam muito diferentes [...]” (LIELL, 2012, p. 92). No teste 4 do bloco 3, que abordou questões sobre adição, subtração e multiplicação de números inteiros, mostrou-se que o grupo 61 obteve 80% de acertos, enquanto o grupo 63 obteve 38% de acertos, visto que, poucos alunos da turma 63

[...] utilizaram as regras corretas para as operações com os inteiros, pois muitos utilizaram a regra da multiplicação, que diz convencionalmente que sinais iguais resultam em mais e sinais diferentes resultam em menos, para resolver as questões de adição e subtração de inteiros e outros utilizaram as regras da adição e subtração para resolver as questões de multiplicações. (LIELL, 2012, p. 97)

Já no bloco 4, ao realizar o teste 5 que trabalhou as quatro operações com números inteiros (adição, subtração, multiplicação e divisão), evidenciou-se que “[...] os jogos do *Roletrando* influenciaram no bom desempenho dos alunos do grupo 61 [...]” (LIELL, 2012, p. 101, grifo do autor), e quanto à autoavaliação nesse grupo, o autor destacou que “[...] a utilização dos jogos interfere na aprendizagem, no interesse e no envolvimento dos alunos nas tarefas solicitadas em aula” (LIELL, 2012, p. 101). Enquanto no grupo 63, observou-se que “[...] apenas 60% dos alunos o atendiam prontamente, prestando atenção, fazendo exercícios e participando da aula [...]” (LIELL, 2012, p. 102). Conforme (LIELL, 2012), “[...] os jogos propiciam nas aulas, um ambiente em que os alunos são indivíduos atuantes, que discutem e aprendem a resolver conflitos com seus colegas sem esperar passivamente que os professores o façam” (LIELL, 2012, p. 103). Identificou-se também que “[...] o professor até poderá participar das decisões, mas o seu papel será mais para questionar os alunos, frente às decisões que tomarão nos desenvolvimentos [sic] das atividades propostas” (LIELL, 2012, p. 103, **comentário nosso**).

### **Hillesheim (2013) – Mestrado Acadêmico em Educação Científica e Tecnológica da UFSC**

A dissertação desenvolvida no Mestrado Acadêmico em Educação Científica e Tecnológica da UFSC intitulada “Os números inteiros relativos em sala de aula: perspectivas de ensino para a regra de sinais” (HILLESHEIM, 2013) tem como objetivos

[...] Analisar uma sequência de ensino em que as operações de adição, multiplicação e subtração com números inteiros relativos serão abordados por meio do ‘princípio de extensão’, e verificar as suas possíveis contribuições no processo de ensino e aprendizagem. (HILLESHEIM, 2013, p. 26)

Números negativos, regra de sinais, princípio de extensão, registros de representação semiótica e congruência semântica são palavras-chave utilizadas pela pesquisadora. Com relação ao tipo de pesquisa, em se tratando dos procedimentos metodológicos, é de natureza empírica, com abordagem qualitativa, do tipo participante, e os instrumentos de produção de dados foram diário de campo, observação e registro de aulas. A autora do estudo é professora de Matemática do 7º ano do Ensino Fundamental em que os dados apresentados na dissertação foram produzidos mediante organização e aplicação de uma sequência didática para o ensino de números negativos. A sequência didática foi dividida em três blocos: ensino da adição dos inteiros (bloco 1); ensino

da multiplicação dos relativos e a regra de sinais (bloco 2); e subtração dos números inteiros (bloco 3). As categorias de análise foram utilizadas com base em quatro níveis de concepção:

[...] Nível I - os números relativos são tratados como naturais; Nível II - os negativos são tratados separadamente dos positivos; Nível III - a reta numérica é unificada e os problemas aditivos são resolvidos nos relativos; Nível IV - os problemas multiplicativos são assimilados. (HILLESHEIM, 2013, p. 176)

Como resultado do bloco 1, que tratou da adição de números relativos, observou-se que os números relativos não são mais tratados pelos alunos como números naturais, ou seja, eles já ultrapassaram o Nível I de compreensão, que trata os relativos como naturais. Contudo, não foi possível observar que os estudantes atingiram o Nível II, ou seja, eles ainda não tratavam separadamente os números negativos em relação aos positivos. No Nível III do bloco 1, a autora percebeu que os alunos unificaram a reta numérica e que eles obtiveram um maior índice de acertos quando a adição de inteiros foi apresentada através de uma expressão numérica, se comparada à apresentação por meio de situações problemas. No bloco 1, não foi possível observar o Nível IV de compreensão dos relativos. Ao analisar o bloco 2, que tratou da multiplicação dos números relativos e da regra de sinais, os resultados apresentados pelos alunos na atividade com cálculos e justificativas indicam que eles ultrapassam o Nível I de compreensão, que trata dos relativos como naturais. Já no nível II do bloco 2, que tratou separadamente os números negativos em relação aos positivos, a pesquisadora não detectou indícios dessa separação, ou seja, os alunos operam a adição de inteiros através de deslocamentos sobre a reta numérica assimilando o conjunto dos números inteiros como uma união entre positivos, negativos e o zero. Não obstante, a autora observou a consolidação do Nível III, que levou a pressupor a compreensão dos alunos em relação às propriedades aditivas por meio de deslocamento sobre a reta numérica. No bloco 2, novamente, não foi possível observar no Nível IV a assimilação completa das propriedades multiplicativas. No tocante ao bloco 3, que tratou da subtração dos números inteiros, referindo-se ao Nível I de compreensão, assim como ocorreu nos blocos 1 e 2, evidenciou-se que os alunos não operam os números relativos como naturais. No Nível II, a autora constatou que os alunos consideram o conjunto dos números relativos como um todo, ou seja, eles efetuam a adição algébrica através de deslocamentos sobre a reta numérica. No que se refere ao Nível III do bloco 3, observou-se, por meio das resoluções dos estudantes ao operar a adição algébrica nos relativos, que houve um alcance parcial devido eles apresentarem dificuldades na resolução de uma situação envolvendo a subtração de um número negativo. No

Nível IV de compreensão, quando os problemas multiplicativos são assimilados, a pesquisadora verificou em questões que trataram da conversão de números inteiros e no cálculo do valor de uma expressão numérica com as quatro operações, que “[...] os alunos conseguem efetuar adequadamente a multiplicação de sinais, embora, muitas vezes, acabem errando no produto desses números” (HILLESHEIM, 2013, p. 172). Em contrapartida, identificou-se um desenvolvimento significativo dos alunos em relação aos cálculos das expressões numéricas, uma vez que, no início eles não conseguiam identificar os erros ao resolverem uma expressão contendo a adição, a subtração e a multiplicação dos números relativos.

### **Rêgo (2014) – Mestrado Acadêmico em Matemática da UFC**

A dissertação de Mestrado Acadêmico intitulada “As dificuldades dos alunos da EEM Virgílio Correia Lima em operações básicas com números naturais, inteiros e racionais” (RÊGO, 2014) tem como objetivo mostrar “[...] as principais dificuldades dos alunos do 1º ano do Ensino Médio da E.E.M. Virgílio Correia Lima no município de Pereiro-Ceará em operações fundamentais envolvendo os conjuntos dos números naturais, inteiros e racionais” (RÊGO, 2014, p. 12). Operações fundamentais, dificuldades de aprendizagem e Matemática são palavras-chave utilizadas pelo autor. Com relação ao tipo de pesquisa, em se tratando dos procedimentos metodológicos, é de natureza empírica, com abordagem qualitativa, do tipo participante, e o instrumento de produção de dados foi uma avaliação diagnóstica que tratou das operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão) em dezoito das vinte questões propostas. O pesquisador é professor de Matemática da Educação Básica, embora não indique se é professor dos alunos que participaram do estudo. Como resultado, percebeu que “[...] os alunos ingressam no Ensino Médio sem as mínimas condições de aprendizagem em Matemática[...]” (RÊGO, 2014, p. 13) e apontou “[...] os principais fatores que fazem com que os alunos ingressem nessa etapa de Ensino sem o conhecimento das operações fundamentais envolvendo os conjuntos dos números naturais, inteiros e racionais” (RÊGO, 2014, p. 13). Segundo o autor, um fator predominante é a qualificação dos professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental os quais “[...] não adquiriram as condições mínimas necessárias para repassar os primeiros ensinamentos formais [...]” (RÊGO, 2014, p. 66) aos alunos. Outro fator se refere aos professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental que não possuem “[...] a

formação adequada para o ensino de Matemática [...]” (RÊGO, 2014, p. 66). Com relação aos alunos, os fatores que dificultam a aprendizagem são o currículo e a carga horária, pois “[...] o currículo é muito extenso para a carga horária disponível ou a carga horária é pequena para o currículo que deve ser trabalhado” (RÊGO, 2014, p. 67).

### **Costa (2015) – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas da UNIVATES**

A dissertação desenvolvida no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas da UNIVATES intitulada “Utilização de materiais alternativos numa investigação pedagógica para uma aprendizagem significativa das operações dos números inteiros” (COSTA, 2015) tem como objetivo “[...] avaliar se o uso de materiais alternativos para o ensino das operações dos números inteiros é potencialmente significativo como recurso na aprendizagem dessas operações” (Resumo). Aprendizagem significativa, números inteiros, ensino de matemática, materiais alternativos e jogo virtual são palavras-chave que foram utilizadas pelo autor. Com relação ao tipo de pesquisa, em se tratando dos procedimentos metodológicos, é de natureza empírica, com abordagem quali-quantitativa, do tipo participante, e os instrumentos de produção de dados foram três questionários com questões discursivas e objetivas – pré e pós-testes e grau de satisfação – diário de campo, fotografias, filmagens, um jogo virtual para explorar as operações de com números inteiros e uma prática pedagógica envolvendo situações-problema. O autor não atua como professor de Matemática na turma em que os dados foram produzidos. Como resultado do pré-teste, que tratou de diagnosticar os conhecimentos prévios dos alunos em relação às operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros, identificou-se que 65% dos 28 alunos “[...] não conseguiram resolver de forma satisfatória a primeira questão” (COSTA, 2015, p. 65), que tratava de números positivos e negativos e situações-problema. Já na segunda questão, percebeu-se que os alunos tinham dificuldades com relação ao posicionamento e deslocamento na reta numérica, contudo, alguns alunos responderam de modo satisfatório a questão. Na terceira questão do pré-teste, que apresentou uma situação-problema sobre o deslocamento de um elevador, notou-se que três dos 28 alunos acertaram a questão por completa, onze acertaram alguns itens e os demais não compreenderam o enunciado da atividade proposta. E, assim como na terceira questão, na quarta os alunos ainda apresentaram dificuldades com relação à reta numérica, uma vez que, apenas sete dos participantes apresentaram resultados satisfatórios, ou

seja, conseguiram “[...] compreender a diferenciação de números inteiros, menor que ou maior que” (COSTA, 2015, p. 67). Na quinta questão, que abordou uma simulação de um campeonato de futebol, na qual os alunos deveriam calcular o saldo de gols de cada time e observar a pontuação obtida, o autor percebeu que “[...] eles não interpretaram a simulação [...]” (COSTA, 2015, p. 68). Já na sexta questão do pré-teste, que “[...] envolvia uma situação-problema sobre uma conta bancária, na qual uma pessoa mostrava um histórico bancário com depósitos em dinheiro e desconto de cheques [...]” (COSTA, 2015, p. 68), notou-se que doze alunos interpretaram e encontraram “[...] o resultado de forma correta, sendo que 5 alunos realizaram a atividade de forma parcial e 11 não conseguiram realizar a atividade” (COSTA, 2015, p. 69). Nas questões sete e oito, que tratou das expressões numéricas envolvendo inteiros, observou-se que alguns alunos não conseguiram resolver as atividades propostas, uma vez que, na sétima questão “[...] os erros estavam somente no momento de realizarem a ‘regra de sinais’ [...]” (COSTA, 2015, p. 69), e na oitava, apresentaram dificuldades “[...] tanto no ‘jogo de sinais’, como na resolução das operações” (COSTA, 2015, p. 69). Segundo o autor, na resolução da nona questão que trabalhou as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros utilizando parênteses, colchetes e chaves, evidenciou-se que os alunos tiveram dificuldades em resolver as expressões numéricas, contudo, mediante esclarecimento do pesquisador, “[...] 7 alunos conseguiram compreender e resolver de forma correta os três itens da questão, 6 alunos conseguiram resolver parcialmente e o restante não conseguiu entender de forma correta o que a questão propunha” (COSTA, 2015, p. 70). A décima questão que abordou um quadro, no qual os alunos deveriam preenchê-lo ao efetuar a adição e subtração de números inteiros, verificou-se que doze alunos responderam à questão satisfatoriamente, e os demais não conseguiram interpretar ou não finalizaram as operações corretamente. Como resultado da prática pedagógica, cujo objetivo foi revisar o “[...] conteúdo de divisão, tanto com os números naturais, com os números inteiros e regra de sinais” (COSTA, 2015, p. 73), na primeira atividade, a qual contemplou uma simulação da reta numérica com a participação de três alunos, percebeu-se que “[...] os participantes foram compreendendo quando um número negativo é maior que outro número negativo [...]” (COSTA, 2015, p. 77), uma vez que, “[...] eles observaram que quanto mais próximo um colega estava do colega com o número 0 (zero), maior ele seria” (COSTA, 2015, p. 77). Já a segunda atividade que abordou situações-problema com números inteiros, observou-se que os alunos “[...] identificaram nas suas devidas colocações na reta numérica,

assumiram seus postos e todos tentaram interpretar e compreender o cerne da questão” (COSTA, 2015, p. 78). Na terceira atividade, que tratou de situações-problema utilizando a operação de divisão, evidenciou-se que “[...] alguns alunos souberam realizar a divisão com bolas de futebol, porém, na hora de escrever o algoritmo de divisão, fazer propriamente na “ponta do lápis”, não sabiam efetuar-la” (COSTA, 2015, p. 83-84). E na quarta atividade que trabalhou a ‘regra de sinais’, o autor percebeu que alguns estudantes estavam predispostos para resolverem as operações, devido eles estabelecerem uma compreensão do conteúdo estudado e relacioná-lo com situações do cotidiano. Ao analisar o jogo virtual, o autor observou que algumas duplas se destacaram devido a agilidade na resolução das operações sem utilizar um rascunho para solucionar as questões propostas. Como resultado do pós-teste, na primeira questão que “[...] se caracteriza pela perspectiva de colher informações sobre os subsunçores assimilados no decorrer da prática, referente aos sucessores e antecessores dos números inteiros” (COSTA, 2015, p. 116), notou-se que os alunos apresentaram um bom desempenho, uma vez que, “[...] dos 27 participantes, 18 acertaram a letra A, 23 acertaram a letra B, 16 acertaram a letra C e 25 acertaram a letra D” (COSTA, 2015, p. 116). Identificou-se também na segunda questão, a qual abordou os números inteiros em uma simulação em um elevador, que os alunos estavam atentos, pois eles responderam corretamente os itens propostos. Na terceira atividade do pós-teste, observou-se que dezessete alunos responderam corretamente à questão, e os demais não apresentaram resultados satisfatórios. Já nas questões quatro, cinco e seis, que tratou das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros, respectivamente, percebeu-se que os alunos responderam as questões corretamente, uma vez que, na quarta atividade “[...] os dados percentuais indicam que houve um avanço com relação ao pré-teste [...]” (COSTA, 2015, p. 119). Não obstante, na sétima questão, o autor observou que alguns alunos “[...] não souberam indicar o sinal correto, trocando o sinal de mais pelo de menos” (COSTA, 2015, p. 121), e evidenciou-se um baixo índice de acertos, pois “[...] fazendo um paralelo com as mesmas questões do pré-teste, houve um avanço aproximado de 20%” (COSTA, 2015, p. 121). Já na oitava questão, assim como ocorreu na quarta, quinta e sexta, os alunos apresentaram resultados satisfatórios. Embora, na questão nove, observou-se que “[...] dos vinte e sete participantes, apenas 13 apresentaram a resposta correta, cinco alunos deixaram a questão sem resposta e 9 participantes não souberam interpretar corretamente o teor da questão” (COSTA, 2015, p. 122). E, na décima questão, que tratou “[...] de buscar mais evidências de aprendizagens

através do jogo virtual [...]” (COSTA, 2015, p. 123), o autor percebeu que alguns alunos apresentaram respostas corretas. Por fim, ao analisar o grau de satisfação dos participantes, por meio de um questionário com perguntas abertas e fechadas, em uma das questões uma aluna ressaltou que “tinha muitas dificuldades em Matemática e que não conseguia entender os números inteiros, porém, através dessas aulas, ela se sentiu mais preparada para enfrentar as dificuldades” (COSTA, 2015, p. 133). Ao final do estudo o autor afirma que

Os materiais alternativos proporcionaram a compreensão das operações com os números inteiros; promoveram as relações e inter-relações entre os participantes, favorecendo o entendimento acerca das diferenças e respeito às diversas opiniões dos colegas, fato esse que também contribuiu para melhor entendimento dos conteúdos. (COSTA, 2015, p. 137)

### **Souza (2015) – Mestrado Acadêmico em Educação Matemática da PUC/SP**

A dissertação desenvolvida no Mestrado Acadêmico em Educação Matemática da PUC/SP intitulada “Números inteiros e suas operações: uma proposta de estudo para alunos do 6º ano com o auxílio de tecnologia” (SOUZA, 2015) tem como objetivo

[...] verificar como os alunos do 6º ano do ensino fundamental, que não tiveram contato formal com os números inteiros e suas operações, mobilizam seus conhecimentos prévios para resolver situações que envolvam esse objeto matemático e se os mesmos poderiam se desenvolver de forma autônoma para a sua compreensão. (Resumo)

Números inteiros, Conhecimentos prévios e obstáculos, Tecnologia e applets são palavras-chave utilizadas pelo autor. Com relação ao tipo de pesquisa, em se tratando dos procedimentos metodológicos, é de natureza empírica, com abordagem qualitativa, do tipo participante, e os instrumentos de produção de dados foram observações e registros de aulas, bem como aplicação de uma sequência de atividades sobre os números inteiros e suas operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) “[...] desenvolvidas por duas das duplas participantes” (SOUZA, 2015, p. 42). O autor não atua como professor de Matemática na turma em que a pesquisa foi realizada. As categorias de análise da sequência de atividades foram elaboradas com base em cinco exercícios, os quais foram subdivididos em etapas e realizados em duplas. As categorias foram as seguintes: reconhecendo situações que envolvam os números inteiros (atividade 1 – etapas de I a IX); adição de números inteiros (atividade 2 – etapas de I a VI); subtração de números inteiros (atividade 3 – etapas de I a V); multiplicação de números inteiros (atividade 4 – etapas de I a VI); e divisão de números inteiros (atividade 5 – etapas de I a V). Como resultado da atividade 1, que

atuou no âmbito de “[...] possibilitar ao aluno o reconhecimento e a aplicação dos números inteiros, visualizando sua disposição acima e abaixo de zero, bem como à direita e à esquerda do zero” (SOUZA, 2015, p. 45), na etapa I, verificou-se que os alunos das duas duplas anotaram os valores das temperaturas corretamente, havendo uma aceitação e compreensão do número negativo. Nas etapas II a IX da atividade 1, cujo objetivo foi “[...] propor às duplas situações onde deveriam utilizar seus conhecimentos prévios para operar com os números inteiros, almejando assim, introduzir as operações de adição e de subtração de forma implícita” (SOUZA, 2015, p. 49), notou-se que a dupla A apresentou os resultados utilizando os sinais negativos e positivos e demonstrou compreender “[...] situações em que está implícita a adição entre números inteiros [...]” (SOUZA, 2015, p. 55). O mesmo não aconteceu com os outros dois alunos, que apresentaram dificuldades em relação à adição de dois números negativos, uma vez que, eles recorreram aos conhecimentos prévios sobre operações com números naturais não considerando os sinais. Ao analisar a atividade 2, que teve como base de estudo a adição de números inteiros, nas etapas I a III, verificou-se que os alunos da dupla A compreenderam a adição de números inteiros, contudo, os outros dois alunos, assim como na atividade 1 (etapas II a IX), apresentaram dificuldades em relação à adição de dois números negativos não considerando os sinais. Já na etapa IV, utilizando os recursos tecnológicos, notou-se que os alunos da dupla B registrou os resultados utilizando os sinais positivos e negativos, e a dupla A não apresentou dificuldades. Na etapa V, evidenciou-se que os alunos da dupla A “[...] foram capazes de estabelecer uma ‘regra’ a partir dos conhecimentos prévios que possuem e interpretaram a situação utilizando uma analogia em que é verificado se o número positivo é capaz ou não de ‘cobrir’ o número negativo” (SOUZA, 2015, p. 69). E ao realizar essa etapa, a dupla B percebeu-se, por meio de registros anteriores, que as operações efetuadas eram referentes à adição de números inteiros. Na etapa VI, que tratou de verificar se a utilização do applet influenciou nas respostas registradas pelas duas duplas, o autor constatou-se que os alunos da dupla A “[...] puderam fazer novas conjecturas e definir uma única resposta, por sinal correta [...]” (SOUZA, 2015, p. 75), mas a dupla B, novamente, apresentou registros alterados em que consideram ou não os sinais. Nas etapas I a IV da atividade 3, que teve como objetivo “[...] conduzir o aluno a fazer uma reflexão sobre a subtração de números inteiros, verificando a necessidade de sua aplicação em situações e percebendo que subtrair pode não significar, necessariamente, diminuir um valor” (SOUZA, 2015, p. 76), observou-se que a dupla A não utilizou “[...] o sinal de menos para se referir ao

andar em que o elevador iria parar” (SOUZA, 2015, p. 77), e a dupla B não compreendeu a proposta da atividade. Embora nas etapas III e IV, tenha verificado que a utilização do applet auxiliou a dupla B para que respondessem corretamente às questões propostas. Nas etapas I e II da atividade 4, que teve como instrumento de pesquisa a multiplicação de números inteiros, percebeu-se que os alunos da dupla A deslocaram corretamente a reta numérica levando-os a compreender em relação ao significado do sinal e à multiplicação de números inteiros. Já na dupla B, verificou-se que “[...] os alunos observaram o sinal que acompanhava os números” (SOUZA, 2015, p. 87), e sem o auxílio da reta orientada notou-se que eles “[...] voltaram a não admitir valores inferiores a zero” (SOUZA, 2015, p. 87). Nas etapas III e IV da atividade 4, que teve como objetivo “[...] introduzir a regra de sinal  $(-) \times (-) = +$ , utilizando como artifício um contexto no qual subtrair  $n$  vezes um valor negativo equivale a adicionar  $n$  vezes esse valor positivo” (SOUZA, 2015, p. 88), evidenciou-se que uma dupla não registrou o sinal e a outra não relacionou a subtração de um número negativo à adição de um número positivo. Nas etapas V e VI, os alunos não apresentaram dificuldades. A atividade 5 abordou a divisão de números inteiros, notando-se que, nas etapas de I a III, a dupla A compreendeu que “[...] o fato dos valores envolvidos na divisão serem negativos não resultaria em um resultado negativo por se tratar de números sócios [...]” (SOUZA, 2015, p. 96) e, assim como ocorreu na atividade 2, a dupla B não considerou o sinal em relação à divisão. Nas etapas IV e V da atividade 5, os alunos apresentaram os resultados com os respectivos sinais. Como resultado final da pesquisa, percebeu-se nas atividades propostas que “[...] paulatinamente de forma ‘autônoma’, os alunos passaram a considerar a necessidade de um registro diferenciado para os números inteiros [...]” (SOUZA, 2015, p. 103) e constatou-se que “[...] a partir da mobilização dos conhecimentos prévios, os alunos são capazes de desenvolver uma compreensão relevante dos números inteiros e suas operações” (SOUZA, 2015, p. 104). Segundo (SOUZA, 2015), “[...] com o auxílio da tecnologia, foi possível proporcionar ao aluno uma interação com o objeto matemático, possibilitando uma reflexão para que fossem feitas novas conjecturas sobre as questões propostas” (SOUZA, 2015, p. 104).

**Ropelato (2016) – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da FURB**

A dissertação desenvolvida no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da FURB intitulada “Conceitos básicos dos números inteiros a partir de situações problema” (ROPELATO, 2016) tem como objetivo geral “[...] verificar quais as contribuições do ensino, a partir de Situações Problema, dos conceitos básicos de Números Inteiros, para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública municipal na cidade de Timbó” (Resumo). Números inteiros, Resolução de Problemas e Aprendizagem são palavras-chave que foram utilizadas neste estudo. Com relação ao tipo de pesquisa, em se tratando dos procedimentos metodológicos, é de natureza empírica, com abordagem qualitativa, do tipo participante, e os instrumentos de produção de dados foram diário de campo, observação e registro de aulas e atividades realizadas pelos alunos em sala de aula. A autora da pesquisa, é professora regente do 7º ano do Ensino Fundamental em que os dados foram produzidos mediante realização das atividades propostas pela própria educadora. A pesquisa possibilitou desenvolver nos alunos a autonomia e a criatividade. A autora destacou que

[...] o trabalho com resolução de situações problema é uma forma eficaz de levar os alunos a entenderem os conceitos básicos dos Números Inteiros uma vez que, por meio desta metodologia, foi possível resgatar os conhecimentos que os alunos possuíam acerca dos Números Naturais e leva-los a entender este novo conjunto numérico. Também foi possível esclarecer problemas explorando questões do conhecimento deles e envolve-los de forma prática na resolução de algumas situações. (ROPELATO, 2016, p. 58)

Também, como resultado dessa pesquisa, foi elaborado um produto educacional que

[...] é um caderno de atividades voltado para o professor ou futuros professores de Matemática do Ensino Fundamental, onde consta o caminho e o material utilizado nas atividades desenvolvidas e aplicadas pela pesquisadora em conformidade com a fundamentação teórica estabelecida por ela. (ROPELATO, 2016, p. 59)



ANEXO 01

**FICHA 1 (Projeto Universal) — Mapeamento de dissertações/teses que têm o professor que ensina Matemática como foco de estudo/análise**

**SOBRENOME, Autor. Título. Ano. .xxx p. Diss/Tese (MA, MP, DO em...) - Faculdade ou Instituto, IES, Local. Orientador** Digite aqui

**Disponível em:** Digite aqui

**Pesquisador responsável pelo fichamento:** Digite aqui

**Palavras-chave:** Digite aqui

<b>Perspectiva do Autor do trabalho</b> <b>(Toda a transcrição literal deve vir entre aspas, indicando a página)</b>	Problema/Objetivos/Objeto/Questão da pesquisa	Procedimentos Metodológicos		Resultados	Principais Referenciais teóricos
		Tipo de Pesquisa Coleta/produção dados	Organização do material de análise ou <i>Corpus</i> de análise	Relativos ao Professor que Ensina Matemática - PEM	Relativos ao PEM
	<p>Os objetivos estão explícitos no trabalho?  <input type="radio"/> Não <input type="radio"/> Sim</p> <p>Transcreva os objetivos, indicando a página.                      Digite aqui</p> <p>A questão investigativa está explícita?  <input type="radio"/> Não <input type="radio"/> Sim</p> <p>Digite aqui</p> <p><b>Assinale o(s)foco(s) de análise</b></p> <p><input type="checkbox"/> Saberes e competências.  <input type="checkbox"/> Atitudes, crenças e concepções.  <input type="checkbox"/> Identidade e profissionalidade do PEM.  <input type="checkbox"/> Cursos/licenciatura/programas/projetos de formação inicial.  <input type="checkbox"/> Cursos/programas de formação continuada de professores que envolvem ensino-aprendizagem de matemática.  <input type="checkbox"/> Características e condições do trabalho docente, inclusive saúde ou estresse docente, do PEM.</p>	<p><b>Natureza da pesquisa</b></p> <p><input type="checkbox"/> Teórica, bibliográfica ou documental  <input type="checkbox"/> Empírica ou de campo  <input type="checkbox"/> Autobiográfica</p> <p><b>Abordagem metodológica da pesquisa</b></p> <p><input type="checkbox"/> Qualitativa  <input type="checkbox"/> Quantitativa  <input type="checkbox"/> Quali-quantitativa</p> <p>Digite aqui os comentários (opcional)</p> <p><b>Tipo de pesquisa quanto aos procedimentos</b></p> <p><input type="checkbox"/> Etnográfica ou participante.  <input type="checkbox"/> Laboratório ou experimental.  <input type="checkbox"/> Bibliográfica, documental.  <input type="checkbox"/> História oral ou de vida.  <input type="checkbox"/> Pesquisa ação.  <input type="checkbox"/> Pesquisa da própria prática.  <input type="checkbox"/> Pesquisa colaborativa ou com grupos colaborativos ou em comunidade de prática.  <input type="checkbox"/> Estado da arte, metanálise.  <input type="checkbox"/> Estudo de caso:</p> <p>Digite aqui o estudo de caso</p> <p><b>Instrumentos de produção de dados:</b></p>	<p>Verificar e escrever qual foi efetivamente o <i>corpus</i> de análise, isto é, os materiais, eventos e registros que foram efetivamente tomados como objeto de análise.</p> <p>Digite aqui</p>	<p>Descrever ou transcrever (colocando entre aspas e respectiva página) os principais resultados ou achados da pesquisa. Observe que os resultados diferem das conclusões, por essas últimas passarem por um processo de síntese ou generalização.</p> <p>Digite aqui</p>	<p>Citar os principais campos teóricos e seus respectivos autores que foram tomados como base para a concepção do objeto de pesquisa e principalmente no processo de análise e de produção de resultados e conclusões.</p> <p>Exemplos (veja nota final)<sup>16</sup></p> <p>Digite aqui</p>

<sup>16</sup> Desenvolvimento profissional; Saberes docentes, crenças e concepções, Pesquisa-Ação, Pesquisa com grupos Colaborativos ou Comunidade de Prática, Didática francesa, concepções, saberes, competência, atitudes, identidade e profissionalidade do professor que ensina matemática; cursos/licenciatura/programas/projetos de formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática; características e condições do trabalho docente do professor que ensina matemática, saúde ou estresse docente do professor que ensina matemática. Bem como, história de professores que ensinam matemática, performance ou desempenho docente, a formação do formador de professores que ensina matemática, representações sociais, abordagem sociocultural, etc.

	<input type="checkbox"/> <i>Performance</i> ou desempenho docente do PEM. <input type="checkbox"/> História de professores que ensinam matemática. <input type="checkbox"/> História da formação do PEM. <input type="checkbox"/> Formação, aprendizagem, desenvolvimento profissional do PEM. <input type="checkbox"/> Atuação, pensamento ou saberes do formador de PEM. <input type="checkbox"/> <b>Outro:</b> Digite aqui	<input type="checkbox"/> Entrevista (estruturada, semiestrut. ou narrativa). <input type="checkbox"/> Questionário (fechado, aberto ou misto). <input type="checkbox"/> Diário de campo. <input type="checkbox"/> Relato ou narrativa (oral ou escrito). <input type="checkbox"/> Videogravação e/ou audiogravação. <input type="checkbox"/> Observação e registro de aulas. <input type="checkbox"/> Uso de protocolo ou ficha para coleta de dados. Digite aqui os comentários (opcional)			
	<p align="center"><b>Problema/problemática de partida e questão investigativa</b> Relativa ao PEM</p> <p>O problema está explícito no trabalho?  <input type="radio"/> Não <input type="radio"/> Sim          Transcreva o problema, indicando a página. (Note que o problema não é a questão investigativa, pois a pergunta indica o modo ou direção de abordar um problema)          Digite aqui  <b>Como o problema ou problemática foi tratada até chegar à questão de pesquisa?</b>  <input type="checkbox"/> O problema não está relacionado à questão de pesquisa.  <input type="checkbox"/> Não explicita como chegou.  <input type="checkbox"/> Não tem questão.  <input type="checkbox"/> Pela literatura.  <input type="checkbox"/> Pelo memorial (pessoal ou acadêmico)  <input type="checkbox"/> A partir de uma problematização (teórica e/ou prática).  <input type="checkbox"/> A partir de resultados de avaliação.  <input type="checkbox"/> Outros          Digite aqui          Assinalar a alternativa e descrever sucintamente como o autor chegou à       </p>	<p align="center"><b>Contexto &amp; Sujeitos</b></p> <p>O contexto da pesquisa foi definido?  <input type="radio"/> Não <input type="radio"/> Sim          Descreva o contexto da pesquisa.          Digite aqui          Os sujeitos da pesquisa foram caracterizados?  <input type="radio"/> Não <input type="radio"/> Sim          Descreva os sujeitos e respectivas características          Digite aqui          Transcrever um recorte em que o autor explicita sua concepção de pesquisa.          Digite aqui       </p>	<p align="center"><b>Procedimentos e Categorias ou eixos de análise</b></p> <p>Descrição do processo analítico:          O responsável pelo fichamento deve tentar fazer uma síntese a respeito desse processo, citando, sempre que possível, as próprias palavras do autor.          Digite aqui          Utilizou categorias ou eixos de análise?  <input type="radio"/> Não <input type="radio"/> Sim          Citar/descrever as categorias ou eixos de análise, utilizando as expressões próprias do autor.          Digite aqui       </p>	<p align="center"><b>Principais conclusões no que se refere à prática e ao campo de conhecimento sobre o PEM</b></p> <p>Transcrever as conclusões produzidas a partir de tentativas de generalização ou de síntese das análises e dos resultados ou do confronto entre os resultados da pesquisa e a parte teórica ou outros estudos. (Indicar a página)          Digite aqui          O autor aponta algumas contribuições ou recomendações à prática de formação de professores ou às políticas públicas?  <input type="radio"/> Não <input type="radio"/> Sim          Se sim, citar:          Digite aqui       </p>	<p align="center"><b>Destacar a perspectiva ou campo teórico e sua presença durante a análise</b></p> <p>Indicar/descrever se o campo (ou perspectiva) teórico (acima referido) é contemplado ao longo de toda a pesquisa, isto é, perpassa desde a construção do objeto de pesquisa e sobretudo do processo de análise e de produção dos resultados e conclusões. Confirma, complementa ou amplia resultados/conclusões de outros estudos? Neste caso, quais?          Digite aqui       </p>

	<p>questão investigativa.</p> <p>Digite aqui</p>				
<p>PerspectivaPesqui sador Proj_Univ</p>	<p><b>Considerações complementares do responsável pelo fichamento.</b></p> <p>Digite aqui</p>				
	<p><b>Contatos:</b> Digite aqui</p> <p><b>E-mail do responsável pelo fichamento:</b> Digite aqui</p>				