

Aula 8: Sintonia de controladores PID

prof. Dr. Eduardo Bento Pereira

Universidade Federal de São João del-Rei

ebento@ufsj.edu.br

05 de setembro de 2019.

1 Sintonia de Controladores PID

- Método CHR
- Método CC
- Método da Integral do Erro
- Método do modelo interno

Método Chien, Hrones e Reswick, 1952

O método CHR foi desenvolvido com base em dois critérios de desempenho:

- a resposta mais rápida possível sem sobrevalor;
- a resposta mais rápida possível com 20% de sobrevalor.

Figura 3.6 Análise do controle para uma perturbação de carga.

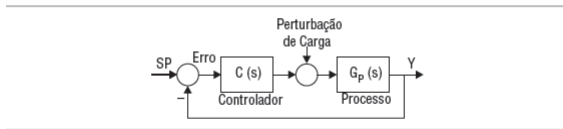


Figure: Diagrama em bloco para um sistema com perturbação de carga.

Figuras retiradas, com as devidas autorizações, do material de apoio ao professor.

Método Chien, Hrones e Reswick, 1952

O método CHR pode ser aplicado para sistema de controle do tipo:

- regulação;
- servo (rastreamento).

Implementação do PID no método CHR

O projeto original do método foi desenvolvido para o método paralelo alternativo. Porém, as tabelas apresentadas no livro referência foram feitos para a implementação paralela clássica:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (1)$$

Método Chien, Hrones e Reswick, 1952

Figura 3.7 Comparação entre as sintonias propostas por CHR com a de Ziegler e Nichols (Z&N).

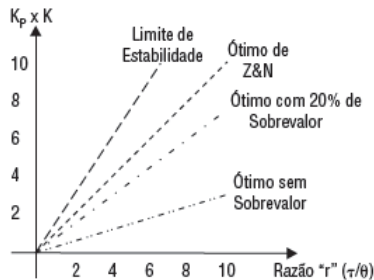


Figure: Comparação dos métodos de ZN e CHR.

Método Chien, Hrones e Reswick, 1952

Sintonia via método CHR sem sobrevalor e problema servo.

Tabela 3.4 Sintonia pelo método CHR (Critério: sem sobrevalor – Problema servo).

Controlador	K_p	T_I	T_D
P	$\frac{0.3 \times \tau}{K \times \theta}$	—	—
PI	$\frac{0.35 \times \tau}{K \times \theta}$	$1.16 \times \tau$	—
PID	$\frac{0.6 \times \tau}{K \times \theta}$	τ	$\frac{\theta}{2}$

Figure: Sintonia via método CHR sem sobrevalor e problema servo.

Método Chien, Hrones e Reswick, 1952

Sintonia via método CHR sem sobrevalor e problema de regulação.

Tabela 3.5 Sintonia pelo método CHR (Critério: sem sobrevalor – Problema regulatório).

Controlador	K_p	T_i	T_D
P	$\frac{0.3 \times \tau}{K \times \theta}$	—	—
PI	$\frac{0.6 \times \tau}{K \times \theta}$	$4 \times \theta$	—
PID	$\frac{0.95 \times \tau}{K \times \theta}$	$2.375 \times \theta$	$0.421 \times \theta$

Figure: Sintonia via método CHR sem sobrevalor e problema regulação.

Método Chien, Hrones e Reswick, 1952

Sintonia via método CHR com 20% de sobrevalor e problema servo.

Tabela 3.6 Sintonia pelo método CHR (Critério: 20% de sobrevalor – Problema servo).

Controlador	K_p	T_I	T_D
P	$\frac{0.7 \times \tau}{K \times \theta}$	—	—
PI	$\frac{0.6 \times \tau}{K \times \theta}$	τ	—
PID	$\frac{0.95 \times \tau}{K \times \theta}$	$1.357 \times \tau$	$0.473 \times \theta$

Figure: Sintonia via método CHR com 20% de sobrevalor e problema servo.

Método Heurístico de Cohen e Coon (CC), 1953

Método Heurístico de Cohen e Coon (CC)

Este método foi desenvolvido para:

- sistemas que possuem um valor mais elevado para o tempo morto, ou seja, $\theta/\tau > 0,3$ e razão de declínio de $1/4$;
- implementação clássica do controle PID:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (2)$$

- aproximação do sistema a ser controlado com sendo:

$$G(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1} \quad (3)$$

Método Heurístico de Cohen e Coon (CC), 1953

Tabela 3.7 Sintonia segundo o método de [Cohen e Coon, 1953] (continua).

	K_p	T_i	T_d
P	$\left(1.03 + 0.35 \times \left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right) \times \frac{\tau}{K \times \theta}$	—	—
PI	$\left(0.9 + 0.083 \times \left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right) \times \frac{\tau}{K \times \theta}$	$\frac{\left(0.9 + 0.083 \times \left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right)}{\left(1.27 + 0.6 \times \left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right)} \times \theta$	—

Tabela 3.7 Sintonia segundo o método de [Cohen e Coon, 1953] (continuação).

	K_p	T_i	T_d
PID	$\left(1.35 + 0.25 \times \left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right) \times \frac{\tau}{K \times \theta}$	$\frac{\left(1.35 + 0.25 \times \left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right)}{\left(0.54 + 0.33 \times \left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right)} \times \theta$	$\frac{0.5 \times \theta}{\left(1.35 + 0.25 \times \left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right)}$

Figure: Sintonia via método CC.

Método Heurístico de Cohen e Coon (CC), 1953

Considerações sobre o método CC:

- apresenta desempenho razoável para fator de incontrolabilidade $0,6 \leq \theta/\tau \leq 4,5$ (Rivera, *et al.* 1986);

Método Heurístico de Cohen e Coon (CC), 1953

Considerações sobre o método CC:

- apresenta desempenho razoável para fator de incontrolabilidade $0,6 \leq \theta/\tau \leq 4,5$ (Rivera, *et al.* 1986);
- robustez é "ruim" para fator de incontrolabilidade $\theta/\tau < 2$;

Método Heurístico de Cohen e Coon (CC), 1953

Considerações sobre o método CC:

- apresenta desempenho razoável para fator de incontrolabilidade $0,6 \leq \theta/\tau \leq 4,5$ (Rivera, *et al.* 1986);
- robustez é "ruim" para fator de incontrolabilidade $\theta/\tau < 2$;
- desenvolvido para processos com tempo morto maiores do que os estudados por Z&N;

Método Heurístico de Cohen e Coon (CC), 1953

Considerações sobre o método CC:

- apresenta desempenho razoável para fator de incontrolabilidade $0,6 \leq \theta/\tau \leq 4,5$ (Rivera, *et al.* 1986);
- robustez é "ruim" para fator de incontrolabilidade $\theta/\tau < 2$;
- desenvolvido para processos com tempo morto maiores do que os estudados por Z&N;
- produz sintonia agressiva e, na prática, deve-se diminuir os ganhos e ir aumentando aos poucos observando-se o comportamento do processo.

Método da integral do erro

Considerações sobre o método da integral do erro:

- Lopez *et al.* (1967) iniciaram seu estudo para controle do tipo perturbação de carga (regulação) e Rovira *et al.* (1969) estenderam o estudo para pequenas mudanças no *setpoint*;

Método da integral do erro

Considerações sobre o método da integral do erro:

- Lopez *et al.* (1967) iniciaram seu estudo para controle do tipo perturbação de carga (regulação) e Rovira *et al.* (1969) estenderam o estudo para pequenas mudanças no *setpoint*;
- utiliza o cálculo da integral do erro dentro de uma janela tempo suficiente para que o sistema entre em regime permanente;

Método da integral do erro

Considerações sobre o método da integral do erro:

- Lopez *et al.* (1967) iniciaram seu estudo para controle do tipo perturbação de carga (regulação) e Rovira *et al.* (1969) estenderam o estudo para pequenas mudanças no *setpoint*;
- utiliza o cálculo da integral do erro dentro de uma janela tempo suficiente para que o sistema entre em regime permanente;
- utiliza o PID clássico:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (4)$$

- supõe um processo do tipo:

$$G(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1} \quad (5)$$

sendo o cálculo de τ feito por $\tau = \Delta y / R$, ou $\tau = t_{63,2\%} - \theta$.

Método da integral do erro

Considerações sobre o método da integral do erro:

- Lopez *et al.* (1967) (problema de regulação) para fator de incontrolabilidade $0 \leq \theta/\tau \leq 1$;
- otimização numérica;

Método da integral do erro

Considerações sobre o método da integral do erro:

- Lopez *et al.* (1967) (problema de regulação) para fator de incontrolabilidade $0 \leq \theta/\tau \leq 1$;
- otimização numérica;

$$K_p = \frac{1}{K} \left(A \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^B \right) \quad (6)$$

$$T_I = \frac{\tau}{\left(C \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^D \right)} \quad (7)$$

$$T_D = \tau \left(E \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^F \right) \quad (8)$$

Método da integral do erro

Problema de rastreamento (Lopez *et al.* (1967))

Tabela 3.8 Constantes para cálculo da sintonia do PID [Lopez *et al.*, 1967].

Controlador	Critério	A	B	C	D	E	F
PI	IAE	0.984	-0.986	0.608	-0.707	—	—
PI	ITAE	0.859	-0.977	0.674	-0.68	—	—
PID	IAE	1.435	-0.921	0.878	-0.749	0.482	1.137
PID	ITAE	1.357	-0.947	0.842	-0.738	0.381	0.995

Figure: Sintonia pelo método da Integral do Erro para problema de regulação.

Método da integral do erro

Problema de rastreamento (Rovira *et al.* (1969))

$$K_p = \frac{1}{K} \left(A^* \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^{B^*} \right) \quad (9)$$

$$T_I = \frac{\tau}{\left(C^* \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^{D^*} \right)} \quad (10)$$

$$T_D = \tau \left(E^* \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^{F^*} \right) \quad (11)$$

Método da integral do erro

Problema de rastreamento (Rovira *et al.* (1969))

Tabela 3.9 Constantes para cálculo da sintonia do PID [Rovira *et al.*, 1969].

Controlador	Critério	A*	B*	C*	D*	E*	F*
PI	IAE	0.758	-0.861	1.02	-0.323	—	—
PI	ITAE	0.586	-0.916	1.03	-0.165	—	—
PID	IAE	1.086	-0.869	0.740	-0.130	0.348	0.914
PID	ITAE	0.965	-0.850	0.796	-0.147	0.308	0.929

Figure: Sintonia pelo método da Integral do Erro para problema de rastreamento.

Comparação dos métodos:

Figura 3.9 Comparação entre as sintonias propostas nas Tabelas 3.8 e 3.9 para um degrau na perturbação de carga.

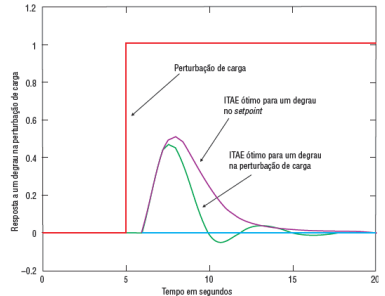


Figure: Degrau na perturbação de carga.

Método da integral do erro

Trabalho de Tavakoli e Tavakoli, 2003

- Otimização baseada em algoritmo genético e degrau no *setpoint*;
- fator de incontrolabilidade $0, 1 \leq \theta/\tau \leq 2$.

Tabela 3.10 Sintonia do PID segundo [Tavakoli e Tavakoli, 2003].

Fator Adimensional	IAE	ITAE
$K_p \times K =$	$1 / \left(\left(\frac{\theta}{\tau} \right) + 0.2 \right)$	$0.8 / \left(\left(\frac{\theta}{\tau} \right) + 0.1 \right)$
$\frac{T_I}{\theta} =$	$\left(0.3 \times \left(\frac{\theta}{\tau} \right) + 1.2 \right) / \left(\left(\frac{\theta}{\tau} \right) + 0.08 \right)$	$0.3 + \left(1 / \left(\frac{\theta}{\tau} \right) \right)$
$\frac{T_D}{\theta} =$	$1 / \left(90 \times \left(\frac{\theta}{\tau} \right) \right)$	$0.06 / \left(\left(\frac{\theta}{\tau} \right) + 0.04 \right)$

Figure: Degrau no *setpoint*.

Método do modelo interno (IMC)

Figura 3.10 Estrutura IMC.

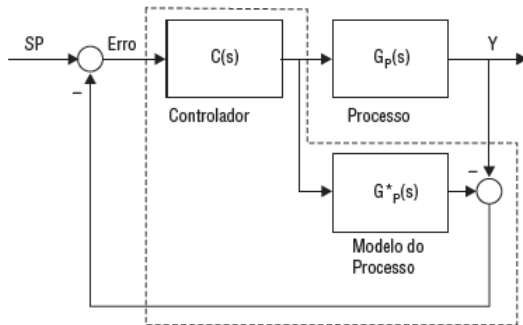


Figure: Método do Modelo Interno.

Método do modelo interno (IMC)

Obter a equação de malha fechada do sistema:

$$\frac{Y(s)}{SP(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} \quad (12)$$

Para um controlador do tipo:

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (13)$$

Método do modelo interno (IMC)

Um exemplo de comportamento em malha fechada

$$G_{\text{desejado}}(s) = \frac{1}{\lambda s + 1} \quad (14)$$

em que λ é o parâmetro de projeto do sistema e deve ser escolhido de acordo com a dinâmica do sistema.

Método do modelo interno (IMC)

Um exemplo de comportamento em malha fechada

$$G_{\text{desejado}}(s) = \frac{1}{\lambda s + 1} \quad (14)$$

em que λ é o parâmetro de projeto do sistema e deve ser escolhido de acordo com a dinâmica do sistema.

Desenvolvimento

$$\frac{Y(s)}{SP(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} = \frac{1}{\lambda s + 1} \quad (15)$$

$$C(s) = \frac{1}{G(s)\lambda s} \quad (16)$$

$$G(s) = \frac{K}{s} \quad (17)$$

$$C(s) = \frac{1}{G(s)\lambda s} = \frac{1}{K\lambda} \quad (18)$$

Método do modelo interno (IMC)

Resultado dos estudos de Rivera, Morari e Skogestad (1986)

Tabela 3.11 Sintonia do PID segundo [Rivera *et al.*, 1986].

Modelo do Processo	K_p	T_i	T_D
$\frac{K}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau}{K \times \lambda}$	τ	—
$\frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{(\tau_1 + \tau_2)}{K \times \lambda}$	$(\tau_1 + \tau_2)$	$\frac{\tau_1 \times \tau_2}{(\tau_1 + \tau_2)}$
$\frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1}$	$\frac{2\xi\tau}{K \times \lambda}$	$2\xi\tau$	$\frac{\tau}{2\xi}$
$\frac{K}{s}$	$\frac{1}{K \times \lambda}$	—	—
$\frac{K}{s(\tau s + 1)}$	$\frac{1}{K \times \lambda}$	—	τ

Figure: Método do Modelo Interno para diversos sistemas.

Método do modelo interno (IMC)

Rivera *et al.*, (1986)

Para um sistema de primeira ordem com tempo morto o método por modelo interno resulta em:

Tabela 3.12 Sintonia do PID segundo [Rivera *et al.*, 1986] para processos com tempo morto.

Controlador	K_p	T_i	T_d	Sugestão para o Desempenho
PID	$\frac{2\tau + \theta}{K \times (2\lambda + \theta)}$	$\tau + \left(\frac{\theta}{2}\right)$	$\frac{\tau \times \theta}{(2\tau + \theta)}$	$\frac{\lambda}{\theta} > 0.8$
PI	$\frac{(2\tau + \theta)}{K \times 2\lambda}$	$\tau + \left(\frac{\theta}{2}\right)$	—	$\frac{\lambda}{\theta} > 1.7$

Figure: Método do Modelo Interno para sistemas de primeira ordem com tempo

Método do modelo interno (IMC)

Exemplo para um sistema de primeira ordem sem tempo morto

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (19)$$

$$C(s) = \frac{1}{G(s)\lambda s} = \frac{\tau s + 1}{K\lambda} \left(1 + \frac{1}{\tau s}\right) \quad (20)$$

Método do modelo interno (IMC)

Exemplo para um sistema de primeira ordem sem tempo morto

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (19)$$

$$C(s) = \frac{1}{G(s)\lambda s} = \frac{\tau s + 1}{K\lambda} \left(1 + \frac{1}{\tau s}\right) \quad (20)$$

Resultando em:

$$K_p = \frac{\tau}{K\lambda} \quad (21)$$

$$T_I = \tau \quad (22)$$

Método do modelo interno (IMC)

Exemplo para um sistema de primeira ordem sem tempo morto

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (19)$$

$$C(s) = \frac{1}{G(s)\lambda s} = \frac{\tau s + 1}{K\lambda} \left(1 + \frac{1}{\tau s}\right) \quad (20)$$

Resultando em:

$$K_p = \frac{\tau}{K\lambda} \quad (21)$$

$$T_I = \tau \quad (22)$$

Consideração sobre o ajuste do controlador

$$\lambda \cong \tau_{\text{dominante}}$$

References



Campos e Teixeira (2008)

Controle Típicos de equipamentos e processos industriais

Ediadora Blucher

The End