Aula 5: Controladores PI

prof. Dr. Eduardo Bento Pereira

Universidade Federal de São João del-Rei

ebento@ufsj.edu.br

25 de agosto de 2019.

Visão Geral

1. Controlador Integral
   - Introdução
2. Implementações do controlador PID
   - PID Paralelo Alternativo
   - PID Paralelo Clássico
   - PID Série
   - Variações nas implementações
3. Conversão de parâmetros

Controle Integral - I

O controle integral é aquele cuja estratégia de controle se basea em obter o sinal de saída do controlador como uma integral do erro. O erro é obtido pelo cálculo entre o valor setado (*Setpoint* - SP) e o valor medido (*Process Variable* - PV).

Figura 2.3 Ação integral.

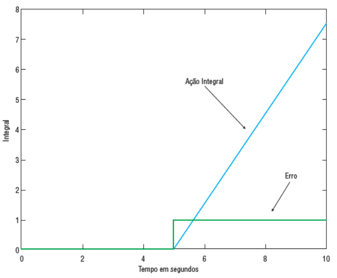

Figure: Ação de controle Integral.

Formas de implementação do controlador PI

Controlador PI Paralelo Clássico

$$u(t) = K_p e(t) + K_p \frac{1}{T_I} \int e(t)dt + u_o \tag{1}$$

Formas de implementação do controlador PI

Controlador PI Paralelo Clássico

$$u(t) = K_p e(t) + K_p \frac{1}{T_I} \int e(t)dt + u_o \tag{1}$$

Controlador PI Paralelo alternativo

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{1}{T_I} \int e(t)dt + u_o \tag{2}$$

Lei de controle proporcional integral

Como visto anteriormente, a lei de controle proporcional integral (paralelo clássico), para sistemas de tempo contínuo, pode ser escrita na forma:

$$u(t) = K_p e(t) + K_p \frac{1}{T_I} \int e(t)dt + u_o \tag{3}$$

em que:

- $u(t) \in \mathbb{R}$ é a variável que representa o valor de saída do controlador;
- $e(t)$ é a variável que representa o valor do erro entre o valor setado e o valor medido $e(t) = \text{SP} - \text{PV}$, ou, na notação usual para sistemas de controle $e(t) = r(t) - y(t)$, sendo $r(t)$ e $y(t)$ as variáveis que representam o valor setado e o valor medido, repsecitivamente;
- K_p representa o ganho proporcional;
- T_I representa o tempo integral;
- u_o é a constante que representa o valor inicial para a saída do controlador, ou seja, valor que o controlador assumirá quando for ligado (energizado).

Variações do parâmetro integral

Tempo integral

T_I é o tempo integral dado em segundos ou minutos.

Ganho integral

O ganho integral é o fator multiplicativo $K_I = 1/T_I$, denominado também como número de repetições por segundo.

Reset integral

O *Reset* é o inverso do tempo integral $(1/T_I,)$ dado em repetições por segundo.

Efeito da combinação das ações P e I

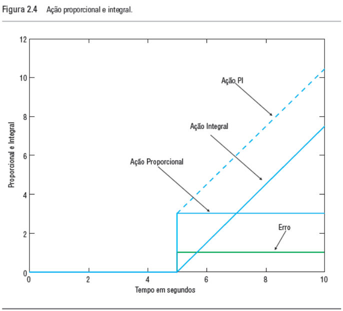

Figure: Efeito da combinação das ações P e I.

Algoritmo PI de velocidade

Lei de controle para implementação do algoritmo de velocidade do controlador PI alternativo:

$$\Delta u(t) = K_p \Delta e(t) + \frac{1}{T_I} e(t) \mathrm{TA} \tag{4}$$

em que TA é período de amostragem do controlador.

Algoritmo PI de velocidade

Lei de controle para implementação do algoritmo de velocidade do controlador PI alternativo:

$$\Delta u(t) = K_p \Delta e(t) + \frac{1}{T_I} e(t)\mathrm{TA} \qquad (4)$$

em que TA é período de amostragem do controlador.
Lei de controle para implementação do algoritmo de velocidade do controlador PI clássico:

$$\Delta u(t) = K_p \Delta e(t) + K_p \frac{1}{T_I} e(t)\mathrm{TA} \qquad (5)$$

Controlador PID - Ação derivativa

Equação para o PID paralelo clássico:

$$u(t) = K_p e(t) + K_p \frac{1}{T_I} \int e(t)dt + K_p T_D \frac{de(t)}{dt} + u_o \qquad (6)$$

em que T_D é o tempo derivativo.

Controlador PID - Ação derivativa

Equação para o PID paralelo clássico:

$$u(t) = K_p e(t) + K_p \frac{1}{T_I} \int e(t)dt + K_p T_D \frac{de(t)}{dt} + u_o \qquad (6)$$

em que T_D é o tempo derivativo.

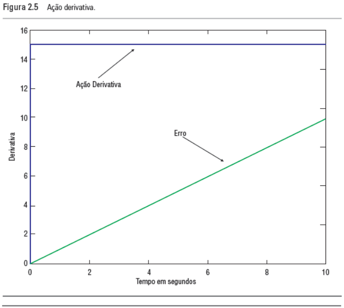

Figure: Efeito da ação derivativa.

Controlador PID

Figura 2.6 Ação do controlador PD.

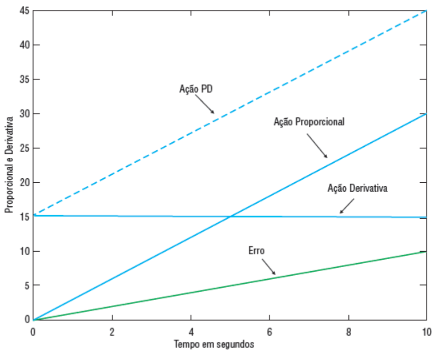

Figure: Efeito combinado das ações PID.

PID Paralelo Alternativo

Figura 2.7 Algoritmo PID paralelo alternativo.

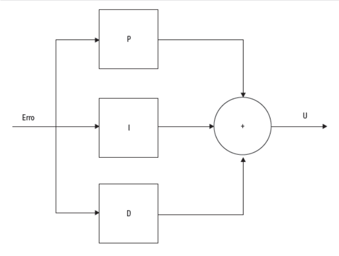

Figure: Diagrama em blocos para PID Paralelo Alternativo.

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{1}{T_I}\int e(t)dt + T_D\frac{de(t)}{dt} + u_o \tag{7}$$

PID Paralelo Alternativo

Lei de controle:

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{1}{T_I} \int e(t)dt + T_D \frac{de(t)}{dt} + u_o \qquad (8)$$

Função de transferência:

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{1}{sT_I} + T_D s \qquad (9)$$

PID Paralelo Clássico

Lei de controle:

$$u(t) = K_p e(t) + K_p \frac{1}{T_I} \int e(t)dt + K_p T_D \frac{de(t)}{dt} + u_o \tag{10}$$

Função de transfeência:

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_I} + T_D s\right) \tag{11}$$

Problema prático com o termo derivativo

Considere a equação:

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_I} + T_D s\right) \tag{12}$$

Filtro derivativo:

$$D(s) \cong \frac{T_D s}{1 + \alpha T_D s} \tag{13}$$

Controlador PID série (interativo)

Controladores analógicos

O problema de implementação do termo derivativo em sistemas analógicos (eletrônicos ou pneumáticos)

$$U(s) = K_p \left[\frac{1 + T_D s}{1 + \alpha T_D s} \right] \left[1 + \frac{1}{T_I s} \right] E(s) \tag{14}$$

Controlador PID série (interativo)

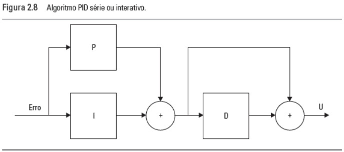

Figure: Diagrama em blocos para PID Série.

$$U(s) = K_p \left[\frac{1 + T_D s}{1 + \alpha T_D s} \right] \left[1 + \frac{1}{T_I s} \right] E(s) \tag{15}$$

$$G_{PI}(s) = K_p \left[1 + \frac{1}{T_I s} \right] E(s) \tag{16}$$

$$U(s) = \left[1 + \frac{1}{T_I s} \right] G_{PI}(s) \tag{17}$$

Outras implementações

Termo derivativo atuando na variável de processo (PV)

Menos sensível a uma mudança "brusca" na variação do *Setpoint*.

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{1}{T_I}\int e(t)dt + T_D \frac{d\mathrm{PV}}{dt} \tag{18}$$

em que PV é a variável de processo $(y(t))$.

Algoritmo PID de velocidade

Exemplo de lei de controle para implementação do algoritmo de velocidade do controlador PID:

$$\Delta u(t) = K_p \Delta e(t) + \frac{1}{T_I} e(t) \mathrm{TA} + T_D \Delta\Delta e(t) \quad (19)$$

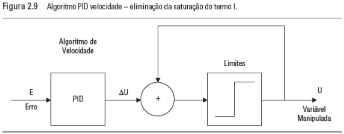

Figure: Diagrama em blocos para PID (velocidade).

Implementação do PID da Siemens

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_I} + \frac{T_D s}{1 + T_{\mathrm{LAG}} s}\right) \tag{20}$$

Implementação do PID da Siemens

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_I} + \frac{T_D s}{1 + T_{\mathrm{LAG}} s}\right) \tag{20}$$

Cuja resposta ao degrau é:

$$u(t) = K_p \mathrm{E} \left(1 + \frac{t}{T_I} + \frac{T_D}{T_{\mathrm{LAG}}} e^{\frac{-t}{T_{\mathrm{LAG}}}}\right) \tag{21}$$

em que E é a amplitude da entrada ao degrau aplicada.

Implementação do PID da Yokogawa

$$\Delta \mathrm{MV}_n = \frac{100}{\mathrm{BP}} \left\{ \Delta E_n + \frac{\Delta T}{T_I} E_n + \frac{T_D}{\Delta T} \Delta(\Delta E_n) \right\} \tag{22}$$

em que:

- ΔMV é a variável manipulada ($u(t)$);
- ΔT é o período de execução ou amostragem do algoritmo (*scan*);
- ΔE_n é a variação do erro E no isntante de tempo discreto n.

Implementação do PID da Yokogawa

Implementação I-PD

$$\Delta \mathrm{MV}_n = \frac{100}{\mathrm{BP}} \left\{ \Delta \mathrm{PV}_n + \frac{\Delta T}{T_I} E_n + \frac{T_D}{\Delta T} \Delta(\Delta \mathrm{PV}_n) \right\} \tag{23}$$

Implementação PI-D

$$\Delta \mathrm{MV}_n = \frac{100}{\mathrm{BP}} \left\{ \Delta \mathrm{E}_n + \frac{\Delta T}{T_I} E_n + \frac{T_D}{\Delta T} \Delta(\Delta \mathrm{PV}_n) \right\} \tag{24}$$

Implementação do PID da Emerson

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_p \left(\frac{1 + \tau_D s}{1 + \alpha \tau_D s} \right) \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} \right) \qquad (25)$$

em que:

- M é a variável manipulada $(u(t))$;
- $\alpha = 0,1$.

Implementação do PID da Smar e da GE-Fanuc

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{1}{T_I}\int e(t)dt + T_D\frac{dPV}{dt} \tag{26}$$

Obs.: No PID da Smar o parâmetro de ajuste é o tempo integral T_I em quanto o PID da GE-Fanuc é ajustado em repetições por segundos (K_I).

Conversão do PID paralelo para série

Considere a equação do PID série:

$$U(s) = K_p^s \left[\frac{1 + T_D^s s}{1 + \alpha T_D^s s}\right] \left[1 + \frac{1}{T_I^s s}\right] E(s) \tag{27}$$

O parâmetro α relacionado ao filtro derivativo deve ser ajustado de modo a não interferir no ajuste do controlador. Sendo assim, pode-se escrever:

Conversão do PID paralelo para série

Considere a equação do PID série sem o filtro derivativo:
PID série:

$$U(s) = K_p^s \left[1 + T_D^s s\right] \left[1 + \frac{1}{T_I^s s}\right] E(s) \tag{28}$$

Função de transferência: PID paralelo (clássico):

$$U(s) = K_p^p \left[1 + \frac{1}{T_I^p s} + T_D^p s\right] E(s) \tag{29}$$

Conversão do PID série para o paralelo

$$K_p^p = K_p^s \left[1 + \frac{T_D^s}{T_I^s}\right] \tag{30}$$

$$T_I^p = T_I^s \left[1 + \frac{T_D^s}{T_I^s}\right] \tag{31}$$

$$T_D^p = \frac{T_D^s}{\left[1 + \frac{T_D^s}{T_I^s}\right]} \tag{32}$$

Conversão do PID série para o paralelo

Quando $T_I \geq 4T_D$, deve-se utilizar as equações:

$$K_p^s = K_p \left[0,5 + \left[0,25 - \frac{T_D}{T_I}\right]^{0{,}5}\right] \tag{33}$$

$$T_I^s = T_I \left[0,5 + \left[0,25 - \frac{T_D}{T_I}\right]^{0{,}5}\right] \tag{34}$$

$$T_D^s = \frac{T_D}{\left[0,5 + \left[0,25 - \frac{T_D}{T_I}\right]^{0{,}5}\right]} \tag{35}$$

Conversão do PID paralelo clássico para o alternativo

Função de transferência:

$$U(s) = \left[K_p^{Alt} + \frac{1}{T_I^{Alt} s} + T_D^{Alt} s\right] \tag{36}$$

$$K_p^{Alt} = K_p \tag{37}$$

$$T_I^{Alt} = \frac{T_I}{K_p} \tag{38}$$

$$T_D^{Alt} = T_D K_p \tag{39}$$

Resposta dinâmica P

Seja

$$G(s) = \frac{0,5}{5s+1}e^{-2s} \qquad (40)$$

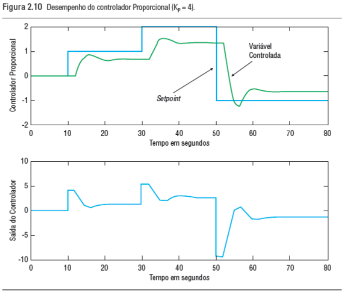

Figure: Exemplo de resposta dinâmica controlador P.

Resposta dinâmica PI

Seja

$$G(s) = \frac{0,5}{5s+1}e^{-2s}$$

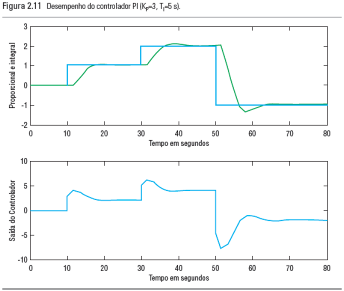

Figure: Exemplo de resposta dinâmica controlador PI.

Resposta dinâmica PID clássico

Seja

$$G(s) = \frac{0,5}{5s+1}e^{-2s}$$

Figura 2.12 Desempenho do controlador PID (K_P=3, T_I=5 s, T_D=2 s).

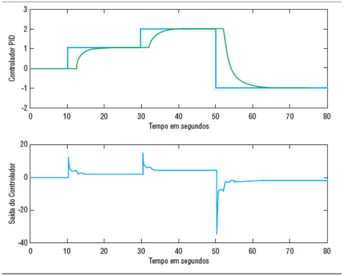

Figure: Exemplo de resposta dinâmica controlador PID.

References

Campos e Teixeira (2008)
Controle Típicos de equipamentos e processos industriais
Ediatora Blucher

Fim