

Aula 9: Sintonia de controladores PID

prof. Dr. Eduardo Bento Pereira

Universidade Federal de São João del-Rei

ebento@ufsj.edu.br

9 de setembro de 2018.

1 Sintonia de Controladores PID

- Método dos relés em malha fechada
- Método de Chidambaram, 2004.
- Método de Luyben, 2001
- Método IMC por Lee, Park, Lee, & Brosilow, 1998)
- Extensão do Método IMC por Sreet al, 2004
- Extensão do Método IMC por Vila Nova, 2008
- Extensão do Método IMC por Cvejín, 2009
- Método de Xu, Wang, Lin, & Zhang, 2011
- Método SIMC de Skogestad, 2004
- Comparações entre os métodos de ajuste

Método dos relés em malha fechada

Método dos relés em malha fechada

Proposto em 1984 por Astrom e Haggund com o objetivo de provocar oscilações de amplitude controlada utilizando "relés".

Figura 3.11 Método do "relé" em malha fechada.

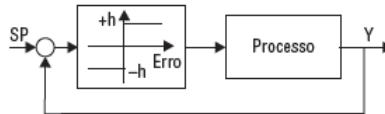


Figure: Diagrama em blocos para o método dos relés em malha fechada.

Figura retirada, com as devidas autorizações, do material de apoio ao professor do livro da referência 1.

Método dos relés em malha fechada

Método dos relés em malha fechada

Proposto em 1984 por Astrom e Haggund com o objetivo de provocar oscilações de amplitude controlada utilizando "relés".

$$u(t) = \begin{cases} +h, & \text{se } e(t) > 0 \\ -h, & \text{se } e(t) \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

Obs.: O uso de $e(t) > 0$ ou $e(t) \leq 0$ em cada termo da equação anterior depende de como o erro está definido e se a ação é direta ou reversa.

Método dos relés em malha fechada

Método dos relés em malha fechada

- Resposta em frequência: O objetivo é introduzir oscilações sustentadas no sistemas de modo a se obter os parâmetros a e P , em que a é a amplitude da oscilação e P o período de oscilação do relé.

Método dos relés em malha fechada

Método dos relés em malha fechada

- Resposta em frequência: O objetivo é introduzir oscilações sustentadas no sistemas de modo a se obter os parâmetros a e P , em que a é a amplitude da oscilação e P o período de oscilação do relé.
- a partir destes, estimar o período último (P_U) e o ganho último (K_U) do sistema e, a partir destes, sintonizar os ganhos do controlador utilizando um método como o de Z&N.

Método dos relés em malha fechada

Método dos relés em malha fechada

- Resposta em frequência: O objetivo é introduzir oscilações sustentadas no sistemas de modo a se obter os parâmetros a e P , em que a é a amplitude da oscilação e P o período de oscilação do relé.
- a partir destes, estimar o período último (P_U) e o ganho último (K_U) do sistema e, a partir destes, sintonizar os ganhos do controlador utilizando um método como o de Z&N.
- Na prática, implementa-se o método dos relés utilizando um controlador PID ajustando-se os ganhos K_I e K_D iguais a zero e elevando-se o ganho proporcional com as saídas do PID limitadas a um valor mínimo e a um máximo.

Método dos relés em malha fechada

Método dos relés em malha fechada

Proposto em 1984 por Astrom e Haggund com o objetivo de provocar oscilações de amplitude controlada utilizando "relés".

$$K_U = \frac{4h}{a\pi} \quad (2)$$

$$P_U = P \quad (3)$$

Ajuste nos valores de Z&N devido a incertezas na ordem de 5 a 20% fazendo $f = 2, 5$:

$$K_p = \frac{K_p^{Z\&N}}{f/2} \quad (4)$$

$$T_I = T_I^{Z\&N} f \quad (5)$$

Método de Chidambaram, 2004.

Processos estáveis de primeira ordem

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1} \quad (6)$$

em que $\tau > 0$.

Tabela 3.13 Sintonia do PID segundo [Chidambaram *et al.*, 2004].

Controlador	K_p	T_i	T_d
PID	$\frac{1}{K} \times \left(\frac{\tau}{\theta} + 0.5 \right)$	$\tau + 0.5 \times \theta$	$\frac{0.5\theta (\tau + 0.1667\theta)}{\tau + 0.5\theta}$

Figure: Método de Chindambaram para sistemas estáveis.

Método de Chidambaram, 2004.

Processos instáveis de primeira ordem

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1} \quad (7)$$

em que $\tau < 0$ (constante de tempo negativa).

Tabela 3.14 Sintonia do PID para processos instáveis [Chidambaram *et al.*, 2004].

K_p	T_i	T_d
$\frac{1}{K} \times \left(1.4183 \times \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^{-0.9147} \right)$	$\tau \times \left(16.327 \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^2 + 5.577 \left(\frac{\theta}{\tau} \right) + 0.816 \right)$	$0.492 \times \theta$

Figure: Método de Chindambaram para sistemas instáveis.

A Tabela da Figura 2 deve ser utilizada para $0,01 \leq \theta/\tau \leq 0,6$

Método de Luyben, 2001

Equação do PID com ação derivativa

O método propõe o ajuste do controlador com ação derivativa explícita na lei de controle e que pode ser implementada diretamente em sistemas do tipo SDCCD (Sistemas Digitais de Controle Distribuído ou DCS, do inglês *Digital Control System*).

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \left(\frac{1}{\tau_F s + 1} \right) \quad (8)$$

Método de Luyben, 2001

Equação do PID com ação derivativa

O método propõe o ajuste do controlador com ação derivativa explícita na lei de controle e que pode ser implementada diretamente em sistemas do tipo SDCD (Sistemas Digitais de Controle Distribuído ou DCS, do inglês *Digital Control System*).

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \left(\frac{1}{\tau_F s + 1} \right) \quad (8)$$

O autor sugere utilizar o método do modelo interno para comportamento dinâmico de primeira ordem com:

$$\lambda = \max(0, 25\theta, 0, 20\tau) \quad (9)$$

Método de Luyben, 2001

Sintonia do controlador segundo Luyben, 2001

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \left(\frac{1}{\tau_F s + 1} \right) \quad (10)$$

A sintonia resultante é dada por:

$$K_p = \frac{1}{K} \left(\frac{2\tau + \theta}{2(\lambda + \theta)} \right) \quad (11)$$

$$T_I = \tau + \frac{\theta}{2} \quad (12)$$

$$T_D = \frac{\tau\theta}{2\tau + \theta} \quad (13)$$

$$\tau_F = \frac{\lambda\theta}{2(\lambda + \theta)} \quad (14)$$

Método IMC por Lee, Park, Lee, & Brosilow, 1998)

Considerações:

O método de sintonia de controladores PID baseado na resposta em malha fechada com $\lambda/\theta = 1/3$. Os ajustes apresentado nas equações abaixo foi obtido por meio da expansão da variável de Laplace pela Série de Maclaurin.

$$K_p = \frac{T_I}{K(\lambda + \theta)} \quad (15) \quad T_I = \tau + \frac{\theta^2}{2(\lambda + \theta)} \quad (16) \quad T_D = \frac{\theta^2}{6(\lambda + \theta)} \left[3 - \frac{\theta}{T_I} \right] \quad (17)$$

Todos os métodos a partir deste momento consideram a implementação paralela clássica.

Extensão do Método IMC por Steet al, 2004

Considerações:

O método de sintonia de controladores PID desenvolvido por Sreet al (2004) foi desenvolvido para ser aplicado, também, a sistemas de primeira ordem com atraso instáveis.

$$K_p = \frac{\tau/\theta + 0,5}{K} \quad (18)$$

$$T_I = \tau + 0,5 \quad (19)$$

$$T_D = 0,5 \frac{\tau + 0,16670}{\tau + 0,50} \quad (20)$$

Extensão do Método IMC por Vila Nova, 2008

Considerações:

O método de sintonia de controladores PID desenvolvido por Vila Nova (2008) foi projetado para dinâmica de primeira ordem com atraso e especificações de robustez em malha fechada.

$$K_p = \frac{T_I}{2,65K\theta} \quad (21) \quad T_I = \tau + 0,030 \quad (22) \quad T_D = 1,72\theta N \quad (23)$$

e

$$N + 1 = \frac{\tau}{T_I} \quad (24)$$

Extensão do Método IMC por Cvejín, 2009

Considerações:

O método de sintonia de controladores PID desenvolvido por Cvejín, 2009 foi desenvolvido para sistemas com **tempo de atraso** elevado e tendo como índice de desempenho o mínimo erro quadrático.

Extensão do Método IMC por Cvejín, 2009

Table: Sintonia dos controladores PID segundo o método de Cvejín, 2009.

Controlador	K_p	T_I	T_D
MO - variações no <i>setpoint</i>	$\frac{1}{4K} \left(1 + \frac{3\tau}{\theta}\right) \quad (25)$	$\tau + \frac{\theta}{3} \quad (26)$	$\frac{\theta}{3 + \theta/\tau} \quad (27)$
MO - rejeição de distúrbios	$\frac{1}{4K} \left(1 + \frac{3,26\tau}{\theta}\right)$	$\left(\frac{1}{3,9\theta} + \frac{1}{\tau}\right)^{-1} + \frac{\theta}{3}$	$\left(\frac{3,26}{\theta} + \frac{1}{\tau}\right)^{-1}$

Extensão do Método IMC por Cvejín, 2009

Table: Sintonia dos controladores PID segundo o método de Cvejín, 2009. (cont.)

Controlador	K_p	T_I	T_D
ISE - variações no <i>setpoint</i>	$\frac{0,8}{K} \left(0,6 + \frac{\tau}{\theta} \right)$	$\tau + 0,6\theta$	$\frac{\theta}{1,67 + \theta/\tau}$
ISE - rejeição de distúrbios	$\frac{0,8}{K} \left(0,6 + \frac{1,24\tau}{\theta} \right)$	$\left(\frac{1}{2,5\theta} + \frac{1}{\tau} \right)^{-1} + 0,6\theta$	$\left(\frac{2,07}{\theta} + \frac{1}{\tau} \right)^{-1}$

Método de Xu, Wang, Lin, & Zhang, 2011

Considerações:

Este método é uma modificação do método de Lee (1998).

$$K_p = \frac{T_I}{K(\lambda + \theta)} \quad (28) \quad T_I = \tau + \frac{\theta^2}{2(\lambda + \theta)} \quad (29) \quad T_D = \frac{\theta^2}{6(\lambda + \theta)} \left[3 - \frac{\theta}{T_I} \right] \quad (30)$$

Cálculo de λ para uma resposta sem sobressinal:

$\lambda = 0,5017\theta - 0,0014$ para $0,2 < \theta < 1$ e $\lambda = 0,5\theta - 0,0001$ para $\theta > 1$

Método de Xu, Wang, Lin, & Zhang, 2011

Cálculo de λ para uma resposta com 10% de sobressinal:

- Para $0,2 < \theta < 1$ e $0,01 < \tau < 0,0913\theta + 0,463$:

$$\lambda = 0,4869\theta - 0,0305 - \frac{(0,2353\theta + 0,0198)(\tau - 0,01)}{0,0913\theta + 0,0363}$$

- Para $\theta > 1$ e $0,01 < \tau < 0,0913\theta + 0,463$:

$$\lambda = 0,4997\theta - 0,0471 - \frac{(0,2320\theta + 0,0235)(\tau - 0,01)}{0,0913\theta + 0,0363}$$

Método de Xu, Wang, Lin, & Zhang, 2011

Cálculo de λ para uma resposta com 10% de sobressinal:

- Para $0,2 < \theta < 1$ e $\tau > 0,0913\theta + 0,463$:

$$\lambda = 0,0015\theta\tau - 0,0025\tau + 0,2063\theta - 0,01$$

- Para $\theta > 1$ e $\tau > 0,0913\theta + 0,463$:

$$\lambda = 0,0008\theta\tau - 0,0021\tau + 0,2679\theta - 0,0523$$

Extenso do Método IMC por Skogestad, 2004

PID Série modificado:

$$U(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right) \left(SP(s) - \frac{T_D s + 1}{\tau_F s + 1} Y(s) \right) \quad (31)$$

em que τ_F deve ser ajustado de acordo com o processo. Normalmente, $\tau_F = 0,1 T_D$ porém deve ser aumentado para processos ruidosos.

Extenso do Método IMC por Skogestad, 2004

PID Série modificado:

$$U(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right) \left(SP(s) - \frac{T_D s + 1}{\tau_F s + 1} Y(s) \right) \quad (31)$$

em que τ_F deve ser ajustado de acordo com o processo. Normalmente, $\tau_F = 0,1 T_D$ porém deve ser aumentado para processos ruidosos.

$$\frac{Y(s)}{SP(s)} = \frac{1e^{-\theta s}}{\lambda s + 1} \quad (32)$$

sendo que Skogestad sugere ajustar $\lambda = \theta$ de modo a garantir um compromisso entre robustez e desempenho.

Extenso do Método IMC por Skogestad, 2004

PID Série modificado:

$$U(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right) \left(SP(s) - \frac{T_D s + 1}{\tau_F s + 1} \right) \quad (33)$$

Tabela 3.15 Sintonia do PID segundo [Skogestad, 2004].

Modelo do Processo	K_p	T_I	T_D
$\frac{K}{\tau s + 1} e^{-\theta s}$	$\frac{\tau}{K \times (\lambda + \theta)}$	$\min\{\tau, 4 \times (\lambda + \theta)\}$	—
$\frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} e^{-\theta s}$	$\frac{\tau}{K \times (\lambda + \theta)}$	$\min\{\tau_1, 4 \times (\lambda + \theta)\}$	τ_2
$K \times e^{-\theta s}$	$\frac{1}{K}$	$\lambda + \theta$	—
$\frac{K}{s} e^{-\theta s}$	$\frac{1}{K \times (\lambda + \theta)}$	$4 \times (\lambda + \theta)$	—
$\frac{K}{s(\tau_2 s + 1)} e^{-\theta s}$	$\frac{1}{K \times (\lambda + \theta)}$	$4 \times (\lambda + \theta)$	τ_2

Figure: Sintonia para o método sugerido por Skogestad, 2004.

Extensão do Método IMC por Skogestad, 2004

Considerações:

- O termo derivativo é indicado para processo que possuem uma segunda dinâmica dominante ($\theta < \tau_2 < \tau_1$);

Extenso do Método IMC por Skogestad, 2004

Considerações:

- O termo derivativo é indicado para processo que possuem uma segunda dinâmica dominante ($\theta < \tau_2 < \tau_1$);
- Para processos com uma única constante de tempo dominante ($\theta \ll \tau_1$), escolher o valor de $T_I = \tau_1$ (como no método IMC) pode levar a um controle "mais robusto", mas pode torná-lo, também, lento para rejeição à perturbações;

Extenso do Método IMC por Skogestad, 2004

Considerações:

- O termo derivativo é indicado para processo que possuem uma segunda dinâmica dominante ($\theta < \tau_2 < \tau_1$);
- Para processos com uma única constante de tempo dominante ($\theta \ll \tau_1$), escolher o valor de $T_I = \tau_1$ (como no método IMC) pode levar a um controle "mais robusto", mas pode torná-lo, também, lento para rejeição à perturbações;
- Skogestad sugere escolher $T_I = \min(\tau, 4(\lambda + \theta))$;

Extenso do Método IMC por Skogestad, 2004

Considerações:

- O termo derivativo é indicado para processo que possuem uma segunda dinâmica dominante ($\theta < \tau_2 < \tau_1$);
- Para processos com uma única constante de tempo dominante ($\theta \ll \tau_1$), escolher o valor de $T_I = \tau_1$ (como no método IMC) pode levar a um controle "mais robusto", mas pode torná-lo, também, lento para rejeição à perturbações;
- Skogestad sugere escolher $T_I = \min(\tau, 4(\lambda + \theta))$;
- O PI pode ser também a escolha ideal para processos com tempo morto dominante ($Ke^{-\theta s}$)

Extenso do Método IMC por Skogestad, 2004

Considerações:

- A vantagem de métodos baseados no IMC é que para melhorar o desempenho basta aumentar λ , o que causará a diminuição do ganho proporcional e um aumento do Tempo Integral;

Extenso do Método IMC por Skogestad, 2004

Considerações:

- A vantagem de métodos baseados no IMC é que para melhorar o desempenho basta aumentar λ , o que causará a diminuição do ganho proporcional e um aumento do Tempo Integral;
- Porém, antes deve-se tentar resolver o problema aumentando-se o valor de τ_F do controlador PID até valores iguais à metade do tempo morto, ou seja, $\tau_F < 0,5\theta$;

Extenso do Método IMC por Skogestad, 2004

Considerações:

- A vantagem de métodos baseados no IMC é que para melhorar o desempenho basta aumentar λ , o que causará a diminuição do ganho proporcional e um aumento do Tempo Integral;
- Porém, antes deve-se tentar resolver o problema aumentando-se o valor de τ_F do controlador PID até valores iguais à metade do tempo morto, ou seja, $\tau_F < 0,5\theta$;
- Se o desempenho continuar inadequado, elimine o termo derivativo e só então aumente λ

Comparações entre os métodos de ajuste de controladores PID

Exemplo 1:

$$G(s) = \frac{0,5e^{-s}}{5s + 1} \quad (34)$$

Tabela 3.16 Sintonias propostas para o PID por vários métodos para 1º processo.

Método	K_p	T_i	T_d
Z&N	12.0	2.0	0.5
CHR (sem sobrevalor, servo)	6.0	5.0	0.5
CC	14.0	2.32	0.36
ITAE (servo)	7.58	6.52	0.35
IMC (onde: $\lambda = 2(\tau + 0.6)$)	2.44	5.5	0.45

Figure: Ganhos do PID: Exemplo 1.

Figura 3.16 Desempenho das diversas sintonias para o 1º processo.

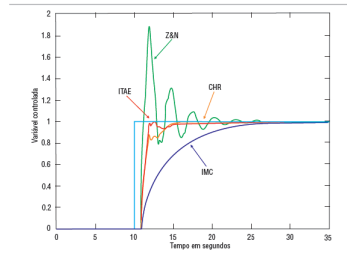


Figure: Sintonia do PID: Exemplo 1.

Comparações entre os métodos de ajuste de controladores PID

Exemplo 2:

$$G(s) = \frac{5e^{-s}}{5s + 1} \quad (35)$$

Tabela 3.16 Sintonias propostas para o PID por vários métodos para 1º processo.

Método	K_p	T_I	T_D
Z&N	12.0	2.0	0.5
CHR (sem sobrevalor, servo)	6.0	5.0	0.5
CC	14.0	2.32	0.36
ITAE (servo)	7.58	6.52	0.35
IMC (onde: $\lambda = 2(\tau + \theta)/3$)	2.44	5.5	0.45

Tabela 3.17 Sintonias propostas para o PID por vários métodos para 2º processo.

Método	K_p	T_I	T_D
Z&N	1.2	2.0	0.5
CHR (sem sobrevalor, servo)	0.6	5.0	0.5
CC	1.4	2.32	0.36
ITAE (servo)	0.758	6.52	0.35
IMC (onde: $\lambda = 2(\tau + \theta)/3$)	0.244	5.5	0.45

Figure: Ganhos do PID: Exemplo 1.

Figure: Sintonia do PID: Exemplo 2.

Exemplo 3:

Tabela 3.18 Sintonias propostas para o PID por vários métodos para 3º processo

Método	K_p	T_i	T_d
Z&N	72	2.0	0.5
CHR (sem sobrevalor, servo)	36	30.0	0.5
CC	81.5	24.69	0.368
ITAE (servo)	34.7	37.9	0.39
IMC (onde: $\lambda = 2 \left(\tau + \frac{\theta}{3} \right)$)	2.88	30.5	0.49

Figure: Sintonia do PID: Exemplo 3.

References



Campos e Teixeira (2008)

Controle Típicos de equipamentos e processos industriais

Editora Blucher

The End