Gabarito da prova da área de Física do Processo Seletivo do FQMAT – 2º semestre 2022

Questão 1:

(a) Haverá uma linha de emissão apenas se a diferença entre as distâncias percorridas por raios vizinhos for igual a um número inteiro de comprimentos de onda, ou seja, se:

$$d \sin\theta = m\lambda$$

onde *d* é a distância entre as ranhuras da rede de difração (Se *N* ranhuras ocupam uma largura total *w*, então *d* = *w/N*) e m é ordem da difração.

Para as linhas de emissão de 1ª ordem, m = 1. Para uma rede de difração de 600 linhas/mm, $d = (10^{-3}\ m/600\ linhas)$. Assim:

Cor	Violeta 1	Violeta 2	Verde	Vermelha
Ângulo	14º20'	15º10'	17º	23º15'
λ(nm)	412,5	436,1	487,3	657,9

Foi considerado 6 pontos para o desenvolvimento da questão e 1 ponto para cada valor correto do comprimento de onda.

(b) As linhas do espectro do hidrogênio são divididas em séries, de acordo com o estado inicial das transições de absorção de fótons ou o estado final das transições de emissão de fótons. Assim, por exemplo, as linhas de absorção que começam no nível n = 1 e as linhas de emissão que terminam no nível n = 1 pertencem à chamada série de Lyman. Da mesma forma, o nível de base da série de Balmer é o nível n = 2. Assim, para as linhas de emissão visiveis do espectro do hidrogênio, tem-se, de acordo com Rydberg:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right), com\ n \geq 3$$

Rearranjando esta equação, tem-se:

$$R_H = \frac{4n^2}{\lambda(n^2 - 4)}$$

Substituindo cada par n e λ, da tabela tem-se:

Cor	Violeta 1	Violeta 2	Verde	Vermelha
Ângulo	14º20'	15º10'	17º	23º15'
λ(nm)	412,5	436,1	487,3	657,9
n	6	5	4	3
R_H ($10^7 m^{-1}$)	1,091	1,092	1,094	1,094

O valor médio para $R_H = 1{,}093 \times 10^7\ m^{-1}$.

Foi considerado 3 pontos para o desenvolvimento e 2 pontos para o valor correto de R_H.

(c) Considerando agora a expressão de Rydberg relativo a transição de n = ∞ para o primeiro estado fundamental m = 1 tem-se,

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right) = 1{,}093 \times 10^7 m^{-1}$$

O que resulta em λ = 91,49 nm, o que equivale a

$E = h\upsilon = hc/\lambda = 13{,}57\ eV$ ou $21{,}74 \times 10^{-19}\ J$

Este valor representa uma variação relativa de 0,2% do valor esperado de 13,6 eV.

Foi considerado 3 pontos para o desenvolvimento e 1 pontos para o valor correto da energia do estado fundamental e 1 ponto para a comparação com o valor esperado.

Questão 2:

(a) Como os pontos inicial e final são os mesmos, a variação da energia interna é a mesma na trajetória *iaf* e na trajetória *ibf*. De acordo com a primeira lei da termodinâmica, $\Delta E_{int} = Q - W$, na qual Q é o calor recebido e W é o trabalho realizado pelo sistema. Na trajetória *iaf*,

$$\Delta E_{int} = Q - W = 50 \text{ cal} - 20 \text{ cal} = 30 \text{ cal}.$$

Na trajetória *ibf* ,

$$W = Q - \Delta E_{int} = 36 \text{ cal} - 30 \text{ cal} = 6{,}0 \text{ cal}.$$

(b) Na trajetória *fi*, a variação da energia interna é -30 cal e $Q = \Delta E_{int} + W = -30 \text{ cal} - 13 \text{ cal} = -43$ cal.

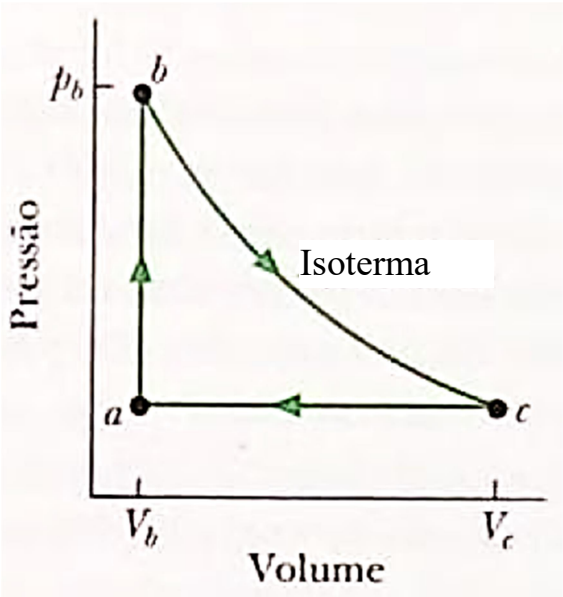
(c) Vamos fazer $\Delta E_{int} = E_{int,f} - E_{int,i}$. Nesse caso, $E_{int,f} = \Delta E_{int} + E_{int,i} = 30 \text{ cal} + 10 \text{ cal} = 40$ cal.

(d) Como o trabalho W_{bf} realizado na trajetória *bf* é zero, $Q_{bf} = E_{int,f} - E_{int,b} = 40 \text{ cal} - 22 \text{ cal} = 18$ cal.

Como na trajetória *ibf* o calor recebido é $Q = 36$ cal, $Q_{ib} = Q - Q_{bf} = 36 \text{ cal} - 18 \text{ cal} = 18$ cal.

Questão 3:

(a)



$p_a = 249{,}3$ kPa; $V_a = 0{,}01$ m^3; $T_a = 300$ K
$p_b = 498{,}6$ kPa; $V_b = 0{,}01$ m^3; $T_b = 600$ K
$p_c = 249{,}3$ kPa; $V_c = 0{,}02$ m^3; $T_c = 600$ K

(c) Vamos considerar a soma dos trabalhos realizados durante os processos (notando que o trabalho é zero no processo a volume constante).

$$W = nRT_Q \ln\left(\frac{V_{max}}{V_{min}}\right) + p_{min}\left(V_{min} - V_{max}\right)$$

em que, de acordo com a lei dos gases perfeitos, a razão dos volumes é

$$\frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{T_Q}{T_F} = \frac{600\ \text{K}}{300\ \text{K}} = 2.$$

Assim, o trabalho total é

$$W = nRT_Q \ln 2 + p_{min}V_{min}\left(1 - \frac{V_{max}}{V_{min}}\right) = nRT_Q \ln 2 + nRT_F(1-2) = nR\left(T_Q \ln 2 - T_F\right)$$

$$= (1\ \text{mol})(8{,}31\ \text{J/mol}\cdot\text{K})[(600\ \text{K})\ln 2 - (300\ \text{K})]$$

$$= 9{,}6 \times 10^2\ \text{J}.$$

(b) Como o gás é monoatômico, $C_V = 3R/2$

$$Q_V = nC_V\Delta T = (1{,}0\ \text{mol})(3/2)(8{,}31\ \text{J/mol}\cdot\text{K})(600\ \text{K} - 300\ \text{K}) = 3740\ \text{J}.$$

A transferência de calor durante a expansão isotérmica é igual ao trabalho calculado no item (c), já que $\Delta E_{int} = 0$ nos processos isotérmicos Assim, usando o resultado do item (c), temos:

$$Q_{iso} = nRT_Q \ln 2 = (1\ \text{mol})\ (8{,}31\ \text{J/mol}\cdot\text{K})(600\ \text{K})\ln 2 = 3456\ \text{J}.$$

Assim, $Q_H = Q_V + Q_{iso} = 7{,}2 \times 10^3$ J.

(d) De acordo com a Eq.

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_Q} = 0{,}134 \approx 13\%.$$

Questão 4:

(a) Uma importante diferença entre a força associada ao campo elétrico ($\vec{F} = q\vec{E}$) e a força associada ao campo magnético ($F = q\vec{v}\times\vec{B}$) é que, enquanto a primeira não depende da velocidade, a segunda se anula quando a velocidade é zero. No gráfico da Figura para $v = 0$, situação em que a única força é a produzida pelo campo elétrico, a componente y da força é $-2{,}0 \times 10^{-19}$ N. Como, de acordo com o enunciado, o campo elétrico é paralelo ao eixo y, isso significa que o módulo do campo elétrico é

$$E = \frac{F_{tot,y}}{|q|} = \frac{2{,}0\times10^{-19}\ \text{N}}{1{,}6\times10^{-19}\text{C}} = 1{,}25\ \text{N/C} = 1{,}25\ \text{V/m}.$$

(b) O gráfico da Figura mostra que a força total é zero quando a velocidade do elétron é 50 m/s. isso significa que $B = E/v = (1{,}25\ \text{V/m})/(50\ \text{m/s}) = 2{,}50 \times 10^{-2}\ \text{T} = 25{,}0$ mT.

Para que $\vec{F}_E = q\vec{v}\times\vec{B}$ e $\vec{F}_E = q\vec{E}$ se cancelem, é preciso que o vetor $\vec{v}\times\vec{B}$ tenha o sentido *oposto* ao do vetor $\vec{E}$, que, de acordo com o enunciado, aponta no sentido positivo do eixo y. Como o vetor velocidade aponta no sentido positivo do eixo x, concluímos, usando a regra da mão direita, que o campo magnético aponta no sentido positivo do eixo z. Assim, na notação dos vetores unitários, $\vec{B} = (25{,}0\ \text{mT})\hat{k}$.

Questão 5:

(a) Antes da introdução do dielétrico, a capacitância é

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d} = \frac{(8{,}85\times10^{-12}\ \mathrm{C^2/N\cdot m^2})(0{,}12\ \mathrm{m^2})}{1{,}2\times10^{-2}\ \mathrm{m}} = 89\ \mathrm{pF}.$$

(b)

$$C = \frac{\varepsilon_0 A\kappa}{\kappa(d-b)+b} = \frac{(8{,}85\times10^{-12}\ \mathrm{C^2/N\cdot m^2})(0{,}12\ \mathrm{m^2})(4{,}8)}{(4{,}8)(1{,}2-0{,}40)(10^{-2}\ \mathrm{m})+(4{,}0\times10^{-3}\ \mathrm{m})} = 1{,}2\times10^{2}\ \mathrm{pF} = 0{,}12\ \mathrm{nF}.$$

(c) Antes da introdução, $q = C_0 V = (89\ \mathrm{pF})(120\ \mathrm{V}) = 11\ \mathrm{nC}$.

(d) Como a bateria foi removida do circuito, a carga é a mesma após a introdução do dielétrico: $q = 11\ \mathrm{nC}$.

(e) $E = \dfrac{q}{\varepsilon_0 A} = \dfrac{11\times10^{-0} C}{(8{,}85\times10^{-12}\ \mathrm{C^2/N\cdot m^2})(0{,}12\ \mathrm{m^2})} = 10\ \mathrm{kV/m}.$

(f) $E' = \dfrac{E}{\kappa} = \dfrac{10\ \mathrm{kV/m}}{4{,}8} = 2{,}1\ \mathrm{kV/m}.$

(g) A diferença de potencial entre as placas é

$$V = E(d-b) + E'b = (10\ \mathrm{kV/m})(0{,}012\ \mathrm{m} - 0{,}0040\ \mathrm{m}) + (2{,}1\ \mathrm{kV/m})(0{,}40\times10^{-3}\ \mathrm{m})$$
$$= 88\ \mathrm{V}.$$

(h) O trabalho necessário para introduzir o dielétrico é

$$W = \Delta U = \frac{q^2}{2}\left(\frac{1}{C} - \frac{1}{C_0}\right) = \frac{(11\times10^{-9}\ \mathrm{C})^2}{2}\left(\frac{1}{89\times10^{-12}\ \mathrm{F}} - \frac{1}{120\times10^{-12}\ \mathrm{F}}\right)$$

$$= -1{,}7\times10^{-7}\ \mathrm{J} = -0{,}17\ \mu\mathrm{J}.$$