Resenha

Artigo

Piecewise affine models of chaotic attractors: The Rössler and Lorenz systems

Comentários

O artigo ilustra um procedimento pelo qual é possível avaliar diferentes dinâmicas caóticas como as apresentadas pelos sistemas de Rössler e de Lorenz. É, portanto, um passo frente a uma metodologia geral para produzir dinâmicas não lineares com componentes afins lineares, as quais poderiam se tornar muito relevantes na construção de sistemas de hardware que apresentem algum tipo de não linearidade.

A ideia é associar dinâmicas lineares, um subsistema afim, para obter cada domínio de influência para cada ponto de foco fixado, os subsistemas serem ligados por leis de comutação que determinam como e quando a trajetória passa a região de transição. O mapa de primeiro retorno é feito por dois ramos monotônicos separados por um ponto crítico no ponto máximo. Ele induz, portanto, a partição dos retratos de fase em dois ramos. Cada ramo possui um símbolo associado, o símbolo 0 está relacionado com o aumento do ramo e o símbolo 1 está relacionado com a redução do ramo. Trajetórias com caos e órbitas periódicas podem ser codificadas pela configuração de símbolos. Assim, ramos decrescentes estão invertendo a ordem e ramos crescentes estão mantendo a ordem. Um modelo adequado deve prever invariantes topológicas tais como números conectados entre pares de órbitas periódicas.

Um diagrama de bifurcação sintetiza a evolução das dinâmicas sob a mudança do parâmetro de bifurcação a e é construído salvando um grande número de interseções da trajetória com a seção de Poincaré para cada valor do parâmetro. Em tal diagrama, é possível identificar uma cascata de duplicação de períodos entre a=0,2 e a =0,385, então uma condição caótica é observada.

A topologia de Lorenz é um pouco mais complicada que as do sistema de Rössler. Dependendo dos valores dos parâmetros, dois mecanismos diferentes podem ser identificados no sistema de Lorenz. No caso do sistema de Rössler, o caos multimodal é caracterizado pela possibilidade de obter um atrator e parafuso, no caso de Lorenz, o caos multimodal é adquirido sempre que inclui rasgar e dobrar. O número de subsistemas afins está relacionado ao número de pontos de foco fixados, o que resta a fazer é determinar as leis de comutação. O artigo objetiva esclarecer um pouco sobre esse ponto. A definição de um subsistema afim é dada por $\dot{x} = Ax+b$, onde A e b são constantes. A estrutura de um modelo afim por partes pode ser descrita como $\dot{x} = \sum_{j=1}^{m} f_i[s(x)]A_i(x-p_i)$, onde x pertencente a R^n é o vetor de estado, m é o número de subsistemas afins, e p_i pertencente a R^n é o ponto fixado para o qual o subsistema está associado. Matrizes constantes Ai pertencente ao R^{nxn} definem as dinâmicas lineares locais e $s(x)$ é uma superfície de comutação entre os domínios onde os subsistemas são ativos e $f_i[.]$ é uma função booleana.

Para a construção de modelos afins por partes tem-se o caso do sistema de Rössler e o caso do sistema de Lorenz. Os passos da estrutura principal consistem em definir o número e local de pontos fixados ao redor das dinâmicas que serão organizadas, avaliar a matriz Jacobiana para os parâmetros anteriores, determinar uma superfície de comutação baseada nas diretrizes tolopológicas e/ou na organização relativa dos pontos fixados, e simular o modelo afim por partes e comparar o atrator resultante por meio de análise topológica. A posição da superfície de comutação determinada pode ser usada para afinação. Após essa fase, verifica-se o procedimento com outros sistemas de ordem superior substituem-se os pontos por superfície de comutação e desenvolve-se algoritmos para construir modelos afins por partes.

Autor: Carolina Ferreira Dutra de Resende.