

AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE DA GERAÇÃO EM SISTEMAS ELÉTRICOS POR MEIO DE ARITMÉTICA INTERVALAR

FELIPE LAURE MIRANDA* ERIVELTON GERALDO NEPOMUCENO* LEONIDAS CHAVES DE RESENDE*

**Departamento de Engenharia Elétrica*

UFSJ - Universidade Federal de São João del-Rei

Pça. Frei Orlando, 170 - Centro - 36307-352 - São João del-Rei, MG, Brasil

Email: felipe.laure@hotmail.com nepomuceno@ufsj.edu.br leonidas@ufsj.edu.br

Abstract— Inaccuracy in equipment data and unfamiliarity of load behavior may interfere in obtaining system performance indices. This article presents a methodology for the evaluation of uncertainties in the reliability of systems generation using interval arithmetic. The State Enumeration method for estimation of indices and the Intlab tool are used to consider inaccuracies in equipment failure rates. Faced with Monte Carlo simulation, the results for the IEEE-RTS system demonstrate that the proposed methodology is presented as a new alternative to improve the current mathematical models applied in the reliability assessment.

Keywords— Generation Reliability, Uncertainties, Interval Arithmetic

Resumo— Imprecisões nos dados de equipamentos e desconhecimento do comportamento da carga podem interferir na obtenção de índices de desempenho do sistema. Este artigo apresenta uma metodologia de avaliação de incertezas na confiabilidade da geração de sistemas por meio de aritmética intervalar. São utilizados o método de Enumeração de Estados para estimação de índices e a ferramenta Intlab para considerar imprecisões nas taxas de falha dos equipamentos. Confrontados com os cálculos obtidos por Simulação Monte Carlo, os resultados para o sistema IEEE-RTS demonstram que a metodologia proposta se apresenta como uma nova alternativa para melhorar os modelos matemáticos atuais aplicados na avaliação da confiabilidade.

Palavras-chave— Confiabilidade da Geração, Incertezas, Aritmética Intervalar

1 Introdução

Os sistemas elétricos e seus equipamentos estão sujeitos a falhas que, muitas vezes, não são previstas. As empresas envolvidas no setor energético investem continuamente em pesquisas e ferramentas mais eficazes que possam contribuir para a qualidade e continuidade do fornecimento de energia a seus consumidores. A avaliação da confiabilidade tem um importante papel na estimação de índices essenciais para o planejamento desses sistemas, que envolvem a expectativa de energia não suprida, frequência de falhas e custos de interrupção.

Os dados de confiabilidade dos componentes são variáveis aleatórias devido à variabilidade amostral. Consequentemente, estes dados possuem incertezas associadas com seus valores médios, de modo que podem existir erros entre os índices de confiabilidade estimados na fase de planejamento e aqueles observados após a realização de um determinado projeto (Neves B. et al., 2015). Para garantir que os valores reais obtidos satisfaçam certos requisitos de projeto, é necessário estimar os efeitos devido à variação dos parâmetros considerados (Klindt et al., 1998).

Técnicas baseadas em Bootstrap e conjuntos FUZZY são aplicadas em (Neves B. et al., 2015) para estimar o impacto de incertezas em sistemas de distribuição. Entre os métodos probabilísticos, a Simulação Monte Carlo (SMC) é uma das técnicas mais difundidas na avaliação da confiabilidade de sistemas elétricos, capaz de representar

um coeficiente de incerteza nos índices obtidos. (R. Araujo et al., 2015) utiliza a SMC para avaliar a adequação da operação ilhada de uma microrrede. No entanto, não há uma garantia de que todas as possíveis incertezas sejam consideradas em uma simulação (Calm et al., 2011). Uma técnica alternativa, a Aritmética Intervalar (AI), tem sido amplamente difundida na literatura aplicada na consideração de incertezas em confiabilidade de sistemas.

Uma das características mais relevantes da Aritmética Intervalar é sua capacidade de considerar a incerteza de todos os parâmetros e fornecer limites de soluções em apenas uma única avaliação (Rocco S, 2012). Na avaliação de sistemas de distribuição, a AI é aplicada em (Klindt et al., 1998) como análise de sensibilidade dos equipamentos nos índices de confiabilidade. Os sistemas de distribuição são também avaliados por meio da AI em (Zhou et al., 2012) e em (Zhang et al., 2002), utilizando o Intlab (Rump, 1999), ferramenta de análise de intervalos compatíveis com os softwares Matlab e Octave. Entretanto, não foram encontrados na literatura, outros estudos que abordem a flexibilidade da aritmética intervalar na implementação de estudos de confiabilidade em outros níveis, como geração e transmissão.

Devido à importância da estimação de índices nos sistemas de geração, este trabalho propõe sua avaliação de confiabilidade por meio de técnicas convencionais, como a Enumeração de Estados e de aritmética intervalar para estimar incertezas. Os cálculos são comparados com os obtidos

via SMC, por ser um método amplamente difundido na literatura para análise de propagação de erros (Neves B. et al., 2015). A metodologia é aplicada no sistema IEEE-RTS e os resultados sugerem que, em decorrência da sua capacidade de representar as incertezas nos parâmetros por meio de intervalos, a aritmética intervalar se apresenta como uma nova alternativa para melhorar os modelos matemáticos atuais aplicados na avaliação da confiabilidade.

2 Confiabilidade de Sistemas Elétricos

2.1 Conceitos Preliminares

O planejamento e a operação de sistemas elétricos envolvem constantes estudos com o intuito de manter um nível seguro de fornecimento de energia para os consumidores, frente ao comportamento dinâmico característico de tais sistemas. Tais estudos tem sido baseados na avaliação da confiabilidade, com a utilização de técnicas probabilísticas, como avaliação por Espaço de Estados e SMC.

A avaliação da confiabilidade permite estimar probabilidades de ocorrência e frequência de falhas, estimativas de potência não suprida, entre outros índices que fornecem informações relevantes no planejamento de sistemas. (Allan et al., 2013), apresenta as metodologias mais tradicionais na literatura para avaliação da confiabilidade, como o Método de Enumeração de Estados e a Simulação Monte Carlo.

Em métodos probabilísticos, como a SMC, não se pode garantir que as simulações computadas contenham todas as possíveis trajetórias de incerteza associadas (Calm et al., 2011). Dessa forma, a aritmética intervalar, como recentemente discutida em (Jiang et al., 2015), tem sido utilizada nos estudos de incertezas em sistemas elétricos. (Ray, 2015) aborda a técnica sobre fluxo de potência, (Chaturvedi et al., 2006) considera incertezas de demanda de carga em sistemas de distribuição. Da mesma forma, (Klindt et al., 1998), (Zhang et al., 2002) e (Zhou et al., 2012) abordam a incerteza na avaliação da confiabilidade desses sistemas.

A elaboração do método proposto tem base na recém lançada Norma sobre Aritmética Intervalar (Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2015), utilizando a ferramenta IntLab para sua implementação. Aplicações dessa ferramenta podem ser encontradas em (Hargreaves, 2002).

2.2 Métodos de Avaliação

A estimação inicial da confiabilidade advém de critérios experimentais, baseados muitas vezes em ensaios de laboratório ou durante a operação dos equipamentos conectados ao sistema avaliado,

pois na maioria das vezes não se pode obter matematicamente suas probabilidades de sucesso e falha. Dessa forma, a teoria de probabilidade pode ser aplicada aos resultados desses experimentos à medida em que eles ocorrem aleatoriamente, logo, é comum que o conjunto de dados seja representado por uma distribuição de probabilidade.

Considerando a representação do sistema por um espaço de estados X , a cada estado $x \in X$ pode-se associar uma probabilidade de ocorrência $P(x)$. Se as falhas de cada componente e as transições da carga são estatisticamente independentes, $P(x)$ fica igual ao produto das probabilidades associadas com o estado de cada componente e da carga. Assim, estabelecidos tais conceitos, os índices de confiabilidade são obtidos a partir do cálculo do valor esperado de funções teste responsáveis por verificar o suprimento de carga pelo sistema.

As técnicas utilizadas na avaliação de sistemas de potência podem ser divididas em duas categorias principais: métodos de enumeração de estados (analíticas) e métodos de Simulação Monte Carlo. As técnicas analíticas foram amplamente desenvolvidas e têm sido utilizadas em aplicações práticas por várias décadas. Através da SMC é possível obter as distribuições de probabilidade, que fornecem uma representação mais detalhada da variação dos índices e informações importantes sobre os riscos envolvidos.

3 Aritmética Intervalar

A aritmética intervalar foi proposta em (Moore et al., 2009) como uma ferramenta para delimitar erros de arredondamento e truncamento em programas de computador. Desde então, tem-se desenvolvido como uma metodologia geral para investigar incertezas numéricas em inúmeros problemas e algoritmos (Zhang et al., 2002).

Intervalos são comumente denotados por letras maiúsculas, como X . As extremidades de X são denotadas por \underline{X} e \overline{X} , respectivamente, de modo que $X = [\underline{X}, \overline{X}]$. A interseção de dois intervalos $X \cap Y$ é um conjunto de números reais que pertence a ambos, X e Y . A união $X \cup Y$ é um conjunto de números reais que pertence a X ou Y (ou ambos). Se $X \cap Y$ não é vazio, então $X \cap Y$ e $X \cup Y$ são intervalos que podem ser calculados por (Peixoto et al., n.d.):

$$X \cap Y = [\max(\underline{X}, \underline{Y}), \min(\overline{X}, \overline{Y})] \quad (1)$$

$$X \cup Y = [\min(\underline{X}, \underline{Y}), \max(\overline{X}, \overline{Y})] \quad (2)$$

Para dois intervalos fechados X e Y , as quatro operações básicas são definidas como a seguir:

$$X + Y = [\underline{X} + \underline{Y}, \overline{X} + \overline{Y}] \quad (3)$$

$$X - Y = [\underline{X} - \overline{Y}, \overline{X} - \underline{Y}] \quad (4)$$

$$X * Y = [\min(\underline{X}\underline{Y}, \underline{X}\overline{Y}, \overline{X}\underline{Y}, \overline{X}\overline{Y})] \quad (5)$$

$$\frac{X}{Y} = [\underline{X}, \overline{X}] * [\frac{1}{\overline{Y}}, \frac{1}{\underline{Y}}], \text{ se } 0 \notin [\underline{Y}, \overline{Y}] \quad (6)$$

É importante mencionar que a adição e a multiplicação são associativas e comutativas, porém a distributividade não é geral para todos os casos, de maneira que duas expressões equivalentes em aritmética pontual podem não ser equivalentes em aritmética intervalar (Nepomuceno and Martins, 2016). Por exemplo, seja X um intervalo, a função f e a extensão intervalar F_1 :

$$f(X) = X(1-X)$$

$$F_1(X) = X - X \cdot X$$

Tem-se que:

$$f([0,1]) = [0,1] \cdot (1 - [0,1]) = [0,1]$$

$$F_1([0,1]) = [0,1] - [0,1] \cdot [0,1] = [-1,1]$$

4 Metodologia

4.1 Método de Enumeração de Estados

Os métodos baseados em espaço de estados são amplamente difundidos na literatura na estimação de índices de confiabilidade de sistemas elétricos de geração e transmissão. Em geral, os algoritmos baseados em estados são compostos dos seguintes passos (Manso and Silva, 2004):

- (i) Seleção de um estado do sistema (i.e. disponibilidade de um equipamento);
- (ii) Análise de desempenho do estado selecionado (i.e. verificação de atendimento dos limites operativos, como níveis de tensão e cortes de carga);
- (iii) Estimação dos índices por meio de técnicas probabilísticas.

A análise dos estados é feita com base em funções-teste como, por exemplo, as utilizadas neste trabalho para cálculo da LOLP (loss of load probability) e EPNS (expected power not supplied):

$$F_{LOLP}(x^k) = \begin{cases} 0 & \text{se } x^k \in \text{sucesso} \\ 1 & \text{se } x^k \in \text{falha} \end{cases} \quad (7)$$

$$F_{EPNS}(x^k) = \begin{cases} 0 & \text{se } x^k \in \text{sucesso} \\ \Delta P_k & \text{se } x^k \in \text{falha} \end{cases} \quad (8)$$

Destas, obtêm-se os índices LOLE (Loss of Load Expectation) e EENS (Expected Energy not Supplied), referentes ao número esperado de horas em que ocorrem cortes de carga e de energia não suprida.

Os métodos de seleção de estados têm como objetivo reduzir o número de estados simulados a uma parcela do total que o sistema pode assumir (2^n estados para equipamentos representados por modelo de Markov a 2 estados, onde n é o número de equipamentos). Dentre os diversos métodos de seleção de estado existentes, a Enumeração de Estados é utilizada neste trabalho como ferramenta para avaliação de confiabilidade.

O objetivo do método é enumerar um subconjunto de estados e calcular os limites inferiores e superiores das estimativas, de forma que tal subconjunto ofereça excelentes aproximações para os índices calculados, já que os estados não avaliados têm contribuição desprezível nos cálculos. Considere um subconjunto de estados do sistema X' , selecionado de acordo com algum critério a partir do espaço de estados X , tal que $X' \in X$. Os valores dos índices desse subconjunto podem ser computados da seguinte forma:

$$E[F]_{inf} = \sum F(x)P(x) + F_{inf}(1 - P(X')) \quad (9)$$

$$E[F]_{sup} = \sum F(x)P(x) + F_{sup}(1 - P(X')) \quad (10)$$

em que $P(X')$ é a probabilidade acumulada dos estados e F_{inf} e F_{sup} , são os limites inferiores e superiores estimados para $F(X)$, respectivamente. Considerando por exemplo, a LOLP como função-teste, $F_{inf} = 0$ e $F_{sup} = 1$, a estimativa do índice será:

$$LOLP_{inf} = \sum F(x)P(x) \quad (11)$$

$$LOLP_{sup} = LOLP_{inf} + (1 - P(X')) \quad (12)$$

O intervalo de incerteza da estimativa é definido pelos limites superior e inferior dos índices. É importante ressaltar que quando o número de estados que compõem o subconjunto X' é muito grande, o método pode se tornar inviável, sendo necessárias técnicas baseadas em Simulação Monte Carlo para obtenção dos índices requeridos.

A avaliação dos índices de confiabilidade de sistemas de geração pelo método da enumeração pode ser feita com base na indisponibilidade (U) ou Taxa de Saída Forçada (FOR) de cada equipamento. Esse valor depende de dados preestabelecidos de cada equipamento, baseados em históricos de funcionamento, estudos probabilísticos, entre outros fatores que carregam um alto grau de incerteza para o cálculo dos índices nele baseado. Com base nas taxas de falha (λ) e reparo (μ) de equipamentos a dois estados, a FOR pode ser calcula por:

$$U = FOR = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \quad (13)$$

4.2 Modelagem de Incertezas

O principal objetivo do trabalho é fornecer um modelo de análise de incertezas na avaliação da confiabilidade da geração por meio da Aritmética Intervalar, devido à sua capacidade de considerar diversos cenários em uma única simulação. Para isso, o algoritmo proposto, baseado no método analítico de Enumeração de Estados é reformulado de modo a receber variáveis intervalares como parâmetros de entrada.

Implementada em Matlab, a rotina utiliza o Intlab (Rump, 1999) para determinação dos índices de confiabilidade do sistema. Os resultados obtidos são então confrontados com os cálculos via Simulação Monte Carlo, devido sua grande aplicação na análise de propagação de erros em diversos sistemas.

A metodologia é justificada por meio do Teorema Fundamental da Aritmética Intervalar (Moore et al., 2009):

$$f(X_1 \dots X_n) \subseteq F(X_1 \dots x_n)$$

Pela definição de extensão intervalar, $f(X_1 \dots X_n) = F(X_1 \dots x_n)$. Se F é uma inclusão isotônica, então o valor de f está contido no intervalo $F(X_1 \dots x_n)$ para todo $(x_1 \dots x_n)$ em $(X_1 \dots X_n)$.

A título de exemplo da aplicação da Aritmética Intervalar, sejam três unidades geradoras, com $FOR_1 = FOR_2 = FOR_3 = 0,02$. Das equações (11) e (12), a avaliação de desempenho da LOLP considerando uma incerteza de 10% nos dados de falha por meio da Aritmética Intervalar, para o estado em que as três unidades operam será dada por:

$$\begin{aligned} F(1,1,1) &= (1 - FOR_1)(1 - FOR_2)(1 - FOR_3); \\ F(1,1,1) &= (1 - [0,01 \ 0,03])(1 - [0,01 \ 0,03])(1 - [0,01 \ 0,03]); \\ F(1,1,1) &= [0,9126 \ 0,9703] \end{aligned}$$

Da mesma forma, para o estado em que as três unidades estão em falha, tem-se:

$$\begin{aligned} F(0,0,0) &= (FOR_1)(FOR_2)(FOR_3); \\ F(0,0,0) &= ([0,01 \ 0,03])([0,01 \ 0,03])([0,01 \ 0,03]); \\ F(0,0,0) &= 10^{-4} [0,0099 \ 0,2701] \end{aligned}$$

Para fins de demonstração, são obtidas pelo método, estimativas para índices de confiabilidade do sistema IEEE-RTS, composto por 32 unidades geradoras, distribuídas entre 14 usinas, perfazendo uma capacidade total instalada de 3.405 MW. O pico anual de carga equivale a 2.850 MW.

As simulações foram feitas em um PC Intel(R) Core(TM) i5-5200 CPU @ 2.20 GHz, utilizando linguagem Matlab e sua respectiva ferramenta de análise intervalar, Intlab.

5 Resultados

Considere o sistema IEEE-RTS na Figura 1 a seguir. Cada unidade tem sua taxa de falha conhecida por meio de dados dos equipamentos e seus históricos de operação.

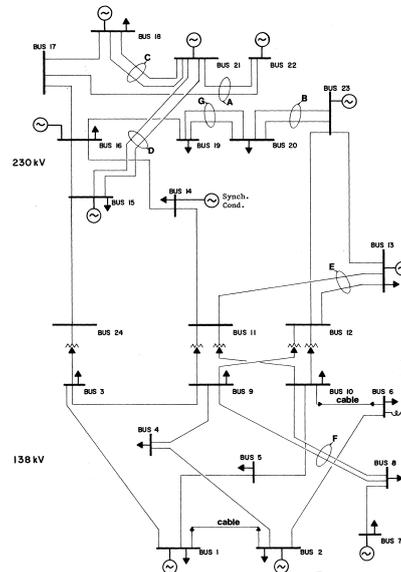


Figura 1: IEEE Reliability Test System

Na metodologia proposta, as incertezas dos equipamentos são tratadas por uma variação de 1% a 5% em suas taxas de falha. Para SMC, são feitas simulações admitindo-se os mesmos percentuais de incerteza. No método de SMC, são necessárias diversas simulações com sorteios das taxas de falhas admissíveis para cada análise até sua convergência, considerando um coeficiente máximo de incerteza de 5%. É importante ressaltar que a diferença dessa SMC está na variação contínua das taxas de falha dos equipamentos, o que eleva substancialmente seu esforço computacional.

A Tabela 1 apresenta os resultados dos índices de confiabilidade obtidos pelo método convencional por Enumeração de estados, denominado neste artigo, como Método Pontual.

Tabela 1: Índices pelo Método Pontual

LOLP	0,084498
LOLE (h/ano)	740,20583
EPNS (MW)	14,678174
EENS (GWh/ano)	0,12858

Na avaliação das incertezas, foram feitas simulações para variações de 1% até 5% nas taxas de falha dos equipamentos para as duas metodologias descritas, AI e SMC. A Tabela 2 apresenta os índices obtidos para um critério máximo de incerteza de 5%.

O método proposto detém a capacidade de representar a incerteza de todos os parâmetros em

Tabela 2: Índices calculados para incerteza de 5 %

Índice	AI	SMC
LOLP	[0,0675 ; 0,1051]	[0,0840 ; 0,0941]
LOLE (h/ano)	[591,5791 ; 920,4585]	[735,6436 ; 823,9727]
EPNS (MW)	[11,5791 ; 18,4875]	[14,3947 ; 16,1353]
EENS (GWh/ano)	[0,1014 ; 0,1619]	[0,1261 ; 0,1413]

uma única simulação e está em consonância com o Teorema Fundamental da Aritmética Intervalar, em que os intervalos gerados pela função f (SMC) estão contidos na extensão intervalar F (AI).

Esta capacidade de representação do intervalo máximo admissível para os índices é uma das grandes vantagens da Aritmética Intervalar, visto que, ao considerar um horizonte de planejamento, é importante conhecer os limites em que o sistema pode operar em condições de incerteza.

A Figura 2 apresenta graficamente os intervalos referentes ao índice LOLP, obtidos para os outros percentuais de incerteza. Observa-se que em todas as simulações, o método de AI contém os resultados obtidos pela SMC.

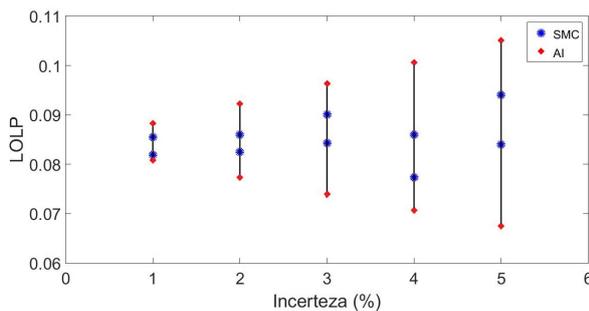


Figura 2: Intervalos para LOLP

O esforço computacional é um fator importante quando se trata de simulações capazes de representar incertezas. A SMC é naturalmente um método exaustivo que necessita de um número grande de amostras para atingir a convergência e, por esse motivo, apresenta elevado esforço computacional. A Figura 3 apresenta o tempo gasto pelas duas metodologias para encontrar os intervalos descritos.

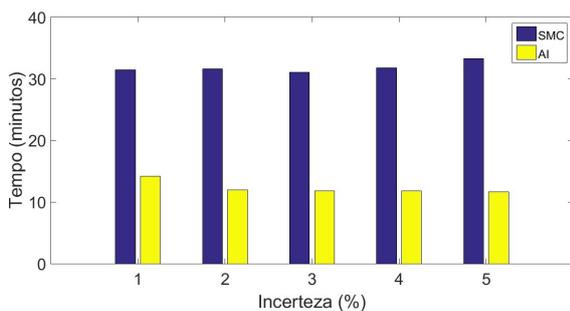


Figura 3: Tempo de simulação

É importante ressaltar que a metodologia proposta está de acordo com os princípios fundamentais da Aritmética Intervalar, por fornecer um intervalo que contenha os índices de confiabilidade necessários. Dessa forma, o fato do intervalo obtido pela SMC estar contido no resultado via AI é uma informação segura de que o intervalo fornecido é confiável. Apesar das técnicas em estudo na literatura atualmente para redução de intervalos obtidos via Aritmética Intervalar, este trabalho não aborda tal perspectiva e apresenta os intervalos mínimos obtidos pelo Intlab.

Dessa forma, a aplicação dos conceitos de Aritmética Intervalar na avaliação da confiabilidade sugere que quando os parâmetros dos equipamentos são representados por intervalos, suas respectivas incertezas são consideradas e permitem a estimação de todos os índices possíveis em uma única simulação, reduzindo consideravelmente o custo de obtenção de resultados.

6 Conclusão

Este artigo apresenta uma metodologia de análise de incertezas na avaliação da confiabilidade de sistemas elétricos de geração por meio de aritmética intervalar. Os resultados são confrontados com os obtidos pela SMC, técnica conceitual na avaliação da confiabilidade. O método proposto tem seus fundamentos na técnica de Enumeração de Estados e na Aritmética Intervalar, que permite considerar incertezas nas taxas de falha dos equipamentos provenientes do histórico de dados conhecido.

O método foi proposto na estimação de índices para o sistema IEEE-RTS. Confrontada com a Simulação Monte Carlo, a Aritmética Intervalar se apresenta como uma metodologia alternativa na análise de incertezas, demonstrando flexibilidade e eficiência na avaliação da confiabilidade com significativa redução de esforço computacional. Sua capacidade de fornecer o intervalo máximo possível dos índices é uma importante característica aplicável em estudos de planejamento.

Dessa forma, este estudo permite em uma única simulação, a representação do intervalo máximo de incerteza nos índices de confiabilidade em função da imprecisão de qualquer dado de entrada. A metodologia se apresenta como alternativa de melhoramento dos modelos matemáticos atuais de avaliação da confiabilidade.

Agradecimentos

Agradecemos à CAPES, CNPq/INERGE, FAPEMIG e à Universidade Federal de São João del-Rei pelo apoio.

Referências

- Allan, R. et al. (2013). *Reliability evaluation of power systems*, Springer Science & Business Media.
- Calm, R., García-Jaramillo, M., Bondia, J., Sainz, M. and Vehí, J. (2011). Comparison of interval and monte carlo simulation for the prediction of postprandial glucose under uncertainty in type 1 diabetes mellitus, *Computer methods and programs in biomedicine* **104**(3): 325–332.
- Chaturvedi, A., Prasad, K. and Ranjan, R. (2006). Use of interval arithmetic to incorporate the uncertainty of load demand for radial distribution system analysis, *IEEE transactions on power delivery* **21**(2): 1019–1021.
- Hargreaves, G. I. (2002). Interval analysis in matlab.
- Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE) (2015). IEEE Standard for Interval Arithmetic, *IEEE Std 1788-2015* pp. 1–97.
- Jiang, C., Fu, C.-M., Ni, B.-Y. and Han, X. (2015). Interval arithmetic operations for uncertainty analysis with correlated interval variables, *Acta Mechanica Sinica* pp. 1–10.
- Klindt, W. et al. (1998). Distribution systems reliability uncertainty evaluation using an interval arithmetic approach, *Devices, Circuits and Systems, 1998. Proceedings of the 1998 Second IEEE International Caracas Conference on*, IEEE, pp. 421–425.
- Manso, L. A. and Silva, A. M. (2004). Modelagem de cargas variantes no tempo na avaliação de confiabilidade composta via simulação monte carlo não-seqüencial, *Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica* **15**(1): 93–100.
- Moore, R. E., Kearfott, R. B. and Cloud, M. J. (2009). *Introduction to interval analysis*, SIAM.
- Nepomuceno, E. and Martins, S. (2016). A lower bound error for free-run simulation of the polynomial narmax, *Systems Science & Control Engineering* **4**(1): 50–58.
- Neves B., L., B. Rodrigues, A. and da Silva, M. G. (2015). Avaliação do impacto de incertezas dos dados de falha nos índices de confiabilidade de redes de distribuição via bootstrap e conjuntos fuzzy, *SBAI 2015* pp. 1–6.
- Peixoto, M., Nepomuceno, E., Junior Rodrigues, H., Martins, S. and Amaral, G. (n.d.). Simulação de sistemas dinamicos com analise intervalar: Um estudo de caso com o circuito rlc.
- R. Araujo, J., N. M. Silva, E., B. Rodrigues, A. and Guia da Silva, M. (2015). Avaliação da confiabilidade da operação ilhada de redes elétricas inteligentes, *SBAI* pp. 1–6.
- Ray, S. (2015). Interval Load Flow Solution for Systems with Uncertainties, pp. 1–6.
- Rocco S, C. (2012). Effects of the transition rate uncertainty on the steady state probabilities of markov models using interval arithmetic, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability* **226**(2): 234–245.
- Rump, S. (1999). INTLAB - INTerval LABoratory, in T. Csendes (ed.), *Developments in Reliable Computing*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 77–104.
- Zhang, P., Hu, X., Wang, H. and Guo, Y. (2002). Interval mathematics based large-scale distribution system reliability analysis, *Power System Technology, 2002. Proceedings. PowerCon 2002. International Conference on*, Vol. 4, IEEE, pp. 2526–2531.
- Zhou, Z., Liu, Z., Zeng, B., Pang, Y. and He, L. (2012). Application of the interval arithmetic in reliability analysis of distribution system, *Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering (ICQR2MSE), 2012 International Conference on*, IEEE, pp. 216–218.