Obs.: Essa lista deve ser usada como um complemento para os estudos.

1ª Questão: Considere

$$\dot{v} = Av + bx, \quad y = cv, \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 10 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} \beta \\ 1 \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} \gamma & 2 \end{bmatrix}$$

a) Determine os valores de β para os quais o sistema é controlável

b) Determine os valores de γ para os quais o sistema é observável

2ª Questão: Considere o sistema linear descrito por

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ \beta \end{bmatrix} x, \quad y = \begin{bmatrix} -3\beta & 1 \end{bmatrix} v$$

Determine os valores de β para os quais o sistema

a) Não é controlável

b) Não é observável

c) Não é observável nem controlável

3ª Questão: O sistema $\dot{v} = Av$ foi analisado a partir da função quadrática de Lyapunov $\psi(v) = v'Pv$ tal que $\psi(v) > 0, \forall v \neq 0$. O cálculo da derivada $\dot{\psi}(v)$ resultou na forma quadrática

$$\dot{\psi}(v) = v' \begin{bmatrix} -2 & \alpha \\ \alpha & -5 \end{bmatrix} v$$

Para quais valores de α a estabilidade assintótica do sistema está assegurada?

4ª Questão: Um sistema linear é descrito pela equação diferencial

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} x, \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} v$$

a) Classifique o sistema quanto a sua estabilidade (instável, assintoticamente estável ou marginalmente estável)

b) Compute a função de transferência do sistema e conclua sobre a estabilidade entrada saída (BIBO estabilidade).

5ª Questão: Considere o sistema

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x, \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} v$$

a) Compute a função de transferência e a resposta ao impulso do sistema.

b) O sistema é BIBO estável?

6ª Questão: Classifique os sistemas lineares cujas matrizes dinâmicas são dadas abaixo quanto à estabilidade: assintoticamente estáveis, estáveis no sentido de Lyapunov ou instáveis.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

7ª Questão: Considere o sistema

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} x, \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} v$$

a) O sistema é estável ou instável?

b) Verifique se o sistema é controlável.

c) Encontre um ganho de realimentação $K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}$ tal que o sistema em malha fechada possua autovalores em -1 e -2.

d) Para um ganho de realimentação $K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}$, esboce graficamente a região do plano $\mathbb{R}^2$ que contenha os vetores K que tornam o sistema realimentado estável.

8ª Questão: Deseja-se estabilizar o sistema descrito pelas equações dinâmicas

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} x, \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} v$$

através de realimentação de estados. Porém, como os estados não estão acessíveis, esta realimentação será feita a partir de um observador de estados. Encontre os valores de K e L de tal forma que os autovalores do sistema realimentado sejam -1 e -2. O erro deve decair de forma subamortecida com coeficiente de amortecimento $\xi = 0.7$ e tempo de acomodação aproximadamente 1 segundo. Desenhe o diagrama esquemático de um sistema com realimentação de estados a partir do observador de estados.

9ª Questão: Um sistema linear invariante no tempo é descrito por

$$\dot{x} = -3x + u, \quad y = x$$

Encontre o ganho de realimentação de estados que minimize a função custo

$$J = \int_0^\infty \left[y^2(t) + ru^2(t) \right]$$

considerando $r = 1$.

10ª Questão: Considere um SLIT com a seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{(s-1)(s+2)}{(s+1)(s-2)(s+3)}$$

a) É possível obter uma realimentação de estados que torne a função de transferência do sistema após a realimentação igual a

$$G_f(s) = \frac{(s-1)}{(s+2)(s+3)}$$

b) O sistema realimentado será BIBO estável? Assintoticamente estável?

11ª Questão: Considere um SLIT com a seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{1}{s^2}$$

Usando a fórmula de Ackerman compute o ganho K de realimentação de estados que leva o sistema em malha fechada a possuir polos em $-1 \pm j$.