

**Obs.:** Essa lista deve ser usada como um complemento para os estudos.

**1ª Questão:** Considere o sistema

$$H(s) = \frac{s + 10}{s(s + 100)}$$

Usando os diagramas de Bode (módulo e fase), determine a saída  $y(t)$  do sistema para a entrada

$$x(t) = 100\text{sen}(30t) + 10^4 \cos(10^3t)$$

**2ª Questão:** Considere um processo com função de transferência

$$G(s) = \frac{1}{s^2}$$

No domínio da frequência, qual tipo de compensador é possível utilizar para aumentar a margem de fase desse sistema? Justifique sua resposta.

**3ª Questão:** Um processo tem função de transferência em malha aberta dada por

$$G(s)H(s) = \frac{K}{s(1 + 0.15s)^2}$$

e deve ser projetado um controlador que atenda as seguintes especificações: erro estático de velocidade 0.01 e margem de fase aproximadamente igual a  $40^\circ$ .

**4ª Questão:** A função de transferência de um sistema é dada por

$$G(s) = \frac{K}{s^2}$$

O ganho  $K$  é feito igual a 8 para que a resposta apresente a rapidez desejada. Projete um compensador de avanço de fase para que o sistema compensado apresente uma ultrapassagem ao degrau  $\leq 20\%$ .

**5ª Questão:** Um termo do tipo  $e^{-\tau s}$  é chamado de atraso de transporte na literatura de controle. Se não levado em conta, pode facilmente instabilizar o sistema de controle em malha fechada, uma vez que o valor medido pelo sensor não corresponde ao valor da saída da planta. A análise de sistemas com atraso de transporte é mais facilmente realizada no domínio da frequência.

a) Mostre que a resposta em frequência de  $e^{-j\tau\omega}$  pode ser representada como

$$e^{-j\tau\omega} = 1 \angle -w\tau, \quad 0 \leq w \leq \infty$$

b) Assuma que a resposta em frequência de um sistema modelado pela função de transferência racional  $G(s)$  seja conhecida. Assuma também que  $G(s)$  representa um sistema estável ( $\text{MF} > 0$ ;  $\text{MG} > 0$ ). Em seguida incorpore um atraso de transporte de  $\tau$  segundos a  $G(s)$ , obtendo  $G(s)e^{-\tau s}$ . Qual o efeito da inclusão do atraso no diagrama de magnitude e no diagrama de fase do sistema?

**6ª Questão:** Considere o sistema

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v(0) = v_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad y = [1 \quad 0]$$

a) Compute  $\exp(At)$  por Cayley-Hamilton e a resposta à entrada nula.

b) Compute a resposta à condição inicial nula.

c) Compute a saída do sistema.

**7ª Questão:** Determine  $\cos(A)$  para

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{\pi}{2} \end{bmatrix}$$

8ª Questão: Determine  $A^{33} = \rho_0 I + \rho_1 A$  para

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

9ª Questão: Determine  $A^{521} = \rho_0 I + \rho_1 A$  para

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

10ª Questão: O polinômio característico de uma matriz  $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  é dado por

$$\Delta(\lambda) = \lambda^3 - 2\lambda^2 + 4\lambda + 1$$

Determine  $A^2 + A^{-1}$  em função de potências da matriz  $A$ .

11ª Questão: Determine uma transformação  $Q$  que diagonaliza a matriz  $A$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

12ª Questão: Determine  $Q$  (matriz de autovetores) e  $\Lambda$  (matriz diagonal com os autovalores de  $A$ ) tais que

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = Q\Lambda Q^{-1}$$

13ª Questão: Determine a solução de

$$T\dot{v} = WTv, \quad v(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \exp(Wt) = \begin{bmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \exp(2t)$$

14ª Questão: Determine  $v(t)$  solução de

$$\dot{v} = Av, \quad v(0) = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \text{com } AQ = Q\hat{A}, \quad Q = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \hat{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$