Simulação de Sistemas Dinâmicos com Análise Intervalar: Um estudo de caso com o Circuito RLC

Márcia Luciana da Costa Peixoto
Erivelton Geraldo Nepomuceno
Heitor Magno Rodrigues Junior
Samir Angelo Milani Martins
Gleison Fransoares Vasconcelos Amaral

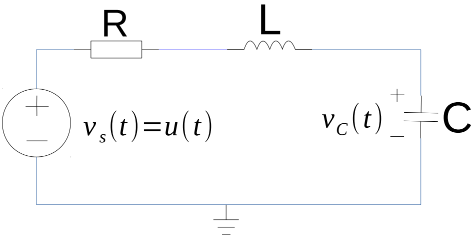
GCOM - Grupo de Controle e Modelagem
UFSJ - Universidade Federal de São João del-Rei

Congresso Brasileiro de Automática
02 de setembro de 2016

Introdução

- Análise de um Circuito consiste em:
  1. Cálculos;
  2. Simulações;
  3. Experimentos.

Análise Matemática



onde:

$$\xi = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$$
$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$
$$\omega_d = \omega_o\sqrt{1-\xi^2}$$

Figura 1: Circuito Analisado

e:

$$v_c(t) = 1 - e^{-\xi\omega_t}\left(cos\,\omega_d t + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} sen\,\omega_d t\right), \text{ para t} \geq 0. \qquad (1)$$

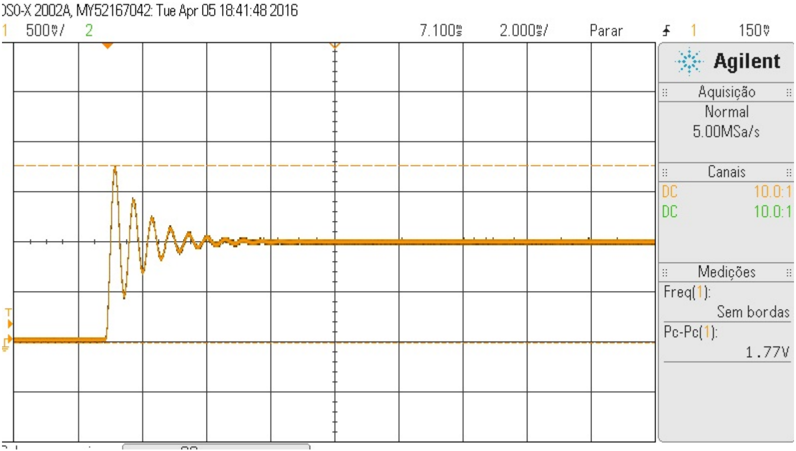


Figura 2: Resposta ao degrau obtida experimentalmente pelo osciloscópio.

Análise Experimental

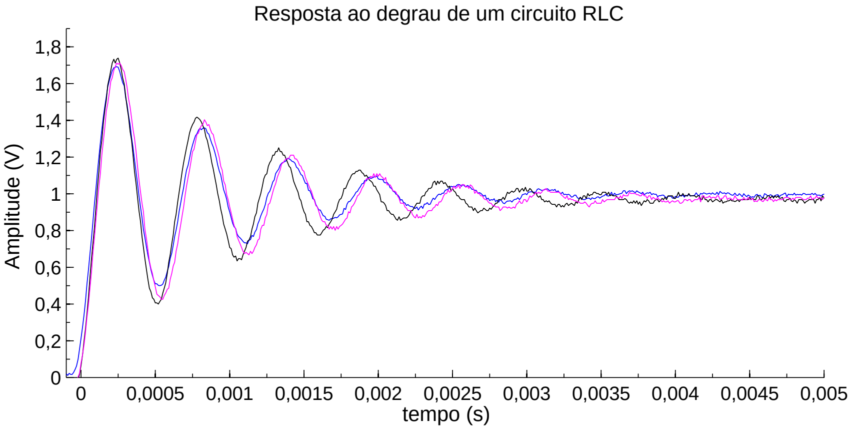


Figura 3: Exemplo de incertezas na resposta ao degrau do circuito da Figura 5. Três experimentos, em momentos diferentes, do mesmo circuito mostram resultados ligeiramente diferentes.

Comparação entre Simulação e Experimento

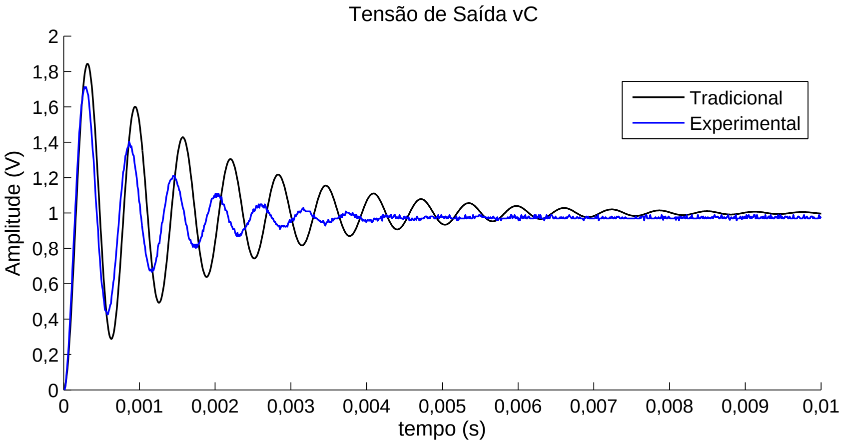


Figura 4: Respostas ao degrau obtidas experimentalmente e por simulação.

- Os números são representados por um limite inferior e um limite superior;
- Intervalos são comumente denotados por $\underline{X}$ e $\overline{X}$, respectivamente, de modo que $X = [\underline{X}, \overline{X}]$;
- As operações intervalares de adição, subtração e multiplicação são definidas como:

$$X + Y = [\underline{X} + \underline{Y}, \overline{X} + \overline{Y}] \tag{2}$$

$$X - Y = [\underline{X} - \overline{Y}, \overline{X} - \underline{Y}] \tag{3}$$

$$X \cdot Y = [\min(S), \max(S)] \tag{4}$$

onde S é o conjunto $\{\underline{X}\,\underline{Y}, \underline{X}\,\overline{Y}, \overline{X}\,\underline{Y}, \overline{X}\,\overline{Y}\}$. Se Y não contém o número zero, então o quociente X/Y é dado por

$$X/Y = X \cdot (1/Y) \tag{5}$$

onde $1/Y = [1/\overline{Y}, 1/\underline{Y}]$.

Intlab

- No Intlab [1] a variável é vista como um intervalo. Por exemplo, seja um resistor de 100 Ω com uma variação de $\pm 5\%$, este será representado no toolbox Intlab como:

```
R = intval [95;105]
```

[1] Rump, S. (1999). INTLAB - INTerval LABoratory, *in* T. Csendes (ed.), *Developments in Reliable Computing*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 77-104.

Análise Intervalar

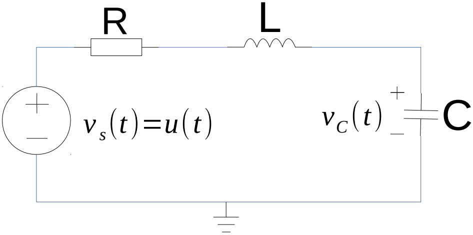


Figura 5: Circuito Analisado

onde:
$R = [R - \delta_R,\ R + \delta_R]$;
$L = [L - \delta_L,\ L + \delta_L]$;
$C = [C - \delta_C,\ C + \delta_C]$.

onde:
δ corresponde às tolerâncias relacionadas a cada componente.

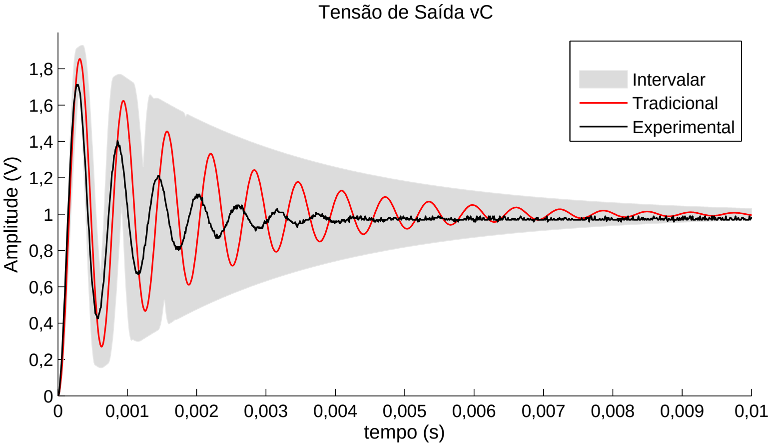


Figura 6: Comparação entre as respostas ao degrau intervalar, por simulação tradicional e experimental.

Tabela 1: Especificações da resposta transitória.

	Simulação	Experimento	Intlab
M_p	0,8440	0,7125	[0,6656; 0,9230]
t_s	0,00016	0,000146	[0,000137; 0,00019]
t_p	0,000314	0,000315	[0,000267; 0,00036]

onde: M_p é o Sobressinal Máximo, t_s é o Tempo de subida e t_p é o Tempo de pico.

Resultados

Tabela 2: Parâmetros que caracterizam a dinâmica do sistema.

	Simulação	Experimento	Intlab
ξ	0,0539	0,10729	[0,02548; 0,12848]
ω_d	9985,5	9951,196	[8685,2; 11773,9]
ω_o	10000	10008,97	[8703,8; 11785,1]

onde: ξ é o fator de amortecimento,e ω_d é a frequência natural amortecida e ω_o a frequência natural não amortecida.

Conclusão

- A solução da simulação computacional apresentada é útil para a análise de sistemas, pois esta encontra intervalos que contêm as respostas experimentais bem como as respostas obtidas via simulações tradicionais, garantindo os resultados.
- A incorporação de incertezas por intervalos pode-se constituir em um método simples e eficiente para apresentar simulações tecnicamente e didaticamente mais coerentes com os dados experimentais.

Agradecimentos

- Aos presentes,
- CAPES, CNPq/INERGE, FAPEMIG e à Universidade Federal de São João del-Rei pelo apoio.

Contato:
marciapeixoto93@hotmail.com