

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL-
REI PRÓ-REITORIA DE PESQUISA



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA
DE MINAS GERAIS
DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO



Plano de Ensino

DISCIPLINA: TE: Computação Aritmética	CÓDIGO: MEL02
--	-------------------------

Validade: A partir do 2º semestre de 2017.

Carga Horária: 60 horas-aula

Créditos: 04

Área de Concentração/Módulo: Modelagem e Controle de Sistemas / Formação Específica

Professor: Erivelton Geraldo Nepomuceno

Página: www.ufsj.edu.br/nepomuceno

Horário de atendimento: Consultar horário na página do professor.

Ementa:

Números reais e complexos; Topologia; Sequências e Séries; Continuidade e Diferenciabilidade; Sequência e Série de Funções; Representação de Números; Operações Aritméticas no Computador; Projeto de uma Unidade Lógica Aritmética; Dispositivos Lógicos Programáveis (FPGA), Norma IEEE 754-2008 - Aritmética de Ponto Flutuante; Norma IEEE-1788-2015 - Aritmética Intervalar.

INTERDISCIPLINARIDADES

Inter-relações desejáveis

É desejável que os conhecimentos adquiridos na disciplina TE: Análise Matemática tenham interação com as seguintes disciplinas:

- **Disciplinas** □ Sistemas Dinâmicos Não-lineares; Métodos Numéricos; Técnicas de Otimização; Teoria e Projeto de Sistemas Lineares;

- **Linhas de Pesquisa** □ Análise e Modelagem de Sistemas; Sistemas de Controle (área de concentração: Modelagem e Controle de Sistemas).

Objetivos - Possibilitar ao estudante os seguintes conhecimentos:

Entender como um computador resolve problemas numéricos, reconhecendo seus limites na perspectiva da computação aritmética.

Marque com um X no quadro:

- | | | | |
|---|-------------------------------|---|---------------------|
| X | Aula expositiva em quadro | X | Seminário |
| | Aula com uso de transparência | X | Pesquisa |
| X | Aula com uso de multimídia | | Trabalho individual |
| | Aula prática | X | Trabalho em grupo |
| | Discussão de texto | | Visita técnica |
| | Filme | | Outros: _____ |

Unidades de ensino		Carga-horária Horas-aula
1	1. Números reais e complexos 1.1. Introdução 1.2. Conjuntos ordenados 1.3. Corpo 1.4. O corpo real 1.5. Números reais estendidos 1.6. O corpo complexo 1.7. Espaço Euclidiano	8
2	2. Topologia Básica 2.1. Conjuntos finitos, contáveis e incontáveis 2.2. Espaços métricos 2.3. Conjuntos compactos 2.4. Conjuntos perfeitos 2.5. Conjuntos conectados	4
3	3. Sequências e Séries 3.1. Sequências convergentes 3.2. Subsequências 3.3. Sequência de Cauchy 3.4. Limite inferior e superior 3.5. Sequências especiais 3.6. Séries 3.7. Testes da razão e raiz	4
4	4. Continuidade e Diferenciabilidade 4.1. Limites de função 4.2. Funções contínuas 4.3. Continuidade e Conjuntos compactos 4.4. Continuidade e Conjuntos conectados 4.5. Descontinuidades 4.6. Funções Monotônicas 4.7. Limites infinitos e limites no infinito 4.8. A derivativa da função real 4.9. O teorema do valor médio 4.10. A continuidade de derivativas 4.11. A regra de L'Hospital 4.12. Teorema de Taylor	4
5	5. Sequências e séries de funções 5.1. Discussão do problema principal 5.2. Convergência uniforme 5.3. O teorema de Stone-Weierstrass 5.4. Convergência de funções recursivas	4
6	6. Representação de Números 6.1. Números e aritmética 6.2. Representação de números com sinal 6.3. Sistema redundante de números 6.4. Sistema residual	4
7	7. Operações Aritméticas no Computador 7.1. Adição 7.2. Subtração 7.3. Multiplicação 7.4. Divisão 7.5. Projeto de uma Unidade Lógica Aritmética	8

8	8. Dispositivos Lógicos Programáveis (FPGA) 8.1. Introdução ao FPGA 8.2. Linguagem de Descrição de Hardware (VHDL) 8.3. Implementação do VHDL em Hardware	6
9	9. Norma IEEE 754-2008 - Aritmética de Ponto Flutuante 9.1. Os números reais 9.2. Representação Computacional de Números 9.3. Representação IEEE 9.4. Arredondamento 9.5. Operações na norma IEEE 9.6. Exceções 9.7. Microprocessadores Intel 9.8. Linguagens de Programação 9.9. Ponto Flutuante em C 9.10. Cancelamento 9.11. Condicionamento de Problemas 9.12. Estabilidade de Algoritmos	6
10	10. Norma IEEE-1788-2015 - Aritmética Intervalar. 10.1. Introdução 10.2. O sistema de numeração intervalar 10.3. Aplicações iniciais 10.4. Propriedades Básicas 10.5. Funções intervalares 10.6. Sequências intervalares 10.7. O limite inferior do erro 10.8. Tempo crítico de simulação via Expoente de Lyapunov	8
	Seminário	4
Total		60

Métodos de Avaliação

- **Itens de avaliação:**
 - T₁: Exercícios para entregar e em sala de aula.
 - T₂: Elaboração da proposta do seminário.
 - T₃: Fundamentação teórica e Metodologia do seminário.
 - T₄: Resultados parciais para o seminário.
 - T₅: Artigo científico de 6 a 8 páginas do seminário.
 - T₆: Apresentação.
 - T₇: Prova 1: Unidades 1 a 5
 - T₈: Prova 2: Unidades 6 a 10
 - P_s: Prova substitutiva (conteúdo de toda a disciplina).
- **Observações:**
 - Cada item será avaliado em uma nota de 0 a 100.
 - A nota T₁ é a média das notas de cada exercício.
 - As orientações para o seminário que compõe as notas T₂ a T₆ encontram-se na página do professor.
- **Cálculo das Notas:**
 - A N_F (escala de 0 a 10) é dada por:
$$N_F = \frac{T_1 + 0,5T_2 + 0,5T_3 + T_4 + 3T_5 + T_6 + 1,5T_7 + 1,5T_8}{100}$$
- O valor da Prova 1 ou 2 poderá ser substituído por uma prova substitutiva conforme:
$$T_{7,8} = \text{máximo}(T_{7,8}, P_S)$$
- O aluno será aprovado somente se $N_F \geq 6,0$.

Bibliografia Básica

- Rudin, W. (1976), *Principles of mathematical analysis*, McGraw-Hill New York.
- Parhami, B. (2012). *Computer arithmetic algorithms and hardware architectures*. Oxford University Press, New York.
- Tocci, R. J., Widmer, N. S., & Moss, G. L. (2011). *Sistemas Digitais. Princípios e Aplicações* (11th ed.). São Paulo: Pearson Prentice Hall.
- Overton, M. L. (2001), *Numerical Computing with IEEE floating point arithmetic*, SIAM.
- Moore, R. E., Kearfott, R. B., & Cloud, M. J. (2009). *Introduction to Interval Analysis*. SIAM.

Bibliografia Complementar

- [1] E. Antelo, D. Hough, and P. Jenne, “Guest Editors’ Introduction: Special Section on Computer Arithmetic,” *IEEE Transactions on Computers*, vol. 61, no. 8, pp. 1057–1058, Aug. 2012 [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6226553/>
- [2] S. Boldo, “How to Compute the Area of a Triangle: A Formal Revisit,” in *2013 IEEE 21st Symposium on Computer Arithmetic*, 2013, pp. 91–98 [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6545896/>
- [3] J. D. Bruguera, “Optimizing the representation of intervals,” *Science of Computer Programming*, vol. 90, no. PART A, pp. 21–33, Sep. 2014 [Online]. Available: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0167642313001408>
- [4] D. Butusov, A. Karimov, A. Tutueva, D. Kaplun, and E. G. Nepomuceno, “The Effects of Padé Numerical Integration in Simulation of Conservative Chaotic Systems,” *Entropy*, vol. 21, no. 4, p. 362, Apr. 2019 [Online]. Available: <https://www.mdpi.com/1099-4300/21/4/362>
- [5] R. M. Corless, “What good are numerical simulations of chaotic dynamical systems?,” *Computers & Mathematics with Applications*, vol. 28, no. 10, pp. 107–121, 1994 [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/089812219400188X>
- [6] W. L. Ferrar, *A Text-Book of Convergence*. Oxford : Clarendon Press, 1938.
- [7] Z. Galias, “The Dangers of Rounding Errors for Simulations and Analysis of Nonlinear Circuits and Systems - and How to Avoid Them,” *IEEE Circuits and Systems Magazine*, vol. 13, no. 3, pp. 35–52, 2013 [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6585769/>
- [8] D. Goldberg, “What every computer scientist should know about floating-point arithmetic,” *ACM Computing Surveys*, vol. 23, no. 1, pp. 5–48, Mar. 1991 [Online]. Available: <http://portal.acm.org/citation.cfm?doid=103162.103163>
- [9] S. M. Hammel, J. A. Yorke, and C. Grebogi, “Do numerical orbits of chaotic dynamical processes represent true orbits?,” *Journal of Complexity*, vol. 3, no. 2, pp.

- 136–145, Jun. 1987 [Online]. Available:
<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0885064X87900240>
- [10] A. Hasan, E. C. Kerrigan, and G. A. Constantinides, “Control-Theoretic Forward Error Analysis of Iterative Numerical Algorithms,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 58, no. 6, pp. 1524–1529, Jun. 2013 [Online]. Available:
<http://ieeexplore.ieee.org/document/6332482/>
- [11] C. Herring and J. I. Palmore, “Random number generators are chaotic,” *ACM Sigplan Notices*, vol. 24, no. 11, pp. 76–79, Nov. 1989 [Online]. Available:
<http://portal.acm.org/citation.cfm?doi=71605.71608>
- [12] Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), “IEEE Standard for Floating-Point Arithmetic,” *IEEE Std 754-2019 (Revision of IEEE 754-2008)*, pp. 1–84, 2019 [Online]. Available: <https://ieeexplore.ieee.org/servlet/opac?punumber=8766227>
- [13] Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), “IEEE Standard for Floating-Point Arithmetic,” *IEEE Std 754-2008*, pp. 1–70, 2008 [Online]. Available:
<https://ieeexplore.ieee.org/document/4610935>
- [14] Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), “IEEE Standard for Interval Arithmetic,” *IEEE Std 1788-2015*, pp. 1–97, 2015 [Online]. Available:
<https://doi.org/10.1109/IEEESTD.2015.7140721>
- [15] H. M. R. Junior, M. L. C. Peixoto, E. G. Nepomuceno, and S. A. M. Martins, “Using Different Interval Extensions to Increase the Accuracy of the Exact Solution on Recursive Functions,” *The interdisciplinary journal of Discontinuity, Nonlinearity, and Complexity*, vol. 7, no. 2, pp. 165–172, Jun. 2018 [Online]. Available:
<https://www.lhscientificpublishing.com/Journals/DNC-Download.aspx?volume=2018&issue=2>
- [16] T. Kapitaniak, *Chaos for Engineers*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2000 [Online]. Available: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-57143-5>
- [17] R. Lozi, “Can we trust in numerical computations of chaotic solutions of dynamical systems?,” in *Topology and Dynamics of Chaos: In Celebration of Robert Gilmore’s 70th Birthday*, C. Letellier and R. Gilmore, Eds. London: World Scientific, 2013, pp. 63–98 [Online]. Available:
http://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/9789814434867_0004
- [18] E. M. A. M. Mendes and E. G. Nepomuceno, “A Very Simple Method to Calculate the (Positive) Largest Lyapunov Exponent Using Interval Extensions,” *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 26, no. 13, p. 1650226, Dec. 2016 [Online]. Available: <http://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0218127416502266>
- [19] R. E. Moore, R. B. Kearfott, and M. J. Cloud, *Introduction to Interval Analysis*. Philadelphia: SIAM, 2009.
- [20] E. G. Nepomuceno and S. A. M. Martins, “A lower bound error for free-run simulation of the polynomial NARMAX,” *Systems Science & Control Engineering*,

- vol. 4, no. 1, pp. 50–58, Jan. 2016 [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1080/21642583.2016.1163296>
- [21] E. G. Nepomuceno, S. A. M. Martins, M. J. Lacerda, and E. M. A. M. Mendes, “On the Use of Interval Extensions to Estimate the Largest Lyapunov Exponent from Chaotic Data,” *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2018, pp. 1–8, 2018 [Online]. Available: <https://www.hindawi.com/journals/mpe/2018/6909151/>
- [22] E. G. Nepomuceno, M. L. C. Peixoto, S. A. M. Martins, H. M. Rodrigues, and M. Perc, “Inconsistencies in Numerical Simulations of Dynamical Systems Using Interval Arithmetic,” *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 28, no. 04, p. 1850055, Apr. 2018 [Online]. Available: <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0218127418500554>
- [23] E. G. Nepomuceno, H. M. Rodrigues Junior, S. A. M. Martins, M. Perc, and M. Slavinec, “Interval computing periodic orbits of maps using a piecewise approach,” *Applied Mathematics and Computation*, vol. 336, pp. 67–75, Nov. 2018 [Online]. Available: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0096300318303898>
- [24] E. G. Nepomuceno, A. M. Lima, J. Arias-García, M. Perc, and R. Repnik, “Minimal digital chaotic system,” *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 120, pp. 62–66, Mar. 2019 [Online]. Available: <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2019.01.019>
- [25] E. G. Nepomuceno and M. Perc, “Computational chaos in complex networks,” *Journal of Complex Networks*, pp. 1–16, Apr. 2019 [Online]. Available: <https://doi.org/10.1093/comnet/cnz015>
- [26] E. G. Nepomuceno, “Convergence of recursive functions on computers,” *The Journal of Engineering*, vol. 2014, no. 10, pp. 560–562, Oct. 2014 [Online]. Available: <http://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/joe.2014.0228>
- [27] E. G. Nepomuceno and E. M. A. M. Mendes, “On the analysis of pseudo-orbits of continuous chaotic nonlinear systems simulated using discretization schemes in a digital computer,” *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 95, pp. 21–32, Feb. 2017 [Online]. Available: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0960077916303551>
- [28] M. L. Overton, *Numerical Computing with IEEE Floating Point Arithmetic*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2001 [Online]. Available: <http://epubs.siam.org/doi/book/10.1137/1.9780898718072>
- [29] B. Parhami, *Computer arithmetic algorithms and hardware architectures*. Oxford University Press, New York, 2012 [Online]. Available: https://www.ece.ucsb.edu/~parhami/text_comp_arit.htm
- [30] E. J. Rothwell and M. J. Cloud, “Automatic error analysis using intervals,” *Education, IEEE Transactions on*, vol. 55, no. 1, pp. 9–15, Feb. 2012 [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=5711698>
- [31] W. Rudin, *Principles of Mathematical Analysis*. New York: McGraw-Hill, 1976.

- [32] S. M. Rump, “INTLAB — INTerval LABoratory,” in *Developments in Reliable Computing*, T. Csendes, Ed. Dordrecht: Springer Netherlands, 1999, pp. 77–104 [Online]. Available: http://link.springer.com/10.1007/978-94-017-1247-7_7
- [33] A. M. Shayib, *Applied Statistics*. Bookboon, 2000.
- [34] M. R. Silva, E. G. Nepomuceno, G. F. V. Amaral, S. A. M. Martins, and L. G. Nardo, “Exploiting the rounding mode of floating-point in the simulation of Chua’s circuit,” *The interdisciplinary journal of Discontinuity, Nonlinearity, and Complexity*, vol. 7, no. 2, pp. 185–193, Jun. 2018 [Online]. Available: <https://www.lhscientificpublishing.com/Journals/DNC-Download.aspx?volume=2018&issue=2>
- [35] M. R. Silva, E. G. Nepomuceno, G. F. V. Amaral, and V. V. R. Silva, “Simulation of Chua’s Circuit by Means of Interval Analysis,” in *6th International Conference on Nonlinear Science and Complexity - São José dos Campos*, 2016, pp. 1–4 [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/1612.01060>

Revisado por Prof. Erivelton Geraldo Nepomuceno em 07/08/2019.

Aprovado na reunião do colegiado em ____/____/____.

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica