

# Circuitos Lógicos

## Capítulo 9 – **Aritmética Digital: Operações e Circuitos**

Prof. Erivelton Geraldo Nepomuceno  
<http://www.ufsj.edu.br/nepomuceno>  
[nepomuceno@ufsj.edu.br](mailto:nepomuceno@ufsj.edu.br)

São João del-Rei, outubro de 2015.

## Tópicos da aula – capítulo 9

**9.1 Adição binária**

**9.2 Representação de números com sinal**

**9.3 Adição no sistema de complemento de 2**

**9.4 Subtração no sistema de complemento de 2**

**9.5 Multiplicação de números binários**

**9.6 Divisão binária**

## 9.1 Adição Binária

- **Operação mais importante no mundo binário!**

$$\begin{array}{r} \phantom{+} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \\ \phantom{+} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \\ + \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \\ \hline \phantom{+} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \end{array}$$

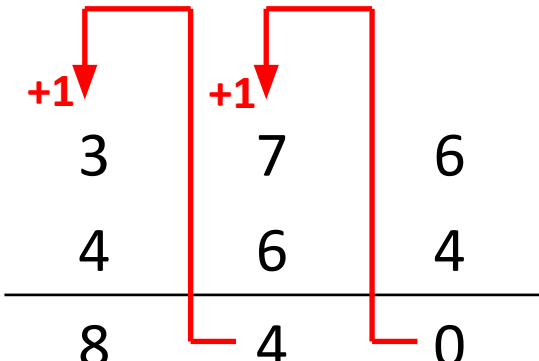
3    7    6  
+ 4   6   1  
-----  
8    3    7

## 9.1 Adição Binária

- **Operação mais importante no mundo binário!**

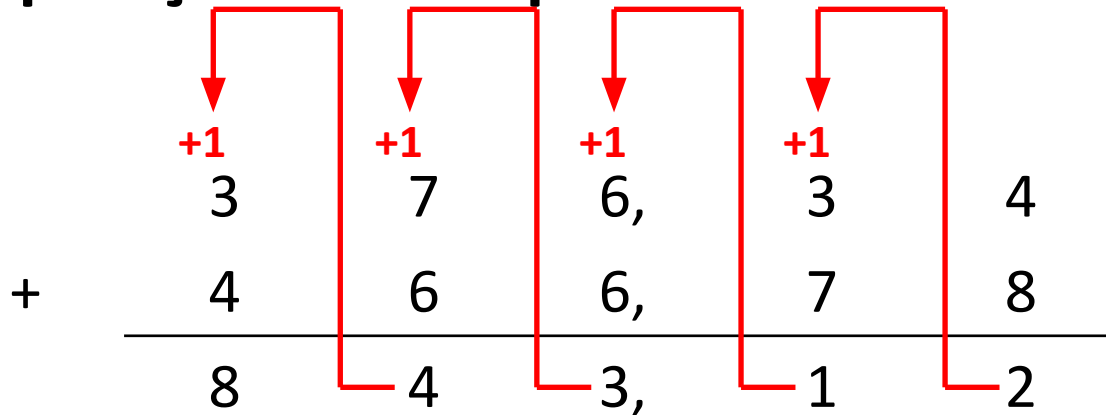
$$\begin{array}{r}
 3 \quad 7 \quad 6 \\
 + \quad 4 \quad 6 \quad 1 \\
 \hline
 8 \quad 3 \quad 7
 \end{array}$$

“Vai um” ou “carry”

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c} +1 \\ \downarrow \end{array} \quad \begin{array}{c} +1 \\ \downarrow \end{array} \\
 3 \quad 7 \quad 6 \\
 + \quad 4 \quad 6 \quad 4 \\
 \hline
 8 \quad 4 \quad 0
 \end{array}$$


## 9.1 Adição Binária

- **Operação mais importante no mundo binário!**



## 9.1 Adição Binária

- **Operação mais importante no mundo binário!**
- **Quais as regras para números binários?**

$$0 + 0 = 0$$

$$1 + 0 = 1$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 1 = 0 \rightarrow \text{“vai um para próxima posição” (carry)}$$

## 9.1 Adição Binária

- **Operação mais importante no mundo binário!**

$$\begin{array}{r} \phantom{+} \phantom{0} \phantom{1} \phantom{1,} \phantom{0} \phantom{1} \\ + \phantom{0} \phantom{1} \phantom{1} \phantom{0,} \phantom{1} \phantom{1} \\ \hline \end{array}$$

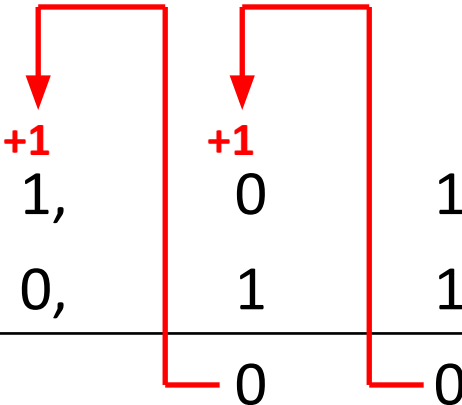




## 9.1 Adição Binária

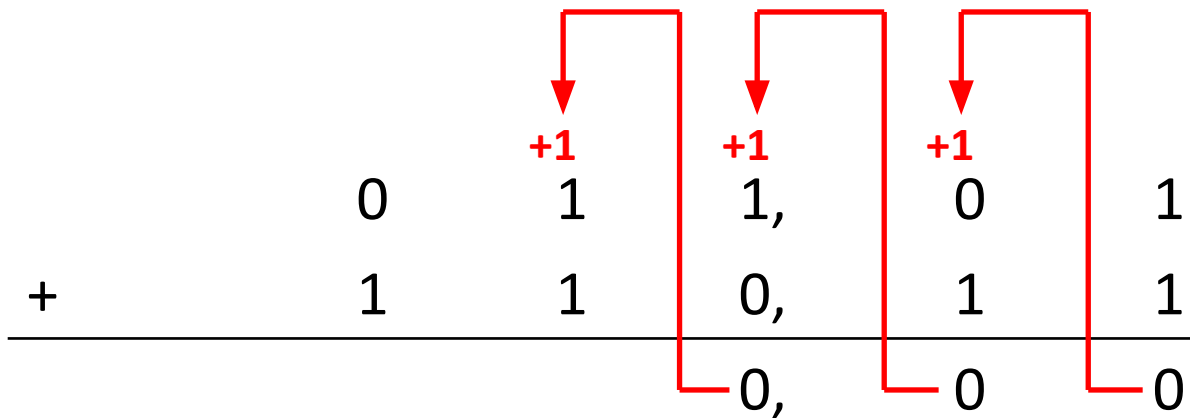
- Operação mais importante no mundo binário!

	0	1	1,	0	1
+	1	1	0,	1	1
			0	0	

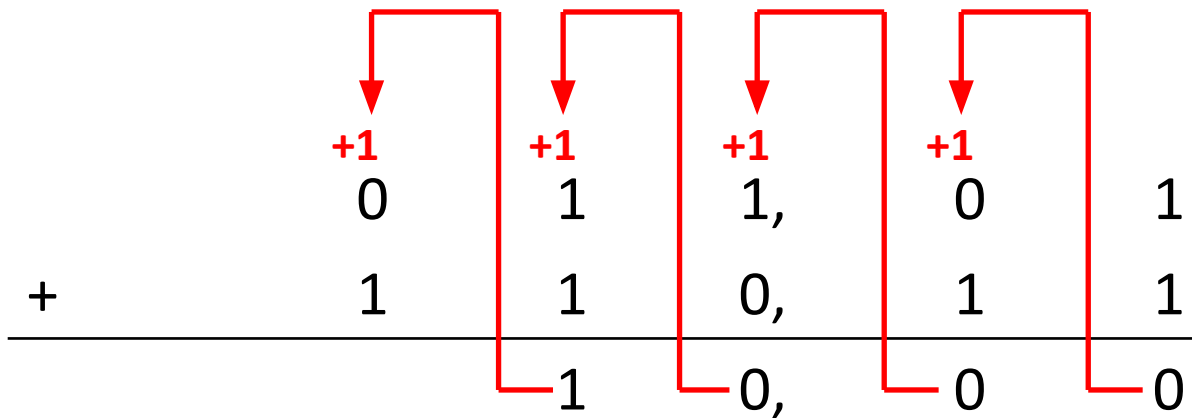
## 9.1 Adição Binária

- Operação mais importante no mundo binário!



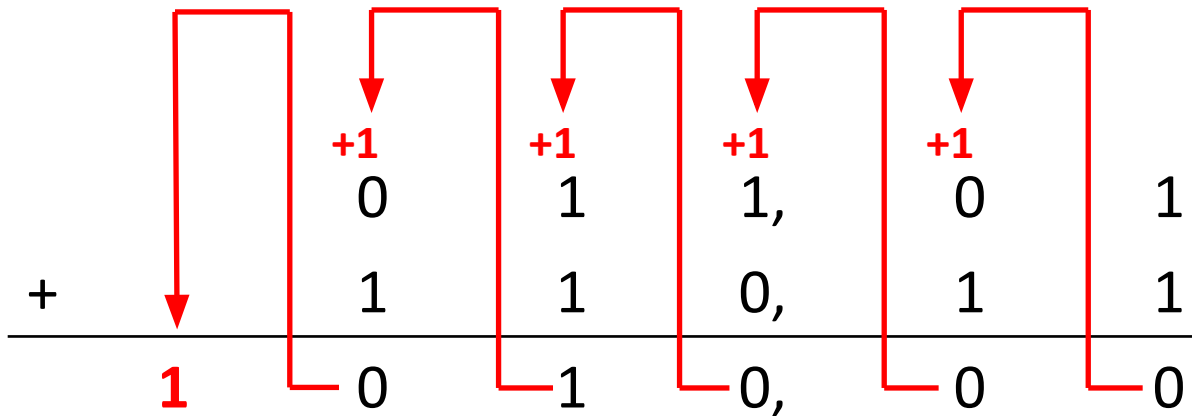
## 9.1 Adição Binária

- Operação mais importante no mundo binário!



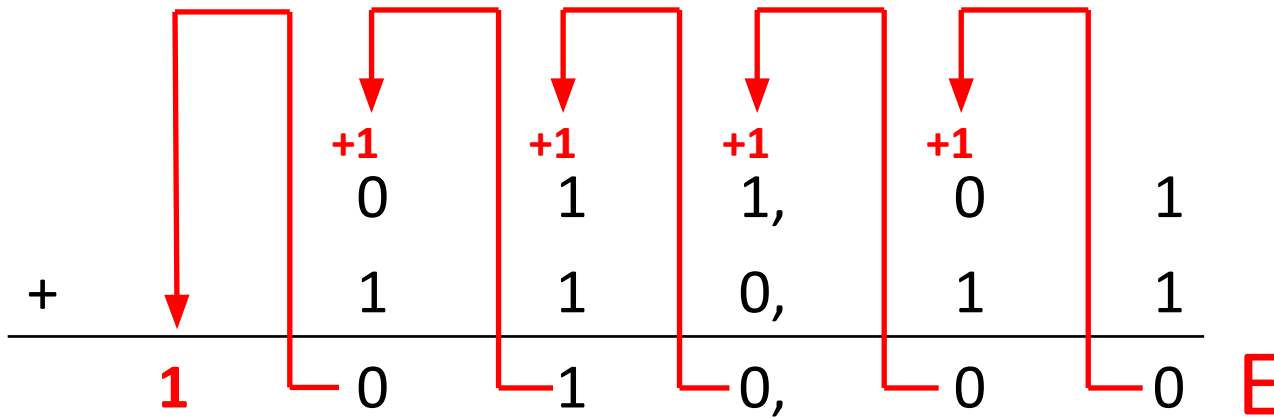
## 9.1 Adição Binária

- Operação mais importante no mundo binário!



## 9.1 Adição Binária

- Operação mais importante no mundo binário!

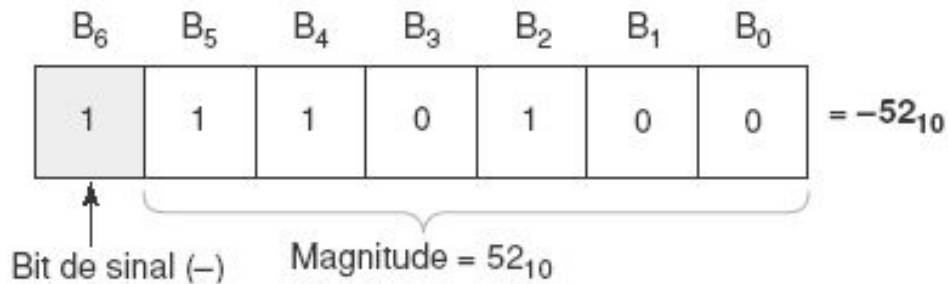
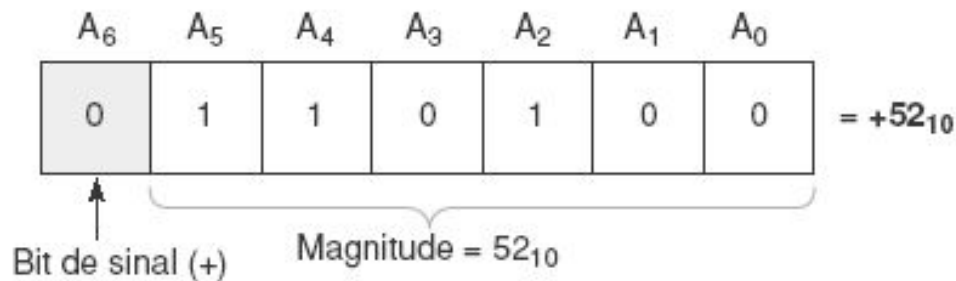


## 9.2 Representação de números binários com sinal

- **Como representar números binários negativos?**

## 9.2 Representação de números binários com sinal

- Como representar números binários negativos?



## 9.2 Representação de números binários com sinal

- **Como representar números binários negativos?**
  - Sistema sinal-magnitude
  - Sistema de complemento de 2



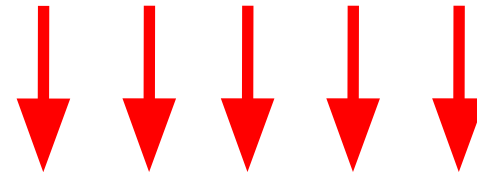
## 9.2 Representação de números binários com sinal

- **Forma de complemento de 1**

Número original

0 1 1 0 1

Inverte-se cada bit



Forma de complemento de 1

1 0 0 1 0

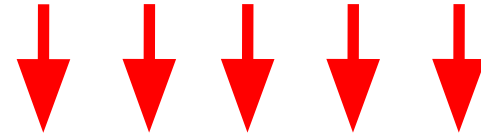
## 9.2 Representação de números binários com sinal

- **Forma de complemento de 2**

Número original

0 1 1 0 1

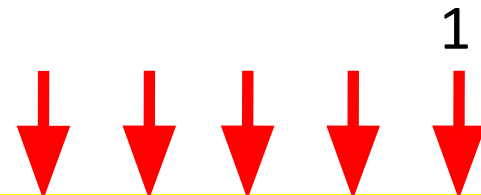
Inverte-se cada bit



Forma de complemento de 1

1 0 0 1 0

Soma-se 1 ao LSB



Forma de complemento de 2

1 0 0 1 1

## 9.2 Representação de números binários com sinal

**Exemplo: Determine o complemento de 2 de  $10001_2$**

- **Forma de complemento de 2**

## 9.2 Representação de números binários com sinal

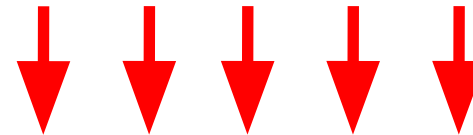
**Exemplo: Determine o complemento de 2 de  $10001_2$**

- **Forma de complemento de 2**

Número original

1 0 0 0 1

Inverte-se cada bit



## 9.2 Representação de números binários com sinal

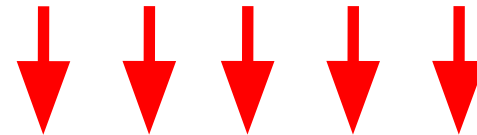
**Exemplo: Determine o complemento de 2 de  $10001_2$**

- **Forma de complemento de 2**

Número original

1 0 0 0 1

Inverte-se cada bit



Forma de complemento de 1

0 1 1 1 0

## 9.2 Representação de números binários com sinal

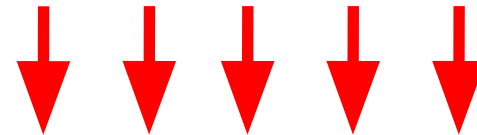
**Exemplo: Determine o complemento de 2 de  $10001_2$**

- **Forma de complemento de 2**

Número original

1 0 0 0 1

Inverte-se cada bit



Forma de complemento de 1

0 1 1 1 0

Soma-se 1 ao LSB

1

## 9.2 Representação de números binários com sinal

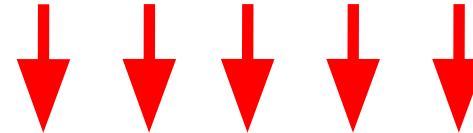
**Exemplo: Determine o complemento de 2 de  $10001_2$**

- **Forma de complemento de 2**

Número original

1 0 0 0 1

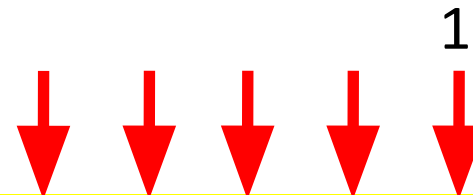
Inverte-se cada bit



Forma de complemento de 1

0 1 1 1 0

Soma-se 1 ao LSB



Forma de complemento de 2

0 1 1 1 1

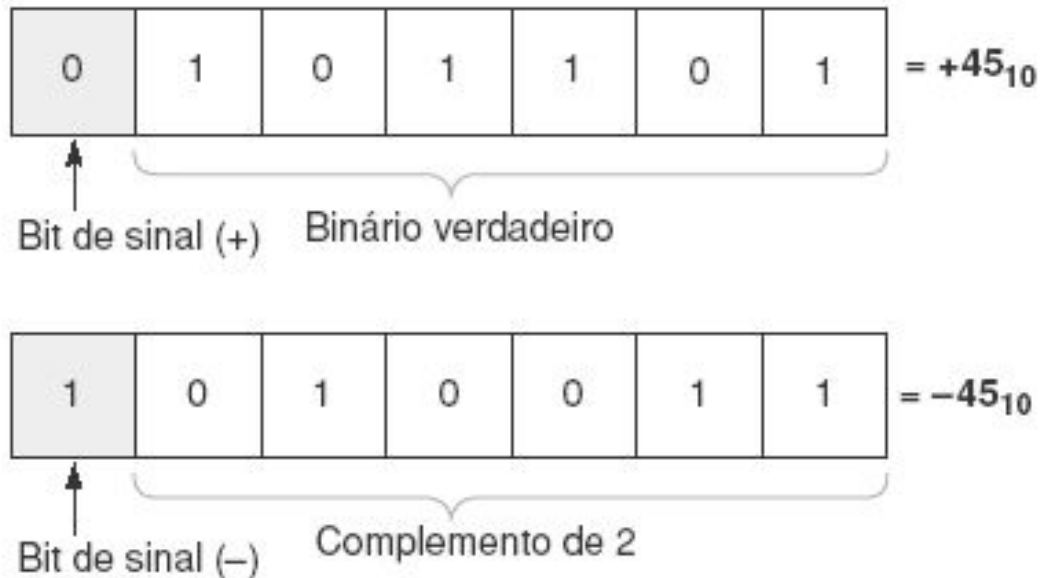
## 9.2 Representação de números binários com sinal

- **Como representar números binários negativos utilizando a forma de complemento de 2?**



## 9.2 Representação de números binários com sinal

- Como representar números binários negativos utilizando a forma de complemento de 2?



**FIGURA 6.2**

Representação de números com sinal na forma de complemento de 2.

## 9.2 Representação de números binários com sinal

**Exemplo: Represente o número  $-145_{10}$  em binário utilizando o formato complemento de 2.**

## 9.2 Representação de números binários com sinal

**Exemplo: Represente o número  $-145_{10}$  em binário utilizando o formato complemento de 2.**

**Resolução:**

- 1. Por divisões sucessivas determinamos o número binário que representa  $145_{10}$ ;**
- 2. Achamos o complemento de 2 desse número;**
- 3. Anexamos o bit 1 à esquerda do MSB.**



## 9.2 REPRESENTAÇÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS COM SINAL

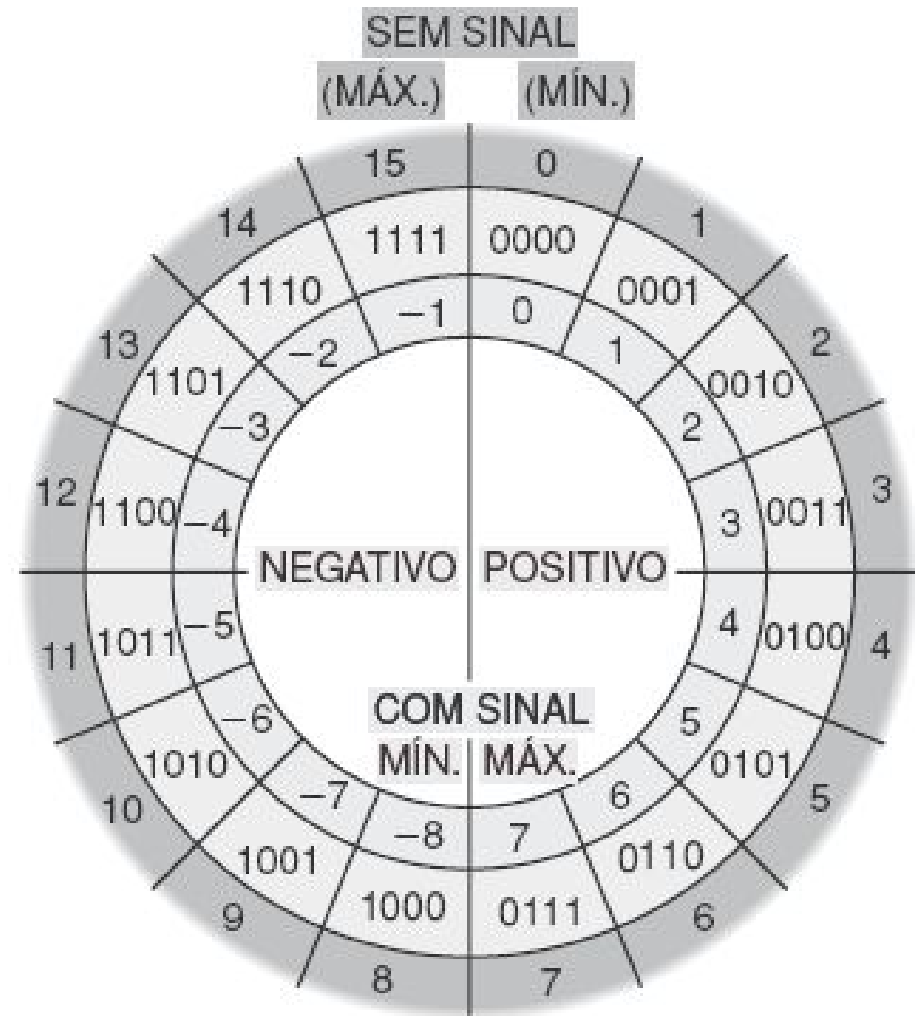
### Observações:

- Faixa de valores representados utilizando complemento de 2 com N bits para a magnitude:

$$-2^N \text{ a } (2^N - 1)$$

## 9.2 REPRESENTAÇÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS COM SINAL

$$-2^N \text{ a } (2^N - 1)$$



**FIGURA 6.3**

Um círculo numérico de quatro bits.

## 9.2 REPRESENTAÇÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS COM SINAL

### Exercício:

- Qual a faixa de valores que podem ser representados com um byte?
- Qual o menor valor a o maior valor que pode ser representado com um byte num sistema de complemento de 2? (o bit de sinal deve ser considerado)

## 9.2 REPRESENTAÇÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS COM SINAL

### Exercício:

- Qual a faixa de valores que podem ser representados com um byte?

$$2^N = 2^8 = 256$$

- Qual o menor valor a o maior valor que pode ser representado com um byte num sistema de complemento de 2? (o bit de sinal deve ser considerado)

$$-2^{(N-1)} \quad \text{a} \quad (2^{(N-1)} - 1)$$

ou seja,

$$-2^7 \quad \text{a} \quad (2^7 - 1) \Rightarrow -128 \quad \text{a} \quad +127$$



## 9.3 ADIÇÃO NO SISTEMA DE COMPLEMENTO DE 2

**Observação: A representação dos números deve ser feita com a mesma quantidade de bits de magnitude!**

## 9.3 ADIÇÃO NO SISTEMA DE COMPLEMENTO DE 2

### Caso I: Dois números positivos

0	0	1	0	0	$+4_{10}$
0	1	0	1	1	$+11_{10}$
0	1	1	1	1	$+15_{10}$

## 9.3 ADIÇÃO NO SISTEMA DE COMPLEMENTO DE 2

**Caso II: Número  $a_2$  positivo e número  $b_2$  negativo, sendo  $|a| > |b|$ .**

0	1	1	0	0	+12	<sub>10</sub>
1	0	1	0	1	-11	<sub>10</sub> (Complemento de 2)
0	0	0	0	1	+01	<sub>10</sub>

**1**

 "Vai um" ou "Carry" desconsiderado

## 9.3 ADIÇÃO NO SISTEMA DE COMPLEMENTO DE 2

**Caso II: Numero  $a_2$  positivo e número  $b_2$  negativo, sendo  $|a| > |b|$ .**

0	1	1	0	0	+12 <sub>10</sub>	
1	0	1	0	1	-11 <sub>10</sub>	(Complemento de 2)
1	0	0	0	0	1	+01 <sub>10</sub>

↑

→

“Vai um” ou “Carry” desconsiderado

## 9.3 ADIÇÃO NO SISTEMA DE COMPLEMENTO DE 2

**Caso III: Numero  $a_2$  positivo e número  $b_2$  negativo, sendo  $|a| < |b|$ .**

0	1	0	0	1	$+9_{10}$	
1	0	1	0	1	$-11_{10}$	(Complemento de 2)
1	1	1	1	0	$-02_{10}$	

## 9.3 ADIÇÃO NO SISTEMA DE COMPLEMENTO DE 2

**Caso III: Numero  $a_2$  positivo e número  $b_2$  negativo, sendo  $|a| < |b|$ .**

0	1	0	0	1	$+9_{10}$	
1	0	1	0	1	$-11_{10}$	(Complemento de 2)
1	1	1	1	0	$-02_{10}$	

## 9.3 ADIÇÃO NO SISTEMA DE COMPLEMENTO DE 2

**Caso IV: Dois números negativos.**

	1	1	0	0	1	$-7_{10}$	(Complemento de 2)
	1	1	0	1	1	$-5_{10}$	(Complemento de 2)
1	1	0	1	0	0	$-12_{10}$	

## 9.3 ADIÇÃO NO SISTEMA DE COMPLEMENTO DE 2

### Caso IV: Dois números negativos.

1	1	0	0	1	$-7_{10}$	(Complemento de 2)	
1	1	0	1	1	$-5_{10}$	(Complemento de 2)	
<b>1</b>	1	0	1	0	0	$-12_{10}$	Resultado (Comp. De 2)

 "Vai um" ou "Carry" desconsiderado



## 9.3 ADIÇÃO NO SISTEMA DE COMPLEMENTO DE 2

**Exemplo: Faça a operação:  $+5 + (-5)$  em binário utilizando complemento de 2. Suponha que você disponibilize de 6 bits, incluído o bit de sinal.**

## 9.3 ADIÇÃO NO SISTEMA DE COMPLEMENTO DE 2

**Exemplo: Faça a operação:  $+5 + (-5)$ .**

	0	0	0	1	0	1	$+5_{10}$	
	1	1	1	0	1	1	$-5_{10}$	(Complemento de 2)
1	0	0	0	0	0	0	$+0_{10}$	

## 9.3 ADIÇÃO NO SISTEMA DE COMPLEMENTO DE 2

**Exemplo: Faça a operação:  $+5 + (-5)$ .**

0	0	0	1	0	1	$+5_{10}$	
1	1	1	0	1	1	$-5_{10}$	(Complemento de 2)
1	0	0	0	0	0	0	$+0_{10}$

↑

→

“Vai um” ou “Carry” desconsiderado

## 9.4 SUBTRAÇÃO NO SISTEMA DE COMPLEMENTO DE 2

**É similar, senão idêntica aos procedimentos anteriores!**

- **Passo I: Negação do valor do subtraendo**
- **Passo II: Somar esse número ao minuendo**

## 9.4 SUBTRAÇÃO NO SISTEMA DE COMPLEMENTO DE 2

**Exemplo: Execute a operação  $+13_{10} - (+5_{10})$ , considerando-se que existem 6 bits disponíveis (incluindo-se o bit de sinal).**

## 9.4 SUBTRAÇÃO NO SISTEMA DE COMPLEMENTO DE 2

**Exemplo: Execute a operação  $+13_{10} - (+5_{10})$ , considerando-se que existem 6 bits disponíveis (incluindo-se o bit de sinal).**

0	0	1	1	0	1	$+13_{10}$
1	1	1	0	1	1	$-5_{10}$ (Complemento de 2)
1	0	0	1	0	0	$+8_{10}$

## 9.4 SUBTRAÇÃO NO SISTEMA DE COMPLEMENTO DE 2

**Exemplo: Execute a operação  $+13_{10} - (+5_{10})$ , considerando-se que existem 6 bits disponíveis (incluindo-se o bit de sinal).**

0	0	1	1	0	1	$+13_{10}$	
1	1	1	0	1	1	$-5_{10}$ (Complemento de 2)	
1	0	0	1	0	0	0	$+8_{10}$

↑ "Vai um" ou "Carry" desconsiderado

## 9.4 SUBTRAÇÃO NO SISTEMA DE COMPLEMENTO DE 2

**Exercício: Execute a operação  $+10_{10} - (+11_{10})$ , considerando-se que existem 6 bits disponíveis (incluindo-se o bit de sinal).**





## 9.4 SUBTRAÇÃO NO SISTEMA DE COMPLEMENTO DE 2

### O problema do “Overflow”

**Sistemas digitais possuem uma quantidade finita de bits para representação de grandezas!**

**No caso da aritmética, os resultados das operações tem que estar dentro da quantidade de bits utilizada para tal representação. Caso contrário ocorrerá um “overflow”.**

## 9.4 SUBTRAÇÃO NO SISTEMA DE COMPLEMENTO DE 2

O problema do “Overflow”

**Exemplo: Considerando a disponibilidade de 8 bits (inclusive o de sinal) realize a operação binária em complemento de 2:**

$$63_{10} + 70_{10}$$

## 9.4 SUBTRAÇÃO NO SISTEMA DE COMPLEMENTO DE 2

O problema do “Overflow”

**Exemplo: Considerando a disponibilidade de 8 bits (inclusive o de sinal) realize a operação binária em complemento de 2:**

$$63_{10} + 70_{10}$$

0	0	1	1	1	1	1	1	+63
---	---	---	---	---	---	---	---	-----

0	1	0	0	0	1	1	0	+70
---	---	---	---	---	---	---	---	-----

---

1	0	0	0	0	1	0	1	
---	---	---	---	---	---	---	---	--


## 9.4 SUBTRAÇÃO NO SISTEMA DE COMPLEMENTO DE 2

O problema do “Overflow”

Exemplo: Considerando a disponibilidade de 8 bits (inclusive o de sinal) realize a operação binária em complemento de 2:

$$63_{10} + 70_{10}$$

0	0	1	1	1	1	1	1	+63
0	1	0	0	0	1	1	0	+70
1	0	0	0	0	1	0	1	-123



Bit de sinal

## 9.5 MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

Procedimento igual ao sistema decimal.

Considere a multiplicação de 13 x 12

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 13 \\ \hline 36 \\ 120 \\ \hline 156 \end{array}$$

## 9.5 MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

Procedimento igual ao sistema decimal.

Considere a multiplicação de 13 x 12

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 13 \\ \hline \end{array}$$

3 6

1 2

1 5 6

Produtos parciais

Resultado final

$$\begin{array}{r} 1100 \\ \times 1101 \\ \hline 1100 \\ 0000 \\ 1100 \\ 1100 \\ \hline 1001100 \end{array}$$

## 9.5 MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

Procedimento igual ao sistema decimal.

Considere a multiplicação de 13 x 12

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 13 \\ \hline \end{array}$$

3 6

Produtos parciais

1 2

1 5 6

Resultado final

$$\begin{array}{r} 1100 \\ \times 1101 \\ \hline \end{array}$$

1 1 0 0

0 0 0 0

Produtos parciais

1 1 0 0

1 1 0 0

1 0 0 1 1 1 0 0

Resultado final

## 9.5 MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

### Multiplicação no sistema de complemento de 2.

- **Converte-se o número negativo para positivo e aplicam-se regras para determinar o bit de sinal.**



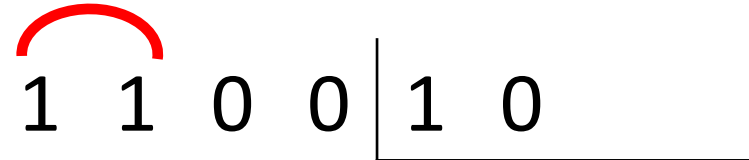
## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

Considere a divisão:  $12 \div 2$

$$1100_2 \div 10_2 \qquad 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ | \ 1 \ 0$$

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

Considere a divisão:  $12 \div 2$

$$1100_2 \div 10_2 \quad \begin{array}{cccc|cc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$


## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

Considere a divisão:  $12 \div 2$

$$1100_2 \div 10_2$$


1	1	0	0	1	0
				1	
0	1				

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

Considere a divisão:  $12 \div 2$

$$1100_2 \div 10_2$$

$$\begin{array}{r}
 1100 \mid 10 \\
 \underline{10} \phantom{00} \\
 010
 \end{array}$$



## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

Considere a divisão:  $12 \div 2$

$$1100_2 \div 10_2$$

1	1	0	0	1	0
1	0	0		1	1
0	1	0			
	1	0			

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

Considere a divisão:  $12 \div 2$

$$1100_2 \div 10_2$$

1	1	0	0	1	0
1	0	↓		1	1
0	1	0			
	1	0			
	0	0			

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

Considere a divisão:  $12 \div 2$

$$1100_2 \div 10_2$$

1	1	0	0	1	0
1	0	↓	↓	1	1
0	1	0	0		
	1	0	↓		
0	0	0	0		

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

Considere a divisão:  $12 \div 2$

$$1100_2 \div 10_2$$

1	1	0	0	1	0	
1	0	↓	↓	1	1	0
0	1	0	0			
	1	0	↓			
0	0	0	0			



## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

Considere a divisão:  $14 \div 3$

$$1110_2 \div 11_2$$

1	1	1	0	1	1
1	1	↓	↓	1	0
0	0	1	0	0	0
			1	1	
			1	0	...

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

**Exercício: Realize as divisões em binário.**

a)  $64_{10} \div 5_{10}$

b)  $12_{10} \div 3_{10}$

c)  $32_{10} \div 8_{10}$

d)  $16_{10} \div 4_{10}$

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

**Algoritmo para divisão binária. (Deslocamento e subtrações sucessivas)**

$$\begin{array}{r} 100011 \quad | \quad 100 \\ \underline{100} \phantom{000000} \\ \phantom{1}000000 \phantom{00} \end{array}$$

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

**Algoritmo para divisão binária. (Deslocamento e subtrações sucessivas)**

$$\begin{array}{r} 100011 \quad | \quad 100 \\ \underline{100} \phantom{000000} \\ \phantom{1}000000 \phantom{00} \end{array}$$

**É divisível?**

**Sim -> subtração + *shift***

**Não -> deslocamento para a direita**

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

Algoritmo para divisão binária. (Deslocamento e subtrações sucessivas)

$$\begin{array}{r}
 100011 \quad | \quad 100 \\
 \underline{100} \phantom{00000} \\
 000011
 \end{array}$$

É divisível?

Sim -> 1 no quociente subtração + *shift*

Não -> 0 + *shift*

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

Algoritmo para divisão binária. (Deslocamento e subtrações sucessivas)

$$\begin{array}{r}
 100011 \quad | \quad 100 \\
 \underline{100} \phantom{000000} \\
 000011 \\
 \phantom{00} \underline{100} \\
 \hline
 \phantom{00} 000
 \end{array}$$

É divisível?

Sim -> subtração + *shift*

Não -> 0 + *shift*

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

**Algoritmo para divisão binária. (Deslocamento e subtrações sucessivas)**

$$\begin{array}{r}
 100011 \quad | \quad 100 \\
 \underline{100} \phantom{000000} \\
 000011 \\
 \phantom{0000} \underline{100} \rightarrow
 \end{array}$$

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

**Algoritmo para divisão binária. (Deslocamento e subtrações sucessivas)**

$$\begin{array}{r}
 100011 \quad | \quad 100 \\
 \underline{100} \phantom{000000} \\
 000011 \\
 \phantom{00} \underline{100} \\
 \phantom{000000}
 \end{array}$$



## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

**Algoritmo para divisão binária. (Deslocamento e subtrações sucessivas)**

$$\begin{array}{r}
 100011 \quad | \quad 100 \\
 \underline{100} \phantom{000} \\
 000011 \\
 \phantom{00} \underline{100} \\
 \phantom{0000}
 \end{array}$$

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

**Algoritmo para divisão binária. (Deslocamento e subtrações sucessivas)**

$$\begin{array}{r}
 100011 \quad | \quad 100 \\
 \underline{100} \phantom{000000} \\
 000011 \\
 \phantom{0000} \underline{100} \\
 \hline
 \phantom{0000} \phantom{000} 100
 \end{array}$$

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

**Algoritmo para divisão binária. (Deslocamento e subtrações sucessivas)**

$$\begin{array}{r}
 100011 \quad | \quad 100 \\
 \underline{100} \phantom{000} \\
 000011 \\
 \phantom{000} \underline{100} \\
 \hline
 \end{array}$$

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

Algoritmo para divisão binária. (Deslocamento e subtrações sucessivas)

$$\begin{array}{r}
 100011 \\
 \underline{100} \\
 000011 \\
 \phantom{0000}100 \\
 \hline
 \phantom{0000}100
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 100 \\
 \hline
 1000
 \end{array}$$

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

**Exemplo: Realizar a divisão:**

$$101011 \div 100$$

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

**Exemplo: Realizar a divisão:**

**101011 ÷ 100**

1	0	1	0	1	1		1	0	0
							_____		

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

**Exemplo: Realizar a divisão:**

**101011 ÷ 100**

$$\begin{array}{r} 101011 \div 100 \\ \underline{100} \phantom{00000} \\ 001011 \phantom{0} \\ \phantom{00} \underline{100} \phantom{000} \\ \phantom{000} 011 \phantom{00} \\ \phantom{000} \phantom{0} \underline{100} \\ \phantom{000} \phantom{00} 11 \phantom{0} \\ \phantom{000} \phantom{00} \phantom{0} \underline{100} \\ \phantom{000} \phantom{00} \phantom{00} 11 \phantom{0} \end{array}$$

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

**Exemplo: Realizar a divisão:**

**101011 ÷ 100**

$$\begin{array}{r} 101011 \div 100 \\ \underline{100} \phantom{00000} \\ 001011 \\ \underline{100} \phantom{000} \\ 001011 \\ \underline{100} \phantom{00} \\ 001011 \\ \underline{100} \\ 001011 \end{array}$$



## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

**Exemplo: Realizar a divisão:**

**101011 ÷ 100**

$$\begin{array}{r}
 101011 \div 100 \\
 \underline{100} \phantom{00000} \\
 001011 \\
 \phantom{00} \underline{100} \\
 \phantom{00} 000
 \end{array}$$

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

**Exemplo: Realizar a divisão:**

**101011 ÷ 100**

$$\begin{array}{r}
 101011 \div 100 \\
 \hline
 100 \phantom{0000} \\
 \hline
 001011 \\
 \phantom{00}100 \\
 \hline
 \phantom{00}01011 \\
 \phantom{000}100 \\
 \hline
 \phantom{000}01011
 \end{array}$$

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

**Exemplo: Realizar a divisão:**

**101011 ÷ 100**

$$\begin{array}{r}
 101011 \div 100 \\
 \underline{100} \phantom{000} \\
 001011 \\
 \phantom{00} \underline{100} \\
 0011
 \end{array}$$

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

**Exemplo: Realizar a divisão:**

**101011 ÷ 100**

$$\begin{array}{r}
 101011 \div 100 \\
 \underline{100} \phantom{000} \\
 001011 \\
 \phantom{00} \underline{100} \phantom{00} \\
 0011 \\
 \phantom{00} \phantom{00} \underline{100} \\
 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} 100
 \end{array}$$

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

**Exemplo: Realizar a divisão:**

**101011 ÷ 100**

$$\begin{array}{r}
 101011 \div 100 \\
 \hline
 100 \phantom{000} \\
 \hline
 001011 \\
 \phantom{00}100 \\
 \hline
 \phantom{00}0011 \\
 \phantom{000}100 \\
 \hline
 \phantom{000}0011 \\
 \phantom{0000}100
 \end{array}$$

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

$$\begin{array}{r}
 101011 \quad | \quad 100 \\
 \underline{100} \phantom{000} \\
 001011 \\
 \phantom{00} \underline{100} \\
 \phantom{00} 0011 \\
 \phantom{000} \underline{100} \\
 \phantom{000} 000
 \end{array}$$

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

$$\begin{array}{r}
 101011 \quad | \quad 100 \\
 \underline{100} \phantom{0000} \\
 001011 \\
 \phantom{00} \underline{100} \\
 \phantom{00} 0011 \\
 \phantom{000} \phantom{00} \underline{100} \\
 \phantom{000} \phantom{00} 100
 \end{array}$$

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

$$\begin{array}{r}
 101011 \quad | \quad 100 \\
 \underline{100} \phantom{0000} \\
 001011 \\
 \phantom{00} \underline{100} \\
 \phantom{00} 00110 \\
 \phantom{000} \phantom{00} \underline{100} \\
 \phantom{000} \phantom{00} 0010
 \end{array}$$



## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

$$\begin{array}{r}
 101011 \quad | \quad 100 \\
 100 \phantom{0000} \\
 \hline
 001011 \\
 \phantom{00}100 \\
 \hline
 00110 \\
 \phantom{00}100 \\
 \hline
 \phantom{00}0100
 \end{array}$$

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

$$\begin{array}{r}
 101011 \quad | \quad 100 \\
 \underline{100} \phantom{0000} \\
 001011 \\
 \phantom{00} \underline{100} \\
 00110 \\
 \phantom{00} \phantom{00} \underline{100} \\
 001100 \\
 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \underline{100} \\
 001100
 \end{array}$$

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

$$\begin{array}{r}
 101011 \quad | \quad 100 \\
 \underline{100} \phantom{0000} \\
 001011 \\
 \phantom{00} \underline{100} \\
 00110 \\
 \phantom{00} \phantom{00} \underline{100} \\
 010 \\
 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \underline{100} \\
 1000
 \end{array}$$

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

$$\begin{array}{r}
 101011 \quad | \quad 100 \\
 \underline{100} \phantom{0000} \\
 001011 \\
 \phantom{00} \underline{100} \\
 00110 \\
 \phantom{00} \phantom{00} \underline{100} \\
 0100 \\
 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \underline{100} \\
 1000
 \end{array}$$

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

$$\begin{array}{r}
 101011 \quad | \quad 100 \\
 \underline{100} \phantom{0000} \\
 001011 \\
 \phantom{00} \underline{100} \\
 00110 \\
 \phantom{00} \phantom{00} \underline{100} \\
 0100 \\
 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \underline{100} \\
 1000
 \end{array}$$

100  
1010, 11

## 9.6 DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

$$\begin{array}{r}
 101011 \quad | \quad 100 \\
 \underline{100} \phantom{0000} \\
 001011 \\
 \phantom{00} \underline{100} \\
 00110 \\
 \phantom{00} \phantom{00} \underline{100} \\
 0100 \\
 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \underline{100} \\
 0000
 \end{array}$$

The division process is shown with the following steps:

- Divisor: 100
- Dividend: 101011
- Step 1: 100 goes into 101 (1 time), remainder 001.
- Step 2: 100 goes into 0010 (0 times), remainder 0010.
- Step 3: 100 goes into 00101 (1 time), remainder 0011.
- Step 4: 100 goes into 00110 (1 time), remainder 0010.
- Step 5: 100 goes into 00100 (1 time), remainder 0000.

The quotient is 1010,11 (the decimal part is shown in red in the original image).



# Circuitos Lógicos

## Capítulo 9 – **Aritmética Digital: Operações e Circuitos** **Parte II**

<http://www.ppgel.net.br/davidson>  
[davidson@ufsj.edu.br](mailto:davidson@ufsj.edu.br)

São João Del Rei, 2 de setembro de 2014



## Tópicos da aula – Capítulo 9

**9.7 Adição BCD**

**9.8 Aritmética Hexadecimal**

**9.9 Circuitos Aritméticos**

**9.10 Somador Binário Paralelo**

**9.11 Projeto de Um Somador Completo**

**9.12 Somador Paralelo Completo Com Registradores**

## 9.7 ADIÇÃO BCD

- Soma menor ou igual a 9

$$\begin{array}{r}
 \phantom{+} \phantom{00} 3 \phantom{00} 7 \phantom{00} 6 \\
 + \phantom{00} 4 \phantom{00} 2 \phantom{00} 1 \\
 \hline
 \phantom{00} 7 \phantom{00} 9 \phantom{00} 7
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \phantom{+} \phantom{0000} 0 \phantom{0000} 0 \phantom{0000} 1 \phantom{0000} 1 \phantom{0000} 0 \phantom{0000} 1 \phantom{0000} 1 \phantom{0000} 1 \phantom{0000} 0 \\
 + \phantom{0000} 0 \phantom{0000} 1 \phantom{0000} 0 \phantom{0000} 0 \phantom{0000} 0 \phantom{0000} 0 \phantom{0000} 1 \phantom{0000} 0 \phantom{0000} 0 \phantom{0000} 0 \phantom{0000} 0 \phantom{0000} 1 \\
 \hline
 \phantom{0000} 0 \phantom{0000} 1 \phantom{0000} 1 \phantom{0000} 1 \phantom{0000} 1 \phantom{0000} 0 \phantom{0000} 0 \phantom{0000} 1 \phantom{0000} 0 \phantom{0000} 1 \phantom{0000} 1 \phantom{0000} 1
 \end{array}$$

## 9.7 ADIÇÃO BCD

- Soma maior do que 9

$$\begin{array}{r}
 \phantom{+} \phantom{00} 3 \phantom{00} 7 \phantom{00} 6 \\
 + \phantom{00} 4 \phantom{00} 7 \phantom{00} 4 \\
 \hline
 \phantom{00} 8 \phantom{00} 5 \phantom{00} 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \phantom{+} 0011 \phantom{00} 0111 \phantom{00} 0110 \\
 + \phantom{00} 0100 \phantom{00} 0111 \phantom{00} 0100 \\
 \hline
 \phantom{00} 0111 \phantom{00} 1110 \phantom{00} 1010
 \end{array}$$





## 9.7 ADIÇÃO BCD

- **Procedimento:**
  - Usando adição binária comum, some os códigos BCD para cada dígito;
  - Se a soma for menor que 9 nenhuma correção é necessária;
  - Se a soma for maior que 9 então some o fator de correção “0110”

## 9.7 ADIÇÃO BCD

- **Exercícios: Realize as operações em BCD.**

a)  $24_{10} + 46_{10}$

b)  $33_{10} + 8_{10}$

c)  $18_{10} + 18_{10}$

d)  $9_{10} + 7_{10}$

## 9.8 ARITMÉTICA HEXADECIMAL

- **O maior dígito é o F!**
- **Procedimentos**
  - Somar dois dígitos, se a soma for menor ou igual a 15 o resultado poderá ser expresso como um único dígito hexadecimal;
  - Se o resultado da soma for maior do que 15, subtraia 16 e transporte um “carry” para o próximo dígito (MSD)



## 9.8 ARITMÉTICA HEXADECIMAL

- Exemplo

$$\begin{array}{r} 5 \quad 8_{16} \\ + \quad 2 \quad 4_{16} \\ \hline 7 \quad C \end{array}$$

## 9.8 ARITMÉTICA HEXADECIMAL

- **Exemplo**

$$\begin{array}{r} \phantom{+} \phantom{0} \phantom{7} \phantom{5} \phantom{A}_{16} \\ + \phantom{0} \phantom{7} \phantom{F} \phantom{C}_{16} \\ \hline \phantom{0} \phantom{F} \phantom{5} \phantom{6} \end{array}$$

## 9.8 ARITMÉTICA HEXADECIMAL

- **Exemplo**

$$\begin{array}{rcccc} & 0 & F & 1 & F_{16} \\ + & 0 & 7 & F & F_{16} \\ \hline & 1 & 7 & 1 & E \end{array}$$

## 9.8 ARITMÉTICA HEXADECIMAL

- **Exercícios: Realize as operações em hexadecimal.**

a)  $0F_{16} + C4_{16}$

b)  $A_{16} + A_{16}$

c)  $01FF_{16} + 0101_{16}$

d)  $77_{16} + 146_{16}$

## 9.8 ARITMÉTICA HEXADECIMAL

- **Exercícios: Realize as operações em hexadecimal.**

a)  $0F_{16} + C4_{16} = D3_{16}$

b)  $A_{16} + A_{16} = 14_{16}$

c)  $01FF_{16} + 0101_{16} = 300_{16}$

d)  $77_{16} + 146_{16} = 1BD_{16}$

## 9.8 ARITMÉTICA HEXADECIMAL

- **Subtração Hexadecimal**
- **Procedimentos**
  - **Calcular o complemento de 2 do subtraendo**
  - **Somar o resultado ao minuendo**

## 9.8 ARITMÉTICA HEXADECIMAL

- **Complemento de 2 hexadecimal**
- **Modos de calcular:**
  - **Conversão em binário**
  - **Subtração de F**

## 9.8 ARITMÉTICA HEXADECIMAL

- **Complemento de 2 hexadecimal**
- **Subtração de F**



## 9.8 ARITMÉTICA HEXADECIMAL

- Complemento de 2 hexadecimal
- Subtração de F

$$\begin{array}{r} 0 \quad 7 \quad 5 \quad A_{16} \\ - \quad 0 \quad 7 \quad F \quad C_{16} \\ \hline \end{array}$$

## 9.8 ARITMÉTICA HEXADECIMAL

- Complemento de 2 hexadecimal
- Subtração de F

$$\begin{array}{r}
 0 \quad 7 \quad 5 \quad A_{16} \\
 - \quad \boxed{0 \quad 7 \quad F \quad C_{16}} \\
 \hline
 \end{array}$$

Calcular o complemento de 2!



## 9.8 ARITMÉTICA HEXADECIMAL

- Complemento de 2 hexadecimal
- Subtração de F

$$\begin{array}{r}
 0 \quad 7 \quad 5 \quad A_{16} \\
 - \quad \boxed{0 \quad 7 \quad F \quad C_{16}} \\
 \hline
 \end{array}$$

Calcular o complemento de 2!

## 9.8 ARITMÉTICA HEXADECIMAL

- Complemento de 2 hexadecimal
- Subtração de F

$$\begin{array}{r}
 0 \quad 7 \quad 5 \quad A_{16} \\
 + \quad \boxed{F \quad 8 \quad 0 \quad 4_{16}} \\
 \hline
 F \quad F \quad 5 \quad E
 \end{array}$$

Calcular o complemento de 2!

## 9.8 ARITMÉTICA HEXADECIMAL

- **Representação de número com sinal em hexadecimal**

**Considere os números binários com sinal:**

**$10101111_2$**

**$01110011_2$**

## 9.8 ARITMÉTICA HEXADECIMAL

- **Representação de número com sinal em hexadecimal**

**Considere os números binários com sinal:**

$$10101111_2 = AF_{16}$$

$$01110011_2 = 73_{16}$$

## 9.8 ARITMÉTICA HEXADECIMAL

- **Representação de número com sinal em hexadecimal**

Considere os números binários com sinal:

$$10101111_2 = AF_{16}$$

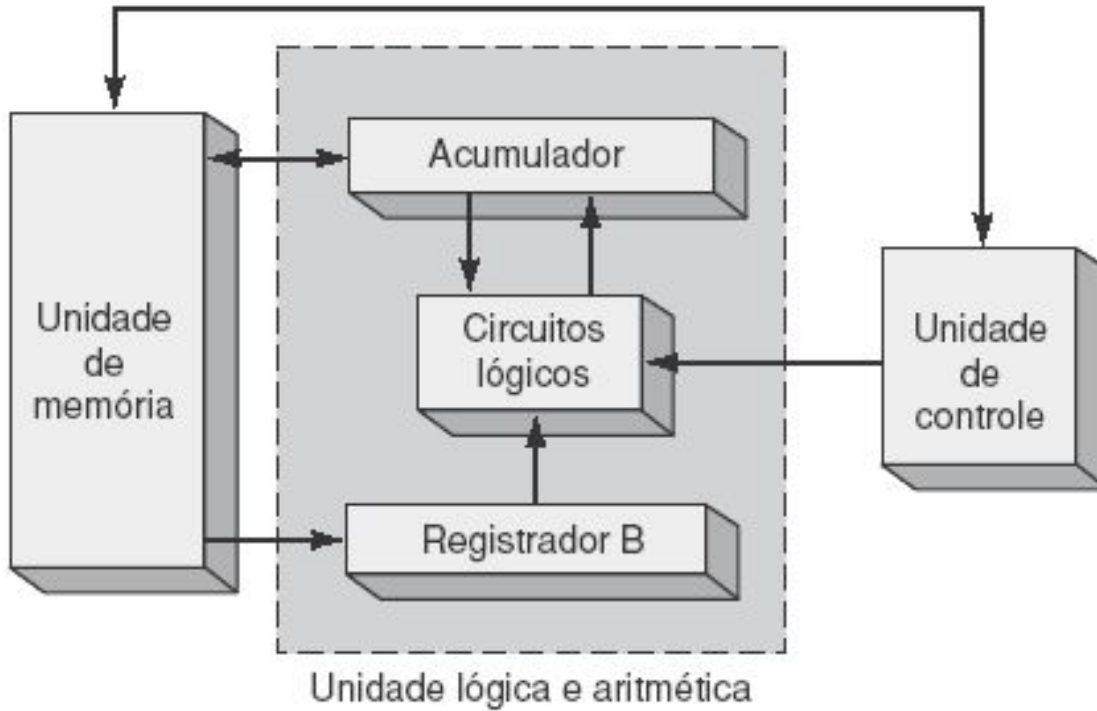
$$01110011_2 = 73_{16}$$

**Quando o MSD for maior que 7 o número hexadecimal será negativo!**

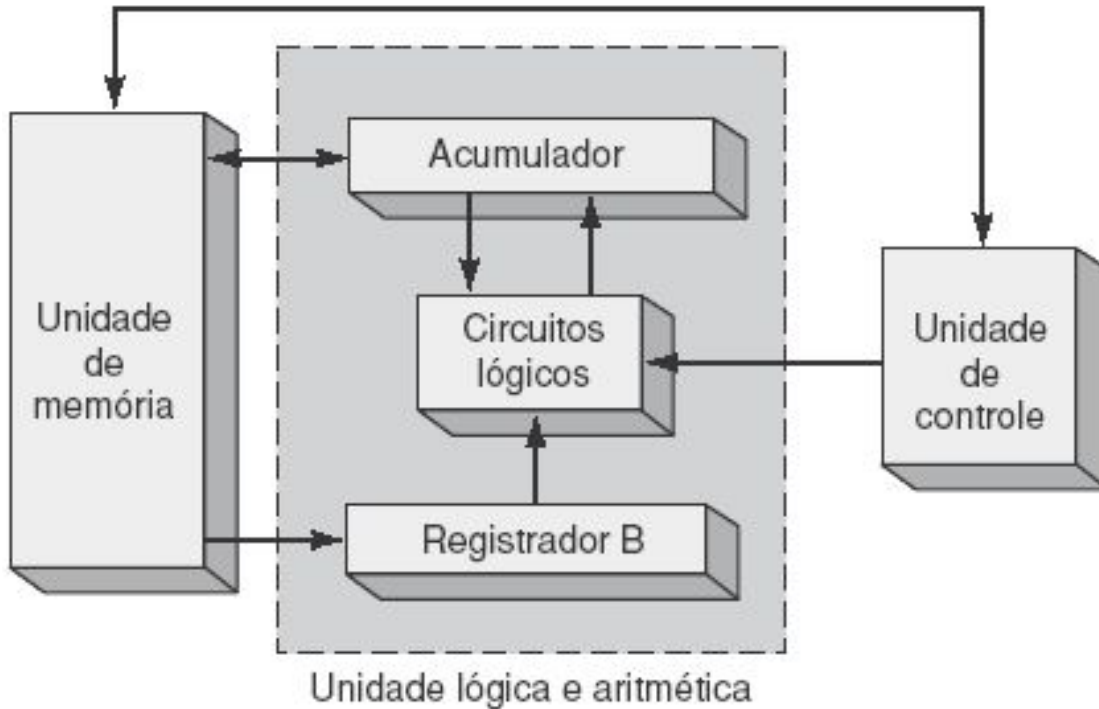
**Quando o MSD for menor ou igual a 7 o número hexadecimal será positivo!**



## 9.9 CIRCUITOS ARITMÉTICOS

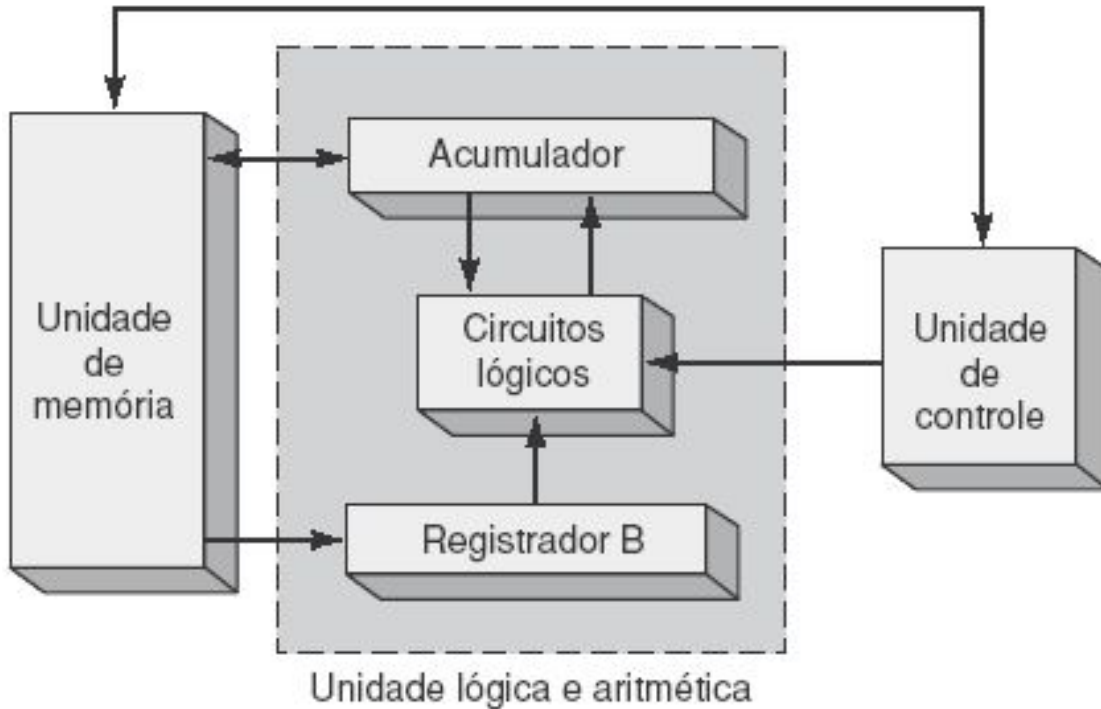


## 9.9 CIRCUITOS ARITMÉTICOS



Lê instruções na memória  
Especifica os números que  
serão manipulados

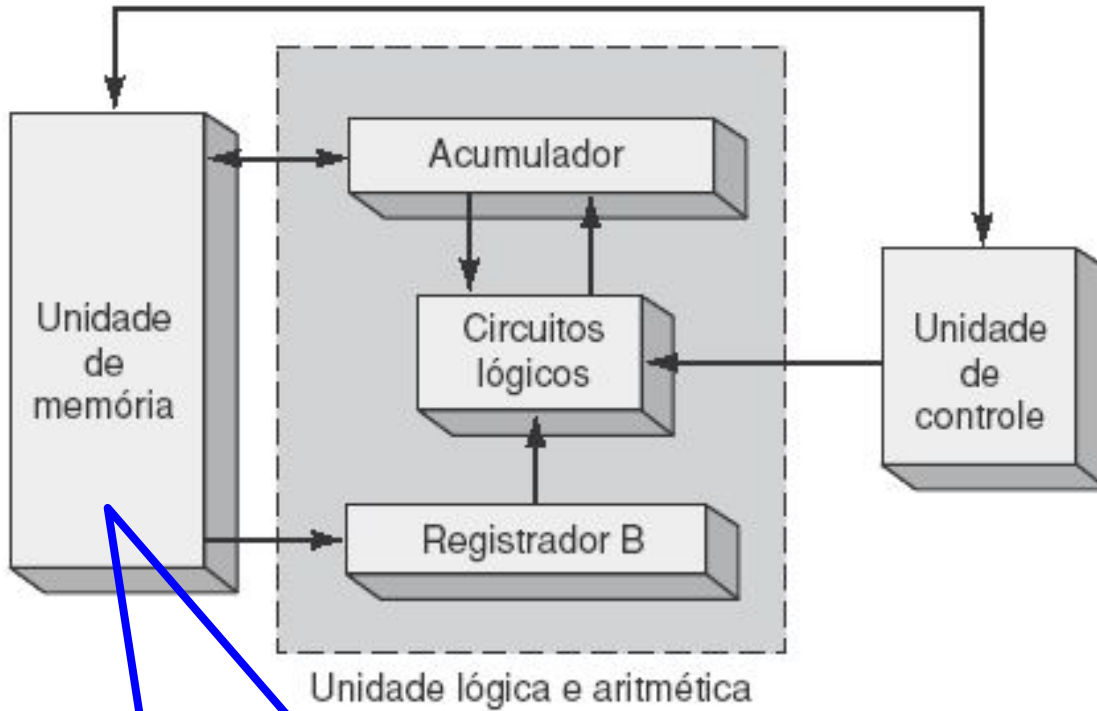
## 9.9 CIRCUITOS ARITMÉTICOS



Lê instruções na memória  
Especifica os números que  
serão manipulados

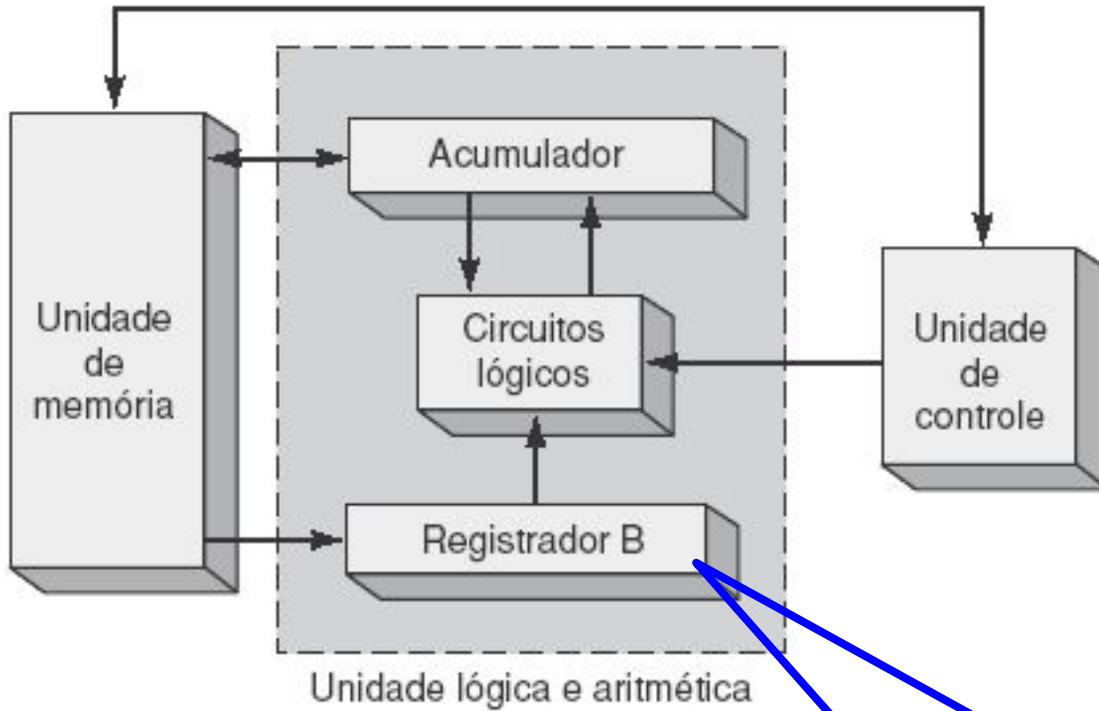
Define qual operação  
aritmética será efetuada

## 9.9 CIRCUITOS ARITMÉTICOS



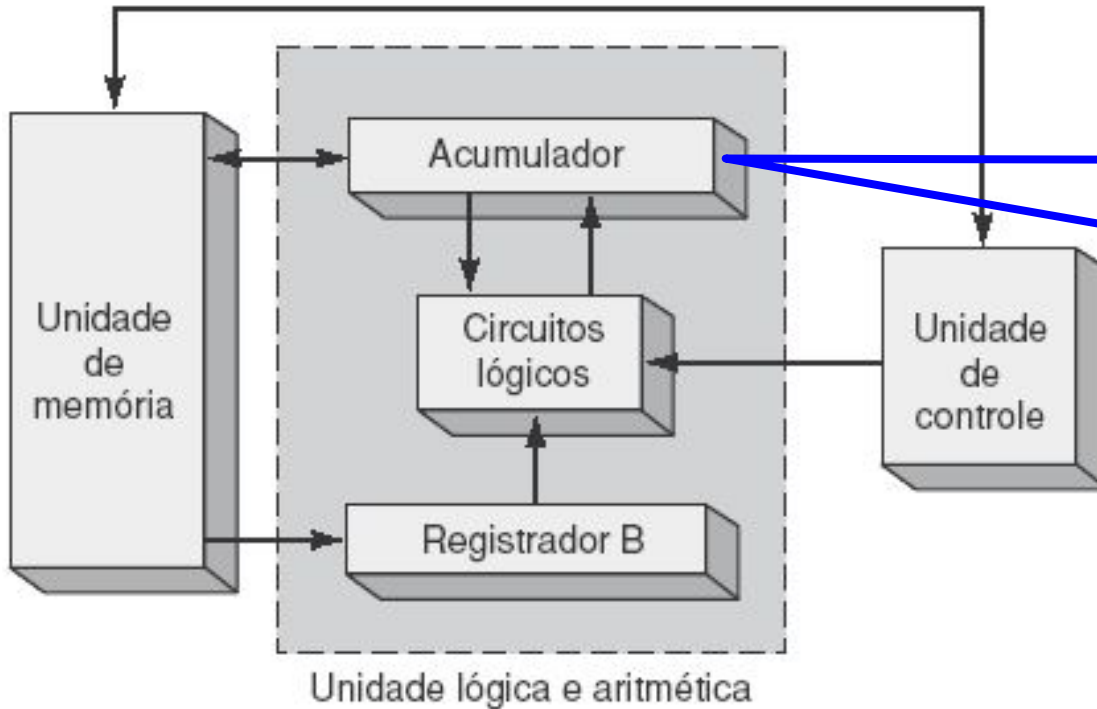
Guarda dados na forma de instruções ou resultados de operações aritméticas

## 9.9 CIRCUITOS ARITMÉTICOS



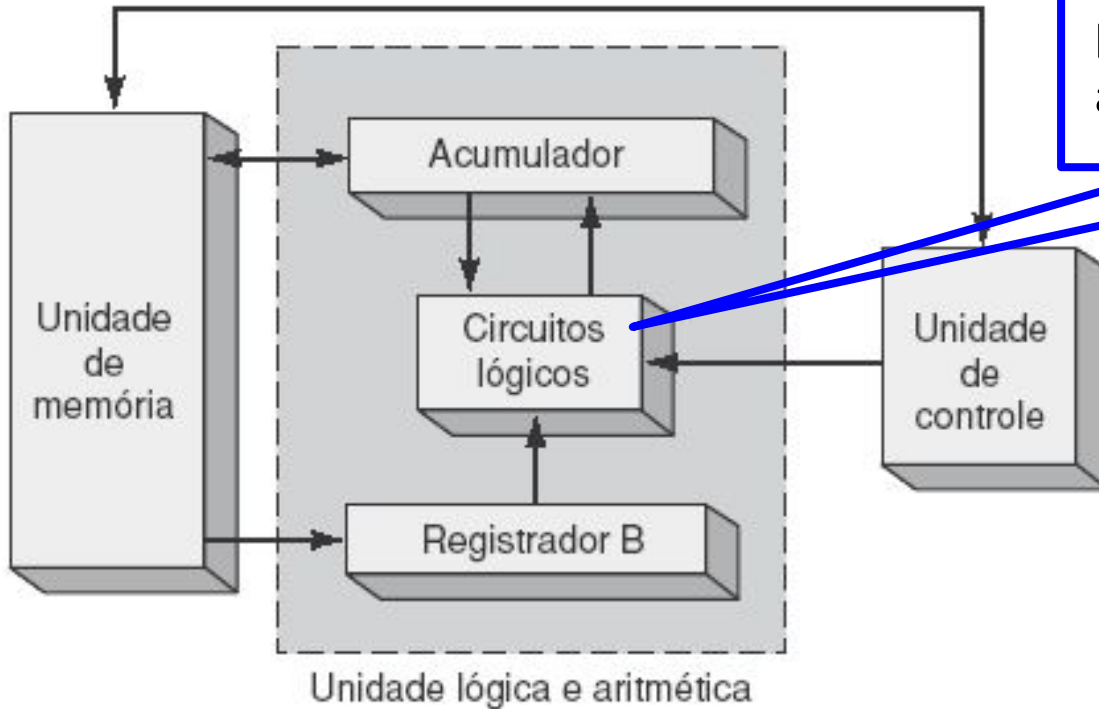
Recebe da memória um dos valores que serão manipulados

## 9.9 CIRCUITOS ARITMÉTICOS



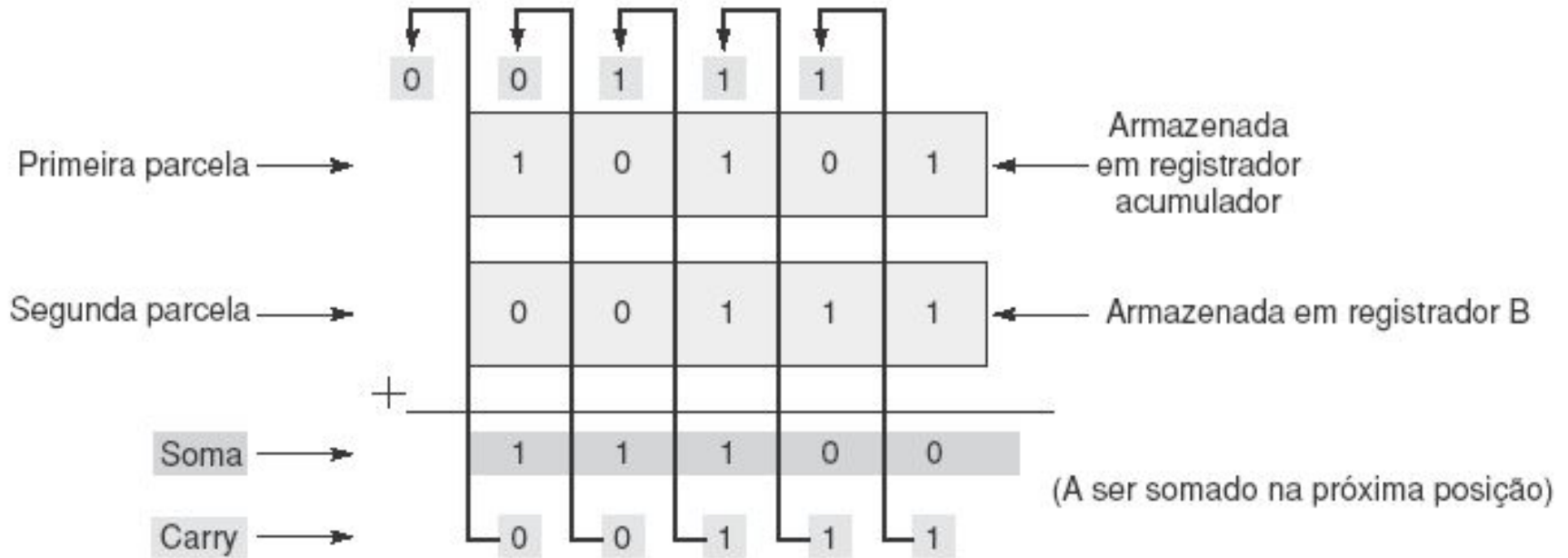
Recebe o valor que será somado / subtraído do valor do registrador B e guarda o resultado da operação

## 9.9 CIRCUITOS ARITMÉTICOS



Circuito lógico responsável pela realização das operações aritméticas

## 9.10 SOMADOR BINÁRIO PARALELO



**FIGURA 6.5**  
Processo típico de uma adição binária.



## 9.10 SOMADOR BINÁRIO PARALELO

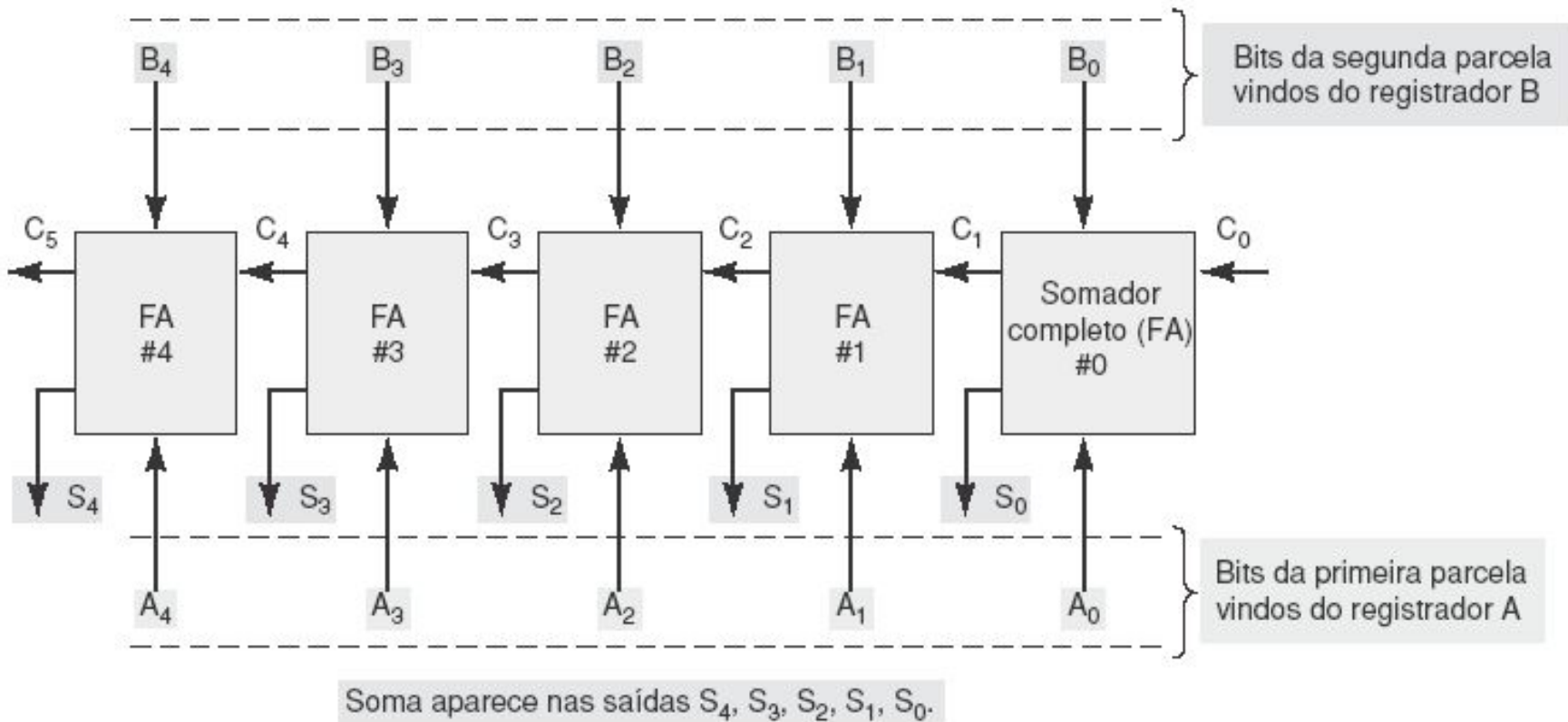
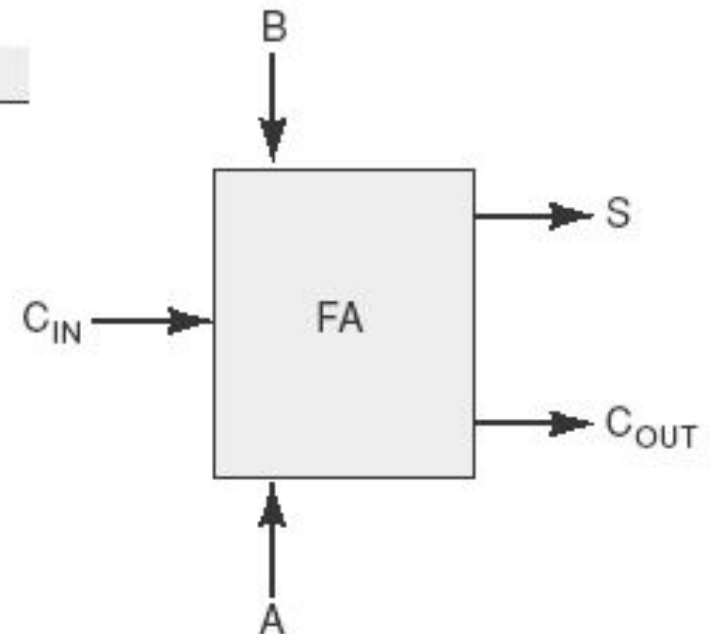


FIGURA 6.6

Diagrama em bloco de um circuito somador paralelo usando somadores completos.

## 9.11 PROJETO DE UM SOMADOR COMPLETO

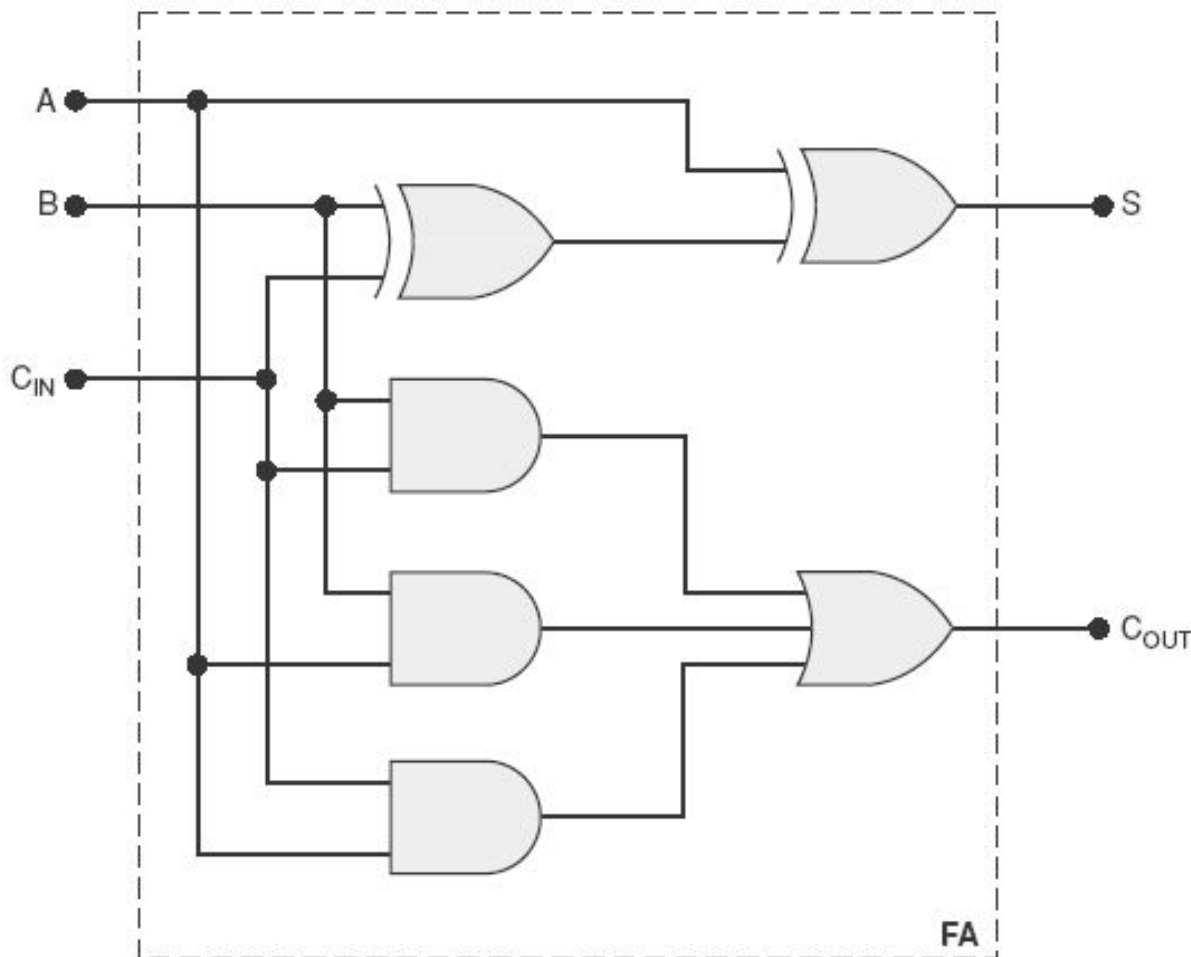
Entradas de bits da primeira parcela	Entradas de bits da segunda parcela	Entradas de bits do carry	Saída de bits da soma	Saída de bits do carry
A	B	$C_{IN}$	S	$C_{OUT}$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1



**FIGURA 6.7**

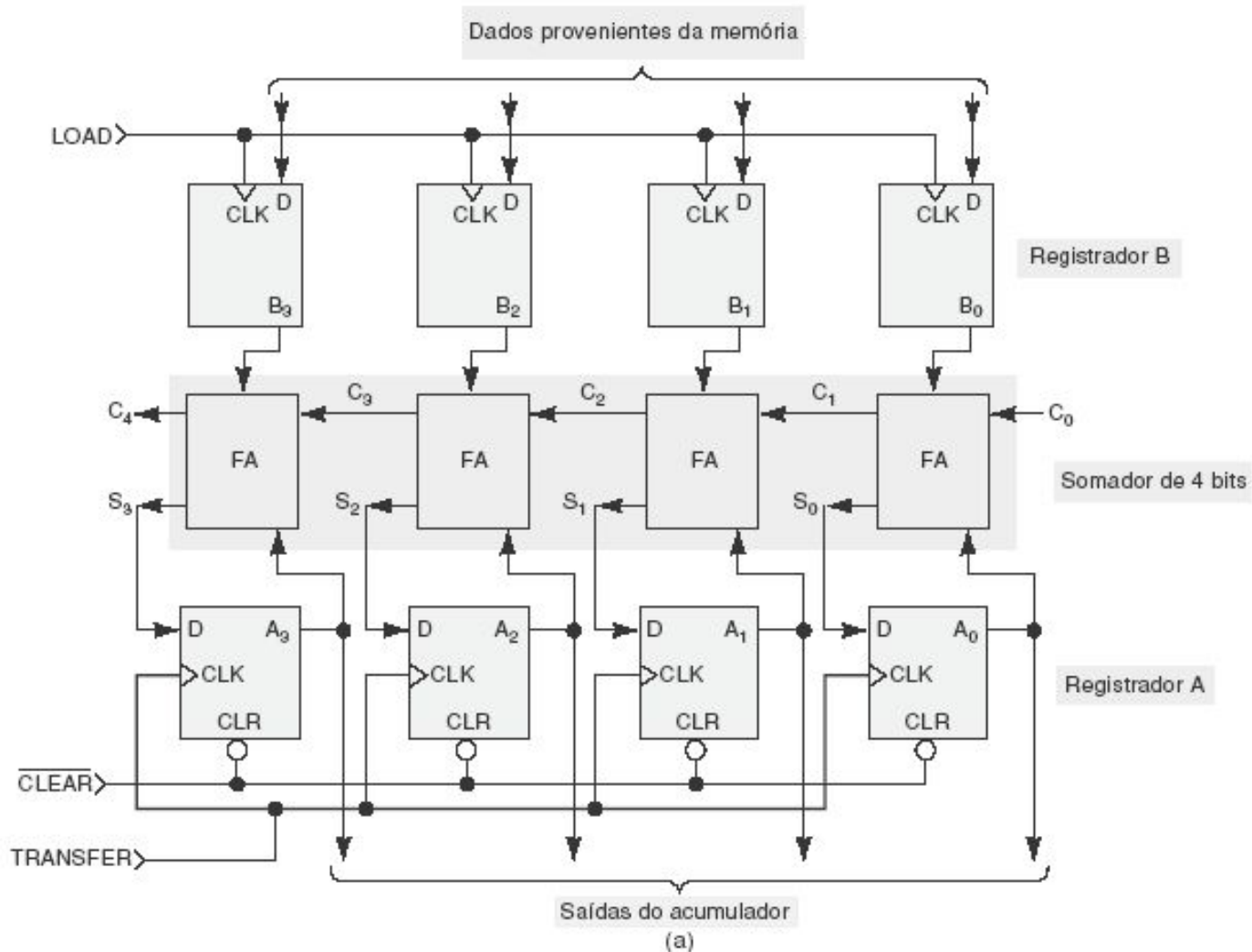
Tabela-verdade para um circuito somador completo.

## 9.11 PROJETO DE UM SOMADOR COMPLETO



**FIGURA 6.8**  
Circuito para um somador completo.

## 9.12 SOMADOR PARALELO COMPLETO COM REGISTRADORES



## 9.12 SOMADOR PARALELO COMPLETO COM REGISTRADORES

