CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLOGICA DE MINAS GERAIS – CEFET-MG EM ASSOCIAÇÃO AMPLA COM A UFSJ

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

GUSTAVO HENRIQUE MONTEIRO DE ALMEIDA

Otimização de fluxo de tráfego de voz em redes de Telecomunicações

Belo Horizonte, MG – Brasil

Fevereiro de 2016

Gustavo Henrique Monteiro de Almeida

Otimização de fluxo de tráfego de voz em redes de Telecomunicações

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção de grau de Mestre em Engenharia Elétrica no curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, associação ampla entre UFSJ e CEFET-MG. Área de concentração – Eletromagnetismo aplicado.

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Henrique da Rocha Coppoli

Coorientador: Prof. Dr. Eduardo Nunes Gonçalves

Belo Horizonte, MG – Brasil

Fevereiro de 2016

FOLHA DE APROVAÇÃO

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha família pelo apoio e exemplo que sempre me deram nos estudos e na vida. Agradeço a minha esposa pelo companheirismo, incentivo e compreensão nas várias horas demandadas pelo trabalho. Agradeço a minha filha por me fazer buscar ser cada dia melhor. Aos companheiros de trabalho, pela ajuda na formulação e testes realizados. Aos professores Eduardo Nunes, Úrsula Resende e Marcio Matias pela atenção e disponibilidade, e em especial ao meu orientador professor Eduardo Coppoli, pela dedicação, incentivo e confiança que sempre teve em mim e neste trabalho.

RESUMO

Neste trabalho é estudada a aplicação do problema de fluxo de custo mínimo em redes de telecomunicações, para distribuição de tráfego de voz. O objetivo geral desta dissertação é apresentar a aplicação deste conceito da teoria de grafos, e aplicá-lo de forma prática na otimização e redução de custos de transporte de tráfego de voz em redes de telecomunicações, através da distribuição ideal entre diversas opções de encaminhamento disponíveis. A dissertação tem como objetivo também a preparação teórica e prática que permita a criação de um programa para efetuar a distribuição de tráfego em uma rede real, e comparar os resultados com a distribuição feita na prática, em empresas de telecomunicações. Propomos assim uma nova ferramenta para viabilizar de forma otimizada a distribuição de fluxo de chamadas de voz, em redes complexas de telecomunicações.

Palavras-chave: fluxo de custo mínimo, otimização linear, topologia de rede de telecomunicações, fluxo de tráfego de voz.

ABSTRACT

This work proposes the application of the minimum cost flow problem in telecommunications networks for distribution of voice traffic. The overall objective of this dissertation is to present the application of this graph theory concept, and apply it in a practical way in the optimization and reduction of voice traffic transport costs in telecommunication networks, through optimal distribution between different routing options available. The masters dissertation aims also the theoretical and practical preparation to permit the development of a program to make the traffic distribution in a real network, and compare the results with the distribution made in practice on telecommunications companies. We propose thus a new tool to optimally facilitate the distribution of flow voice calls in complex telecommunications networks.

Keywords: minimum cost flow, linear optimization, telecommunications core network, voice traffic flow

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: (a) Quebra-cabeça de Königsberg. (b) Grafo das 7 pontes de Königsberg [12]. 20
Figura 2.2: Representação em (a) de uma rede não orientada de quatro nós, e em (b) sua matriz de adjacência. 21
Figura 2.3: Representação em (a) de uma rede orientada de quatro nós, e em (b) sua matriz de adjacência. 22
Figura 2.4: Representação em (a) de uma rede com pesos de quatro nós, e em (b) sua matriz de adjacência [13] 23
Figura 2.5: Rede social composta de três pessoas, na qual A é amigo de B e de C.. 24
Figura 2.6: Ilustração da definição do coeficiente de agrupamento (Equação 2.6) 25
Figura 2.7: Ilustração esquemática do modelo Erdös e Rényi (ER) [22]. 27
Figura 2.8: Ilustração do modelo BA para n_0=3 e m=2. Em t=0 30
Figura 3.1: Exemplo de grafo orientado com respectivos custos 35
Figura 3.2: Exemplo de grafo com valores reais 37
Figura 3.3: Subgrafo de exemplo 38
Figura 3.4: Subgrafo de exemplo 39
Figura 4.1: Quantitativo de conexões celulares comparadas aos demais tipos de conexões multimídia (milhões) [43]..... 49
Figura 4.2: Evolução nas taxas no WCDMA [43] 50
Figura 4.3: Crescimento da quantidade de celulares no Brasil em 2013 e 2014 [48]. 51
Figura 4.4: Downlink e Uplink 52
Figura 4.5: Topologia típica de rede GSM e UMTS [26] 53
Figura 4.6: Área de serviço do MSC 56
Figura 4.7: Exemplo de topologia do core da rede celular com MGW´s e MGC´s..... 59
Figura 4.8: Visualização do “Hardware” de um exemplo de rede [45]..... 60
Figura 4.9: Visualização do “Software” de um exemplo de rede [45] 61
Figura 4.10: Componentes de uma rede ATM 63
Figura 5.1: Exemplo real de rede de telecomunicações móveis..... 66
Figura 5.2: Exemplo de grafo com capacidades e custos em rotas, um nó de origem (s) e um nó de destino (t)..... 67
Figura 5.3: Resultado do fluxo de custo mínimo da otimização do problema mostrado na figura 5.2 72
Figura 5.4: Diagrama de conexões gerado pelo programa 72
Figura 5.5: Diagrama que mostra as capacidades das rotas..... 73
Figura 5.6: Diagrama que mostra os custos das rotas 73
Figura 5.7: Diagrama que mostra a distribuição ideal de tráfego após processo de otimização 74
Figura 6.1: Grafo de uma Rede real de telecomunicações com 8 elementos e 14 rotas [12].... 76
Figura 6.2: Tela de entrada de dados de conexões do grafo 80
Figura 6.3: Diagrama de conexões e capacidades do grafo..... 81

Figura 6.4: Diagrama de conexões e custos do grafo 81
Figura 6.5: Diagrama de conexões proposto para custo total mínimo 82
Figura 6.6: Fluxo proposto com novos custos da tabela 6.7..... 84
Figura 6.7: Fluxo proposto com novos custos da tabela 6.8..... 85
Figura 6.8: Fluxo proposto com novos custos da tabela 6.9..... 85

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1: Canalização SDH [59] 64
Tabela 5.1: Variáveis Das Rotas 69
Tabela 5.2: Resultados Propostos Pelo Programa 71
Tabela 6.1: Identificação das rotas, suas capacidades e seus meios de transmissão [12]. 77
Tabela 6.2: Definição dos custos por tipo de transmissão 78
Tabela 6.3: Distribuição de tráfego real feita na rede de exemplo de operadora 79
Tabela 6.4: Cálculo do custo total de transporte da configuração real na rede 80
Tabela 6.5: Tabela de rotas, elementos, capacidades e custos da rede real 80
Tabela 6.6: Resultado de tráfego e cálculo dos custos locais e global a partir da sugestão do programa 82
Tabela 6.7: Custos originais acrescidos de 2 unidades para comparação dos resultados de otimização 83
Tabela 6.8: Custos originais acrescidos de 2 unidades para comparação dos resultados de otimização 84
Tabela 6.9: Tabela de custos original, considerando apenas o custo -1 como 0. 85

LISTAS DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AMPS - Advanced Mobile Phone System
AuC - Authentication Center
BSC - Base Statio Controller
BSS - Base Station Subsystem
BTS - Base Transceiver Station
CDMA - Code Division Multiple Access
CS - Circuit Switched
DDD - Discagem Direta à Distância
DL - Downlink
EDGE - Enhanced Date Rates
EIR - Equipment Identity Register
ETSI - European Telecommunications Standards Institute
FDD - Frequency Division Duplex
GERAN - GSM/EDGE Radio Access Network
GGSN - Gateway GPRS support node
GMSC - Gateway Mobile Station Controller
GPRS - General Packet Radio Services
GSM - Global System for Mobile Communications
HSPA - High Speed Packet Access
IMEI - International Mobile Equipment Identity
IMSI - Mobile Subscriber Identity
ISUP - ISDN User Part
LA - Location Area
LMSI - Local Mobile Station Identity
LTE - Long Term Evolution
ME - Mobile Equipment
MGC - Media Gateway Controller
MGCP - Media Gateway Control Protocol
MGW - Midia Gateway
MMS - Multimedia Messaging Service
MS - Mobile Station
MSC - Mobile Switching Center
MSISDN - Mobile Station International ISDN Number
MSRN - Mobile Station Roaming Number
NGN - Next Generation Networking
PCM - Pulse Code Modulation
PDH - Plesiochronous Digital Hierarchy
PS - Packet Switched
RCC - Rede de Circuitos Comutados
RDSI-ISDN - Integrated Services Digital Network
RNC - Radio Network Controller
RNS - Radio Network Subsystem

RTPC-PSTN - Public Switched Telephone Network
SAT - SIM Application Toolkit
SDH - Synchronous Digital Hierarchy
SGCP - Simple Gateway Control Protocol
SGSN - Serving GPRS Support Node
SIM - Subscriber Identity Module
SIP - Session Initiation Protocol
SMS - Short Message Service
TA - Timing Advance
TDD - Time Division Duplex
TRAU - Transcoder/rate adapter
TRX - transceptor
UE - User Equipment
UE - User Equipment
UL - Uplink
UMTS - Universal Mobile Telecommunications System
UTRA - UMTS Terrestrial Radio Access
VLR - Visitor Location Register
WCDMA - Wide-Band Code-Division Multiple Access
WWW - World Wide Web

SUMÁRIO

1 Introdução 14
1.1 Objetivos 17
1.2 Organização do trabalho 17
2 Fundamentos de Redes Complexas 19
2.1 Sistemas complexos 19
2.2 História 19
2.3 Representação de redes complexas 20
2.3.1 Redes não orientadas 21
2.3.2 Redes orientadas 22
2.3.3 Redes com pesos 22
2.4 Propriedades de redes complexas 23
2.4.1 Grau de um nó 23
2.4.2 Distribuição de grau 23
2.4.3 Coeficiente de agrupamento 24
2.4.4 Comprimento médio do caminho 25
2.4.5 O efeito mundo pequeno 26
2.5 Modelos de redes complexas 26
2.5.1 Rede regular 27
2.5.2 Rede aleatória de Erdös e Rényi 27
2.5.3 Redes mundo pequeno de Watts e Strogatz 28
2.5.4 Rede livre de escala 29
2.6 Redes complexas e redes de telecomunicações 30
3 Problemas de Fluxo de Custo Mínimo 32
3.1 Problemas de fluxo de custo mínimo na otimização linear 34
3 Método Simplex De Otimização Linear 40
3.2 Exemplo De Algoritmo Simplex 40
3.3 Generalização Do Algoritmo Simplex 43
3.4 Inicialização 45
4 Fundamentos de Redes de Telefonia Móvel 3g 48
4.1 História e Contexto 48

4.1 Topologia De Uma Rede Umts 51
4.1.1 Rede de Acesso de Rádio - GSM 54
4.1.2 Rede de Acesso de Rádio - UMTS 55
4.1.3 Rede CORE 55
4.1.3 O Media Gateway e a o Media Gateway Controller 58
4.2 Áreas de serviço 59
4.3 Tecnologias de transmissão entre elementos da rede Core 61
4.3.1 ATM 62
4.3.1 PDH/SDH 63
5 Modelamentos Matemático e Apresentação do Problema 66
5.1 Exemplos De Grafo Aplicado A Rede Core De Telecomunicações 67
5.2 Modelamento Matemático do Grafo de Exemplo 69
5.3 Resultados Do Grafo De Exemplo 71
6 Aplicação da Metodologia em uma Rede Real e Comparativo de Resultados 76
6.1 Cálculo Do Custo Da Rede Real, Com A Configuração Utilizada Pela Operadora 79
6.2 Cálculo Do Custo Da Rede Real, Com A Utilização Da Ferramenta De Alocação Ótima De Tráfego 80
6.3 Comparativo Dos Resultados Entre Configuração Real E Sugerida 82
7 Conclusões 87
8 Trabalhos futuros 89
9 Bibliografia 90

1 INTRODUÇÃO

Todos os sistemas onde os seus elementos integrantes interagem entre si podem ser modelados matematicamente como redes complexas [1], [2]. Essas redes (ou grafos como são chamados na literatura computacional [3], [4]) são estruturas que consistem em nós (vértices) ligados por arestas. Há redes nas quais a topologia das interações entre os seus elementos são representados por estruturas simples (apresentam alta similaridade estrutural) como as redes aleatórias ou regulares. No entanto, muitas redes existentes na natureza e na sociedade apresentam estruturas mais complexas, como: redes de transporte e infraestruturas de transporte (redes de energia elétrica, hidrovias, gasodutos, linhas aéreas), interações sociais (redes de conhecimento, redes de colaboração científica), redes de comunicações (*World Wide Web*), redes biológicas (redes do metabolismo, redes reguladores de genes, redes de interação de proteína), e redes em ecologia (cadeias alimentares) [5]. Essas redes são caracterizadas, entre outras, pelas propriedades: mundo pequeno [6], [7] (a distância entre dois elementos da rede é pequena) e distribuição de grau livre de escala [8].

O avanço na representação, caracterização e modelagem computacional de sistemas reais por meios de redes complexas foi motivado por dois fatores: i) aumento da capacidade (velocidade de processamento e capacidade da memória) dos computadores, de tal forma que redes complexas com milhares ou até mesmo milhões de vértices agora podem ser processadas, permitindo um amplo estudo; ii) disponibilidade de várias bases de dados com inúmeros mapeamentos de redes naturais ou construídas pelo homem, que estão disponíveis desde a década de 90, tornando possível a aplicação da teoria de redes complexas nos mais diversos ramos.

Como mencionado, durante as últimas décadas a ciência das redes complexas tem se concentrado em descrever a complexidade estrutural das topologias das redes do mundo real. Atualmente, o foco estendeu-se além da estrutura de rede para uma compreensão da relação entre a estrutura e dinâmica. A dinâmica do fluxo de tráfego de informações em redes complexas e as questões referentes ao congestionamento, dimensionamento e ao custo de transporte do tráfego tornaram-se muito importantes.

No caso das redes de telecomunicações, destaca-se a da telefonia celular, que permite serviço de voz e dados via interface aérea. Nela, assinantes se conectam as centrais de comutação local que cobrem uma região. Assim, formam uma hierarquia conectando assinantes de cidades, estados, países e continentes. As centrais são os nós e os assinantes e os demais elementos conectados pelo ar ou por redes de transmissão do sistema celular formam a rede complexa de telefonia celular.

Ao longo dos anos, as redes de telecomunicações foram interligadas formando uma topologia complexa, não somente em número de nós e interligações, mas também em protocolos de comunicação.

Com o advento de serviços que utilizam multimídia e com o aumento do número de usuários, o gerenciamento de rotas e de recursos, como largura de banda, tornou-se crucial. Com a evolução dos sistemas de transmissão, aumento da capacidade e qualidade de transmissão, a rota entre os nós origem e destino já não precisa ter a menor distância possível para manter a eficiência e baixo custo na transmissão em uma rede. Muitas vezes é necessário e recomendável que um fluxo de tráfego na rede percorra uma distância maior para obter um menor custo, ou evitar um congestionamento e perda de informações no transporte.

Neste trabalho estudaremos a sistematização do processo de avaliação deste percurso de tráfego, fazendo a avaliação do custo e da capacidade em cada aresta da rede e permitindo a designação de uma distribuição de fluxo ideal entre dois pontos desta rede. Este estudo envolve a aplicação de um problema clássico da Teoria dos Grafos: o problema do Fluxo de custo mínimo em Redes, em uma topologia típica de redes de telecomunicações móveis, para distribuição do fluxo de tráfego de voz.

A primeira noção que se pode ter ao se falar em fluxo em redes pode ser o abastecimento de água através de um sistema de encanamento, sistemas de abastecimento de mercadorias em um conjunto de localidades, ou até mesmo do montante de dados que percorre uma rede de computadores. Podemos definir fluxo como sendo o montante de algum produto que é transferido de um determinado ponto a outro.

O Problema do Fluxo de custo mínimo em Redes corresponde a calcular uma quantidade ideal que passe em cada conexão do sistema, de forma que o custo total de transporte do montante de fluxo seja o menor possível.

As redes, ou grafos orientados, são formados por um conjunto de pontos, que são os vértices, interligados por arestas orientadas ou arcos. A cada um desses arcos são atribuídos dois valores, sendo o primeiro denominado capacidade do arco e o segundo o custo associado ao arco. Esta capacidade é usada para representar restrições de transferência de produto, já o custo é usado para representar o peso financeiro, de qualidade ou qualquer outra ponderação ao utilizar aquele arco para transporte de fluxo. Neste trabalho o custo poderá estar associado ao valor financeiro ou de qualidade do arco.

Existem várias estratégias que buscam solucionar problemas de fluxo de custo mínimo. Algumas delas podem ser encontradas descritas em Ahuja [9], como, por exemplo, a aplicação de Relaxação

Lagrangeana, o método de Geração de Colunas e a Decomposição de Dantzig-Wolfe. Estas estratégias de resolução citadas foram também descritas e utilizadas por Alvelos [10]. Segundo Castro [11], existem quatro classes de métodos para a resolução de um problema de fluxo de custo mínimo: métodos baseados no método simplex; métodos de decomposição; métodos de aproximação; métodos de pontos interiores.

A estratégia utilizada neste trabalho consiste na aplicação do método simplex para resolução dos problemas de otimização de custo. Segundo Castro [11] estes métodos não são os mais eficientes computacionalmente, porém o principal objetivo do trabalho é a utilização e aplicação da solução em um ambiente de telecomunicações. Sendo assim, qualquer um dos métodos escolhidos seria aplicável ao trabalho. O método simplex pode ser aplicado a problemas de otimização linear, com quantidade significativa de elementos e componentes matriciais, permitindo que se encontre valores ideais em situações em que diversos aspectos precisam ser respeitados [11]. Este é o caso do problema apresentado neste trabalho, e por isso o método foi escolhido para uso.

Apesar de ser um problema fundamental da Teoria de Grafos, o estudo do problema de fluxo em redes sob a ótica de topologia de tráfego de voz em redes de telecomunicações não é aplicado de forma prática. Devido à variedade e importância das aplicações do problema, associada a ascendente demanda de tráfego em redes de telecomunicações, principalmente móvel, é crescente a necessidade de encontrar novas formas de otimizar tanto essa como outras situações correlatas.

Exemplos de cálculo de percentual de distribuição de fluxo de chamadas em redes de telefonia, sem o uso de ferramentas computacionais ou matemáticas existem em diversas situações nas empresas de telecomunicações. Quando é necessário encaminhar uma demanda de tráfego de um novo elemento para outros pontos da rede, manualmente o operador calcula e configura o percentual de distribuição considerando custos arbitrários e com base empírica, além de capacidades fixas. Devido à complexidade de cálculos e modificações, as configurações são feitas em apenas uma ocasião, e mantidas durante muito tempo, mesmo após diversas alterações na planta. As ferramentas apresentadas neste trabalho visam melhorar esta questão, facilitando e agilizando a análise da rede e aumentando a qualidade geral dos encaminhamentos.

Na fase conclusiva do trabalho, iremos comparar resultados de alocação de fluxo de voz em uma rede de telecomunicações da forma feita convencionalmente com a aplicação do problema de fluxo de custo mínimo, avaliando os resultados em relação aos custos finais gerados em cada situação. Pretendemos com isso, demonstrar a eficiência ou não da aplicação do método nas distribuições atuais de tráfego. Para permitir esta comparação, será desenvolvido neste trabalho, um programa que

possibilite ler uma matriz com informações de um grafo que represente uma rede de telecomunicações, e, através dos dados de entrada, aplicar os algoritmos de otimização linear para calcular o fluxo de custo mínimo nas diversas rotas entre os elementos de origem e destino da rede. Através de pesquisa com empresas de telecomunicações, será também levantado um caso real de distribuição de tráfego, e a metodologia de cálculos desta distribuição, para confronto e verificação dos resultados. Com base nesta amostra, será possível concluir a eficiência ou não da utilização deste procedimento para otimização de distribuição do fluxo de tráfego em redes de telefonia celular.

Este trabalho foi baseado no artigo apresentado no congresso internacional das áreas de eletromagnetismo, ISEF 2015, em Valência, Espanha [12].

1.1 OBJETIVOS

Os objetivos deste trabalho podem ser resumidos nos seguintes tópicos:

1. Estudo e análise das propriedades topológicas de redes complexas de core de telefonia celular, teoria de fluxo de custo mínimo e apresentação do método de otimização simplex.

2. Desenvolvimento de um programa para otimização de custo e capacidade de fluxos de tráfego de voz em redes de telecomunicações.

3. Avaliação de uma rede real, e comparação com a aplicação da metodologia de avaliação, para verificação da sua eficiência ou não.

1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

A dissertação está assim estruturada: O Capitulo 2 descreve os conceitos básicos, uma breve história e representação de redes complexas. É feita uma análise das redes complexas ou grafos, e suas propriedades topológicas como o grau nodal, a distribuição de grau, o coeficiente de agrupamento, o comprimento médio do caminho e o efeito mundo pequeno. Finalizando a descrição deste capítulo, topologias de redes de telecomunicações são analisadas.

No capítulo 3, são apresentados conceitos da teoria de fluxo de custo mínimo, que será utilizado no trabalho para definição dos caminhos de tráfego a serem percorridos de forma ótima.

O capítulo 4 apresenta o método simplex de otimização linear, que será utilizado neste trabalho, para resolução do problema de fluxo de custo mínimo.

O capítulo 5 apresenta o programa desenvolvido para cálculo de fluxo de custo mínimo de uma rede core de telecomunicações.

O capítulo 6 apresenta a comparação dos resultados obtidos em uma rede real utilizando as ferramentas e os conceitos deste trabalho, em detrimento à metodologia utilizada atualmente em uma rede real de telecomunicações celular. Nele será feito um comparativo dos dois métodos, indicando as vantagens e desvantagens de cada um em uma rede real.

2 FUNDAMENTOS DE REDES COMPLEXAS

2.1 SISTEMAS COMPLEXOS

O conceito geral de um sistema complexo ainda difere nas diversas áreas e não há ainda um amplamente aceito. Uma definição mais compreensível é: um sistema complexo é composto de um grande número de componentes relativamente simples que interagem entre si e com o meio ambiente, sem um controle central, a partir dos quais um comportamento complexo emerge [1], [5].

Componentes relativamente simples significa que os componentes individuais ou pelo menos seus papéis funcionais em um comportamento coletivo do sistema são simples com respeito ao comportamento coletivo. Por exemplo, o papel funcional de uma formiga em um contexto de uma colônia é relativamente simples quando comparado com o comportamento global do sistema como um todo. Sem controle central significa que o sistema se organiza sem um comando interno ou externo ou líder, em um processo de auto-organização. A noção de emergência refere-se ao fato de que o comportamento global do sistema não é somente complexo, mas surge das ações coletivas dos componentes simples. Outro exemplo é a WWW (*World Wide Web*), que pode ser pensada como um sistema social auto organizado, na qual indivíduos, com pouca ou nenhuma supervisão central, realizam tarefas simples, como publicar páginas web ligando-as com outras páginas web. No entanto, os pesquisadores de sistemas complexos descobriram que a rede tem muitas propriedades em grande escala que envolvem sua estrutura global, a maneira como ela cresce, como a informação se propaga em suas conexões [13].

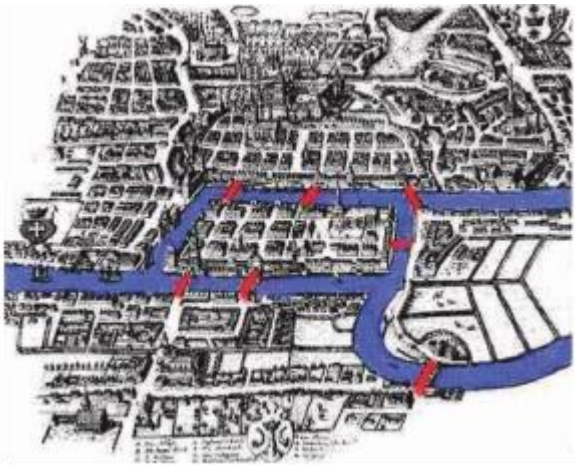
Como um sistema complexo é representado por partes individuais que se conectam, é natural modelá-lo como rede. São exemplos a Internet, composta por roteadores ligados por fibras ópticas [5]; a ciência, por cientistas conectados por colaboração em artigos científicos [14], [5]; o cérebro, por neurônios conectados através de axônios e dendritos [15], [5]; o transporte aéreo, por aeroportos ligados por linhas aéreas [5], [2] ; a WWW, ligada por hyperlinks [15], [5]. Existem muitas aplicações das redes complexas em diversas áreas que podem ser consultadas em [5].

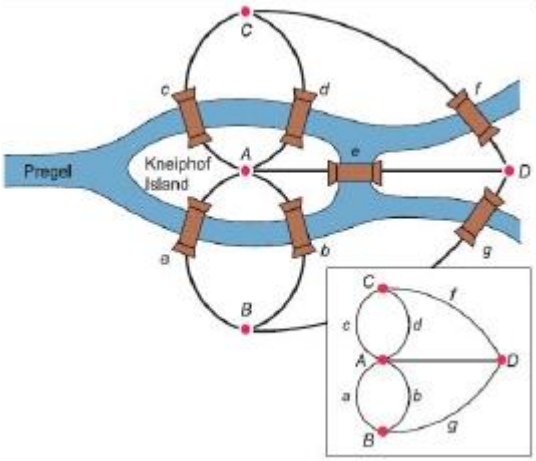
2.2 HISTÓRIA

O estudo das redes iniciou-se com a teoria dos grafos. Começou com o quebra-cabeça das sete pontes de Königsberg, cidade da Prússia, no século 18 (atual Kaliningrado, Rússia). O rio Pregel divide a cidade em quatro áreas de terra unidas por sete pontes. Os habitantes de Königsberg quiseram saber se alguém poderia visitar todas as quatro áreas cruzando cada ponte exatamente uma vez, conforme mostra a Figura 2.1(a).

O problema foi solucionado em 1736 por Leonhard Euler [3]. A importância da solução de Euler não reside na resposta em si, mas na forma como foi obtido. A ideia revolucionária de Euler foi representar as áreas de terra separadas por pontes como os nós (pontos) A, B, C e D e representar as pontes como arestas (segmentos de linha), denotadas por a, b, c, d, e, f e g, ligando os nós, conforme mostra a Figura 2.1(b). A estrutura formada pelo conjunto de nós e arestas, chamada de grafo, é uma representação do quebra-cabeça, codificando as relações entre áreas de terra e os caminhos de acesso entre elas,

conforme mostra o detalhe da Figura 2.1(b). Nesta representação, o problema traduz-se em encontrar um caminho que passa por todos os nós e por todas as arestas exatamente uma vez. Euler mostrou que tal solução não é possível.





(a) (b)

Figura 2.1: (a) Quebra-cabeça de Königsberg. (b) Grafo das 7 pontes de Königsberg [12].

A Figura 2.1 mostras a cidade da Prússia antiga de Königsberg (agora Kaliningrado, Rússia), com suas sete pontes sobre o rio Pregel.

Depois de dois séculos, na década de 1960, dois matemáticos, Paul Erdös e Alfred Rényi [4], introduziram um novo conceito que permite o tratamento dessas redes, a teoria dos grafos aleatórios. A ideia foi combinar os conceitos de teoria dos grafos com ferramentas da teoria de probabilidade. Em 1967, uma importante propriedade presente nas redes sociais foi descoberta quando Stanley Milgram, interessado na estrutura da sociedade americana, descobriu, por meio de experimento com correspondência, que a distância média entre duas pessoas quaisquer é próxima de seis conexões. Esse fenômeno é conhecido como efeito mundo pequeno [5], [6]. Além dessa propriedade, essas redes possuem um alto grau de coeficiente de agrupamento em relação às redes aleatórias [6].

Os principais trabalhos que precederam a grande revolução no estudo das redes complexas por meio de grafos foram os artigos científicos publicados por Duncan Watts e Steven Strogatz em 1998 [7] e por Albert-László Barabási e Réka Albert em 1999 [8]. A partir de então, os grafos passaram a ser a base matemática da nova teoria das redes complexas [13].

2.3 REPRESENTAÇÃO DE REDES COMPLEXAS

A estrutura de uma rede complexa é representada da mesma forma que um grafo por meio de um conjunto que, no caso de redes que não apresentam pesos em suas ligações, é definido por R *(V, E),*

onde $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ são os nós (ou vértices) e $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ são as arestas (ou conexões) que conectam pares de nós. O número de elementos em *V* e *E* são n e m, respectivamente [16].

As conexões podem ser orientadas ou não-orientadas (o sentido indica de que forma dois nós conectados interagem). Um nó geralmente é referido por sua ordem *i* no conjunto *V*. Portanto, ao longo deste trabalho vamos referir um nó pela sua ordem *i* no conjunto *V*.

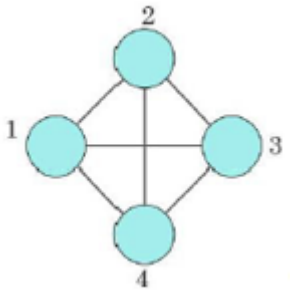
Em muitas redes, inclusive nas redes que iremos abordar como exemplo neste trabalho, as conexões são frequentemente associadas com pesos que as diferenciam em termos de sua intensidade, ou capacidade, como a quantidade de tráfego que flui pelas conexões em redes de transporte. Neste caso, a rede deve apresentar informações adicionais sobre os pesos, isto é, além de ser formada pelos conjuntos *V, E* a rede inclui ainda o conjunto *W* = $\{w_1, w_2, \dots, w_m\}$, que representa o peso das conexões, sendo a rede representada por *R=(V,E,W)* [16].

2.3.1 Redes não orientadas

Para uma rede não orientada com nós, podemos denotá-los pelos números inteiros de um conjunto *V*={1, 2, 3,..., n} como está ilustrado na rede da Figura 2.2(a). Cada uma das arestas é definida por um par de nós *i* e *j*, denotado por *(i,j)*. Uma aresta *(i,j)* conecta os nós *i* e *j*, que são adjacentes (ou vizinhos) [11]. Esta rede pode ser armazenada computacionalmente na forma de uma matriz de adjacência *A*, como pode ser observado na Figura 2.2(b). Os elementos a_{ij} desta matriz são dados por

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, se\ i\ e\ j\ estão\ conectados \\ 0, caso\ contrário \end{cases} \tag{2.1}$$

Notar na Figura 2.2 (b) que nas redes não orientadas a matriz de adjacência é simétrica ($a_{ij} = a_{ji}$) pois nestas redes não se diferencia o sentido da conexão e, portanto, contém informações redundantes.



(a)

	1	2	3	4
1	0	1	1	1
2	1	0	1	1
3	1	1	0	1
4	1	1	1	0

(b)

Figura 2.2: Representação em (a) de uma rede não orientada de quatro nós, e em (b) sua matriz de adjacência.

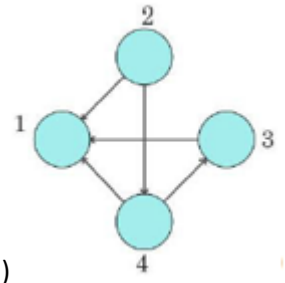
2.3.2 Redes orientadas

Também chamadas de dígrafos, as redes orientadas são redes cujas conexões são orientadas de um nó *i* a um nó *j* (arco), sendo representada graficamente por uma seta [16];

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, se\ existir\ uma\ conexão\ do\ nó\ i\ ao\ j \\ 0, caso\ contrário \end{cases} \tag{2.2}$$

Observa-se na Figura 2.3(b) que nas redes orientadas a matriz de adjacência é assimétrica $(a_{i,j} \neq a_{ji})$

(a)



(b)

	1	2	3	4
1	0	0	0	0
2	1	0	0	1
3	1	0	0	0
4	1	0	1	0

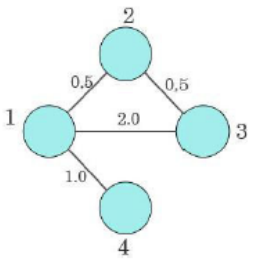
Figura 2.3: Representação em (a) de uma rede orientada de quatro nós, e em (b) sua matriz de adjacência.

2.3.3 Redes com pesos

Uma rede com pesos nas suas conexões pode ser desenhada como o exemplo mostrado na Figura 2.4(a). A sua representação por uma matriz de adjacência *W* é mostrada na Figura 2.4(b). Os elementos W_{ij} desta matriz são dados por [16]

$$a_{ij} = \begin{cases} peso\ da\ conexão\ do\ nó\ i\ para\ j \\ 0, se\ os\ nós\ i\ e\ j\ não\ estão\ conectados \end{cases} \tag{2.3}$$

O peso W_{ij} pode assumir qualquer valor e, geralmente, representa uma propriedade física da conexão como capacidade, largura de banda, custo financeiro ou capacidade de tráfego



(a)

(b)

	1	2	3	4
1	0	0,5	2	1,0
2	0,5	0	0,5	0
3	2	0,5	0	0
4	1,0	0	0	0

Figura 2.4: Representação em (a) de uma rede com pesos de quatro nós, e em (b) sua matriz de adjacência [13]

Para as redes a serem tratadas neste trabalho, usaremos a notação acima, com a utilização de dois pesos, sendo o primeiro associado a capacidade de tráfego da conexão e o segundo associado ao custo da conexão. Sendo assim a representação das redes será feita com a utilização de duas matrizes adjacentes.

2.4 PROPRIEDADES DE REDES COMPLEXAS

A seguir, são apresentadas algumas das principais propriedades das redes complexas.

2.4.1 Grau de um nó

O grau $\mathrm{K_i}$ de um nó *i* (grau nodal) representa o número de arestas que ele possui (no caso de redes não orientadas) e é definida em termos da matriz de adjacência A por

$$K_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \tag{2.4}$$

Como o grau de um nó é uma medida local, para caracterizar a estrutura de redes utiliza-se uma medida global que é calculada pela média amostral do número de conexões entre os nós, que chamamos de grau médio ⟨k⟩ [5]

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{n} k_i \tag{2.5}$$

2.4.2 Distribuição de grau

A organização das conexões de uma rede complexa pode ser caracterizada por meio da distribuição de grau P(k), definida como a probabilidade de que um nó escolhido aleatoriamente na rede tenha grau k [5].

2.4.3 Coeficiente de agrupamento

O coeficiente de agrupamento de um nó [7], [17] ou transitividade, quantifica a densidade de conexões próxima a um nó. Essa tendência ao agrupamento é quantificada pelo coeficiente de agrupamento.

Podemos definir qualitativamente o coeficiente de agrupamento da seguinte forma: Se o nó A está diretamente conectado aos nós B e C, então há probabilidade de que B se conecte ao nó C, como mostra a Figura 2.5. Em termos de topologia de redes, transitividade significa uma presença elevada de triângulos [13].

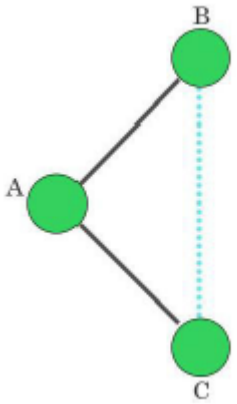


Figura 2.5: Rede social composta de três pessoas, na qual A é amigo de B e de C. Nessa rede, existe uma grande chance de B ser amigo de C [13].

Quantitativamente, o coeficiente de agrupamento do nó *i* é definido da seguinte forma: seja um nó na rede com k_i ligações que o conecta a k_i outros nós. Estes nós são todos vizinhos do nó *i*. Há no máximo $\mathrm{k_i}\ (\mathrm{k_i} - 1)/2$ arestas entre os vizinhos, e isto ocorre quando todos os vizinhos do nó *i* estão conectados a todos os outros vizinhos do nó *i*.

Assim, o coeficiente de agrupamento de um nó é a razão entre o número *Ei* de arestas que existem atualmente entre estes $\mathrm{k_i}$ nós e o maior valor possível de arestas, $\mathrm{k_i}\ (\mathrm{k_i} - 1)/2$

$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i-1)} \tag{2.6}$$

Com valores no intervalo $0 \leq C_i \leq 1$. O coeficiente de agrupamento de toda a rede, o coeficiente de agrupamento médio, é obtido pela média do C_i de cada nó

$$\langle C \rangle = \frac{1}{N}\sum_1^N C_i = \frac{1}{N}\sum_1^N \frac{2E_i}{k_i(k_i-1)} \tag{2.7}$$

Para exemplificar o conceito de coeficiente de agrupamento dado por (2.6), vemos na Figura 2.6 uma rede com quatro nós. Nessa figura são vistos três redes e os respectivos coeficientes de agrupamento do nó de cor preta [33].

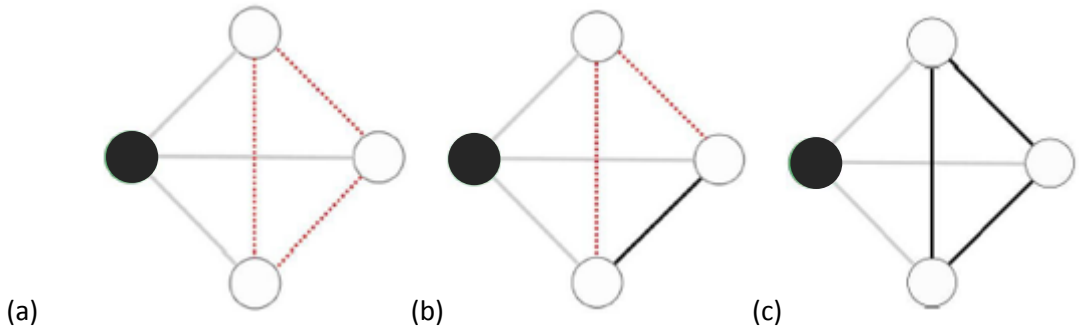


Figura 2.6: Ilustração da definição do coeficiente de agrupamento (Equação 2.6) .

Na Figura 2.6, o coeficiente de agrupamento do nó de cor preta, para as três redes é apresentado. Em (a) o valor do coeficiente de agrupamento é zero, pois nenhum vizinho do nó de cor preta possui conexões entre si. Em (b), quando existe uma conexão entre vizinhos do nó de cor preta, o coeficiente de agrupamento é $\frac{1}{3}$ e em (c) quando todos os vizinhos do nó preta se conectam, o coeficiente de agrupamento é 1, o valor máximo. As linhas pontilhadas representam conexões possíveis mas inexistentes, enquanto as linhas escuras representam as conexões possíveis sendo efetuadas. As conexões em cinza claro representam as conexões preexistentes.

2.4.4 Comprimento médio do caminho

Um caminho em uma rede é uma coleção ordenada de n nós. O comprimento de um caminho ou distância entre i_1 e i_n é o número de arestas deste caminho $(i_1, i_2), (i_2, i_3), \ldots, (i_{n-1}, i_n)$, que é igual a n-1 para redes sem pesos. Para redes com pesos, o comprimento é dado pela adição do peso de cada aresta [5], [16].

O comprimento do menor caminho ou distância geodésica entre o par de nós, l_{ij} , entre o par de nós *(i, j)*, é o caminho com o menor comprimento dentre todos os possíveis caminhos que conectam esses nós. Os menores caminhos entre todos os pares de nós da rede formam um conjunto representado pela matriz de distâncias *D*, contendo nos seus elementos d_{ij} a menor distância entre os pares *i* e *j*. O máximo valor encontrado nesta matriz corresponde ao diâmetro da rede, d_{max}, enquanto que a média sobre todos os valores da matriz *D* retorna o comprimento médio do caminho, $\langle l \rangle$, calculado por

$$\langle l \rangle = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i,j} d_{ij}, \tag{2.8}$$

na qual consideramos apenas componentes conectados, pois no caso de não existir um caminho que conecta os nós *i* e *j*, $d_{ij} \rightarrow \infty$ e o somatório diverge.

O menor caminho desempenha um papel importante no transporte de informações e comunicação dentro de uma rede. Por exemplo, quando for necessário enviar um pacote de dados de um computador para outro através da Internet, o menor caminho pode permitir uma transferência rápida e algumas vezes economizar recursos do sistema [5].

2.4.5 O efeito mundo pequeno

Em muitas redes de grande escala o comprimento médio ⟨l⟩ do caminho entre os nós é muito pequeno comparado ao tamanho das redes [18] , [19]. É possível ir de um nó para qualquer outro na rede passando por um pequeno número de nós intermediários.

O efeito mundo pequeno foi inicialmente investigado no contexto social por Milgram [6]. Em experimento social muito conhecido, Milgram enviou correspondência para 160 moradores de Omaha, Nebraska, EUA, escolhidos aleatoriamente, solicitando a eles que enviassem a correspondência a um corretor em Boston, Massachusetts. O envio não deveria ser feito diretamente, mas via algum conhecido que, supostamente, poderia conhecer o corretor de Boston. O resultado do experimento revelou que, em média, cada correspondência passou por 6 pessoas, ficando tal quantidade conhecida por seis graus de separação [13].

Diz-se que redes mostram o efeito mundo pequeno se o valor de ⟨l⟩ cresce ainda mais lentamente que *ln(n).* Bollobás e Riordan [20] mostraram que certas redes, com distribuição de graus decaindo de acordo com uma lei de potência, apresentam valores de ⟨l⟩ que não crescem mais rápido do que *ln(n)/ln(ln(n)).* Cohen e Havlin [21] argumentam que a variação poder ser ainda mais lenta e esse efeito foi chamado de ultramundo pequeno (*ultra small-world*).

2.5 MODELOS DE REDES COMPLEXAS

Nos últimos anos, a disponibilidade de elevado grau de processamento computacional permitiu o surgimento de enormes bancos de dados de várias redes complexas reais que possibilitaram a criação de modelos mais realistas para essas redes. Por meio desses modelos é possível representar redes que incorporam propriedades de redes reais e estudá-las por meio de modelos matemáticos. O desenvolvimento desses modelos permite determinar propriedades estruturais como a distribuição do grau, comprimento médio do caminho e coeficiente de agrupamento. O estudo dessas propriedades permite ainda desenvolver métodos que possam ser aplicados a diversos objetivos, como melhorar a dinâmica e o fluxo em uma rede, prever o comportamento de uma rede, entender a causa de maus funcionamentos, proteger a rede em casos de ataques ou falhas. Diversos modelos de redes complexas têm sido desenvolvidos e dentre eles destacam-se o regular, Erdös e Renyi (aleatória), Watts e Strogatz (mundo pequeno), Barabási e Albert (sem escala) [19], [22].

Em geral, as redes não necessariamente pertencem a uma única categoria dos modelos mencionados. Alguns estudos mostram que a maioria das redes reais apresenta comportamento híbrido [23], como aleatória e livre de escala [24].

A seguir, os principais modelos de redes são apresentados.

2.5.1 Rede regular

Uma rede completamente acoplada (grafo completo) tem o menor comprimento médio do caminho $\langle l \rangle = 1$ e o maior coeficiente de agrupamento $C = 1$. Embora este modelo de rede exiba as propriedades de mundo pequeno e de elevado valor de coeficiente de agrupamento de muitas redes reais, ele apresenta limitações. Uma rede completamente acoplada com *N* nós possui $N(N-1)/2$ arestas, enquanto a maioria das grandes redes reais são esparsas, isto é, não estão totalmente conectadas e seu número de arestas é geralmente de ordem *N*.

Um modelo de rede esparsa (não muito conectadas) e regular amplamente estudado é uma rede de vizinhos mais próximos (um lattice), que é um grafo regular (todos os nós com mesmo grau) no qual cada nó é conectado apenas a alguns dos seus vizinhos [22].

2.5.2 Rede aleatória de Erdös e Rényi

Em oposição à organização e simetria topológica de rede regular, Erdös e Rényi [4] propuseram em 1959 um modelo bastante simples para gerar redes aleatórias.

Uma rede aleatória de Erdös e Rényi (ER) é construída definindo um conjunto de nós $V = \{1,2,\dots,N\}$ e conectando pares de nós com probabilidade *p*. A Figura 2.7 mostra a geração de uma rede aleatória de *N* nós com diferentes valores de *p*. Portanto, com *p=0* obtemos uma rede completamente fragmentada $\varepsilon = \emptyset$ e no outro extremo, com *p=1*, a rede fica completamente conectada, tal que o coeficiente de agrupamento será máximo, *C=1*.

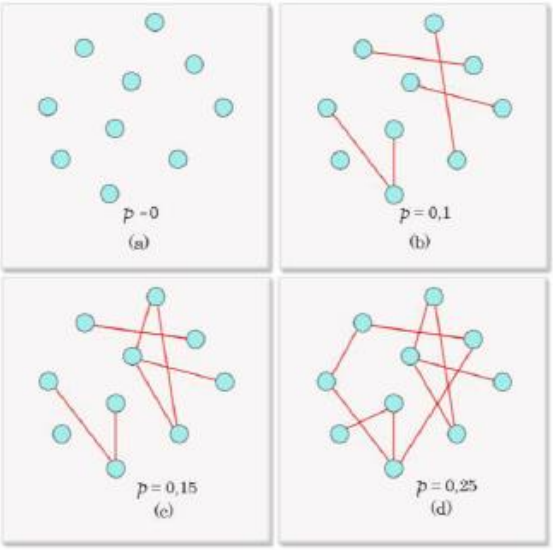


Figura 2.7: Ilustração esquemática do modelo Erdös e Rényi (ER) [22].

Na Figura 2.7, a rede aleatória descrita pelo modelo ER tem N nós conectados com probabilidade p; o número total de arestas no sistema é $M \cong pN(N-1)/2$. O exemplo apresenta uma rede de N=10 nós para p=0, p=0,1, p=0,15 e p=0,25. (a) Em p=0 não há arestas no sistema; (b) Cada par de nós é selecionado e os nós são conectados com probabilidade p=0,1. A figura mostra o resultado desse processo em que poucas arestas são adicionadas, M=5, contribuindo para a formação de árvores; (c) A adição de mais arestas, com p=0,15, possibilita a formação de ciclos na rede; (d) Para p=0,25, a rede torna-se mais conectada. Para p=1 o modelo resulta em uma rede totalmente conectada [22].

Uma variação na construção da rede aleatória é definir o tamanho do conjunto ε, ou seja, o número máximo de arestas e conectar pares de nós *(i,j)* escolhidos aleatoriamente até que esse número máximo seja alcançado. Os dois modelos resultam em uma distribuição de grau que segue a distribuição binomial:

$$P(k) - \binom{N-1}{k} p^k (1-p)^{n-1-k} \tag{2.9}$$

Quando o número de nós em uma rede aleatória de Erdös e Rényi é tal que N → ∞ a distribuição de grau pode ser aproximada por uma distribuição de Poisson, definida por [5], [4]

$$P(k) = e^{-\langle k \rangle} \frac{\langle k \rangle^k}{k!}, \tag{2.10}$$

na qual o grau médio de conexões na rede é dado por $\langle \mathrm{k} \rangle = \frac{2\mathrm{M}}{\mathrm{N}} = \mathrm{p}(\mathrm{N}-1) \approx \mathrm{pN}$.

Esse mecanismo de construção da rede aleatória implica que a vizinhança de cada nó será fracamente conectada entre si se a probabilidade *p* for baixa, ou seja, o coeficiente de agrupamento médio $\langle \mathrm{C} \rangle = \langle \mathrm{k} \rangle / N$ [20] será baixo em uma rede esparsa (N>>$\langle \mathrm{k} \rangle$, o que é válido na maioria das redes reais, implicando em $\langle \mathrm{C} \rangle \ll 1$.

Diferentemente da rede regular, a aleatoriedade das conexões gera uma quebra de simetria que faz o comprimento médio do caminho entre os nós ser pequeno se comparado ao tamanho da rede, que é da ordem de $\langle l \rangle \approx \ln(N)/\ln(\langle k \rangle)$ quando a rede é esparsa [7]. Esse é o efeito mundo pequeno [18].

2.5.3 Redes mundo pequeno de Watts e Strogatz

Em 1998, Watts e Strogatz, ao estudar a rede de transmissão elétrica dos estados ocidentais dos Estados Unidos e a rede de neurônios do Caenorhabditis elegans [16], verificaram que o comprimento médio do caminho era pequeno e observaram a presença de ciclos de ordem três (nós conectados na forma de um triângulo, conforme mostra a Figura 2.5. Essa propriedade, conhecida como agrupamento em redes sociais, é mais acentuada do que nas redes aleatórias com o mesmo número de nós e arestas [16]. Para reproduzir essas descobertas, Watts e Strogatz sugeriram um modelo alternativo às redes regulares e aleatórias, chamado mundo pequeno de Watts e Strogatz (em analogia ao fenômeno descoberto por Stanley Milgram). Esse modelo de rede caracteriza-se pela existência de duas propriedades mencionadas: o efeito de mundo pequeno e o valor alto de coeficiente de agrupamento [13].

2.5.4 Rede livre de escala

Em 1999, dois artigos escritos por Barabási e Albert [8], [25] provocaram grande impacto no estudo de redes. Barabási e Albert investigavam a WWW com intuito de mapeá-la. A tarefa se revelou impossível de ser realizada, mas um mapa parcial indicou que o modelo de rede aleatória de Erdös e Rényi não era adequado para ser aplicado a WWW. Algumas páginas da WWW eram muito mais apontadas do que a maioria. Em termos de topologia de rede, alguns nós eram muito mais conectados que a maioria. Estes nós são os hubs da rede. Descobriram ainda que o número de conexões dos nós segue distribuição da lei de potência, $P(k) = k^{-\gamma}$, na qual *k* é o número de conexões e γ é o expoente da lei de potência $2 \leq \gamma \leq 3$. Nesta distribuição está a previsão de existência de hubs. Há um grande número de nós com poucas conexões e um reduzido número de nós com elevado número de conexões. Como o número de conexões não exibe valor médio, Barabási e Albert denominaram este tipo de topologia livre de escala (*scale-free*).

Depois do estudo da rede WWW, Barabási e Albert analisaram a rede dos filmes de Hollywood considerando que dois atores estavam ligados se eles participaram de um mesmo filme. Eles verificaram que o número de atores que tinha exatamente *k* ligações com outros atores decaia seguindo novamente uma lei de potência. Em seguida, começaram a surgir diversos trabalhos estudando redes e em muitos deles uma característica recorrente: o número de nós, da rede em questão, com exatamente *k* ligações seguia uma lei de potência. A cada novo sistema estudado verificava-se que cada um possuía um valor de expoente e entre os sistemas estudados os valores dos expoentes das distribuições estavam sempre entre dois e três [5].

O modelo livre de escala proposto por Barabási e Albert (BA) baseia-se no conceito de que redes reais possuem tanto uma dinâmica de crescimento quanto conexão preferencial. A combinação desses dois fatores é essencial para a geração de redes livres de escala. Assim, temos:

1) Crescimento: o processo é iniciado com um número pequeno de nós n_0, conectados entre si, e a cada passo temporal t é adicionado um novo nó com m arestas, $(m \leq n_0)$, que será conectado aos nós já existentes na rede;

2) Conexão preferencial: é feita a escolha dos nós com os quais o novo nó se conectará, considerando que a probabilidade II de que o novo nó se conecte ao *i*-ésimo nó depende de seu grau $k_i$da forma.

$$II(k_i) = k_i / \sum_j k_j. \tag{2.11}$$

Depois de *t* passos temporais a rede produzida possui *N=t+m* nós e $M = mt + n_0(n_0 - 1)/2$ arestas, o que corresponde a um grau médio $\langle k \rangle \cong 2m, se\ t \gg n_0$ [26].

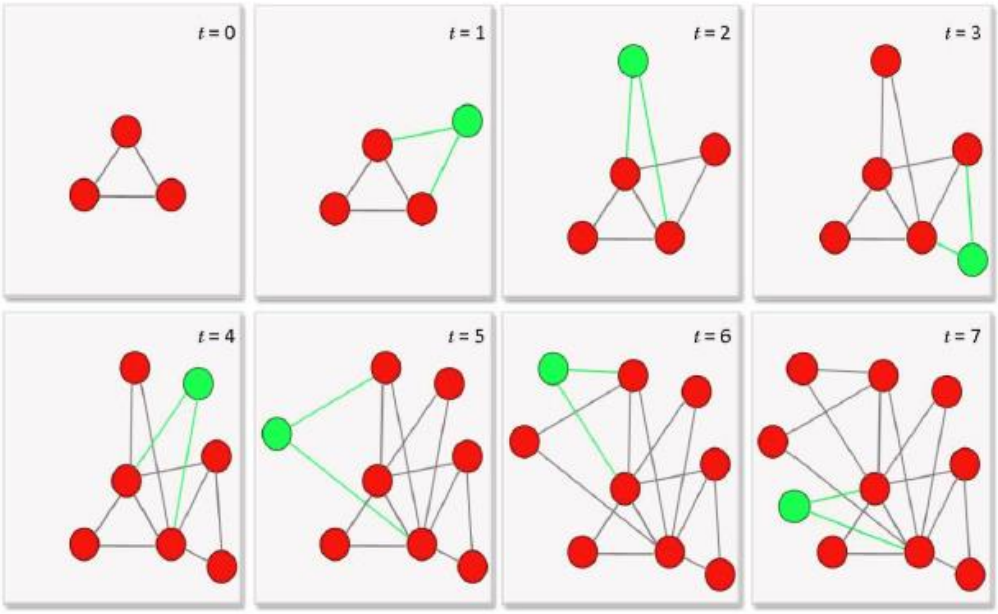


Figura 2.8: Ilustração do modelo BA para n_0=3 e m=2. Em t=0

O sistema da Figura 2.8 consiste de nós totalmente conectados $n_0(n_0 - 1)/2 = 3$. Em cada passo temporal t um novo nó é adicionado, que é conectado, preferencialmente aos nós com alto grau, determinado pela regra (2). Assim, em *t=3,* existem $n_0 + t = 6$ nós e $mt + n_0(n_0$-1)/2=9 arestas. Em *t=7* o nó sétimo é adicionado. Devido à conexão preferencial o novo nó foi ligado aos nós com grau já alto [13].

Devido à topologia típica que a maioria dos nós é conectada a outro nó com um alto grau, uma rede livre de escala é bastante robusta e muito resistente à falha aleatória de um nó. No entanto, há maior vulnerabilidade em relação a ataques dirigidos para os nós com o mais alto grau, porque se aqueles nós falham a rede inteira desmorona rapidamente e pode ser desconectada.

2.6 REDES COMPLEXAS E REDES DE TELECOMUNICAÇÕES

Como pôde ser avaliado anteriormente, as redes exibindo propriedades de redes livres de escala são identificadas em sistemas biológicos, sistemas sociais, web sites e interconexão de roteadores. Para redes de telecomunicações, e redes ópticas, a classificação de suas topologias é variável e debatida de diferentes formas. Há intensa atividade de investigação nesta área [24], [21], [27] e a seguir exemplos destes estudos são abordados.

Em estudo realizado sobre a topologia da rede ótica da empresa Telefônica de Espanha, Wijngaarden concluiu que parte da rede mostra comportamento de topologia livre de escala e outra parte, comportamento de topologia aleatória [24]. Segundo este estudo, a rede de fibra óptica é formada por 90.000 nós e mais de 100.000 ligações, estando dividida de acordo com as 50 províncias do país, além dos nós com destino a outros países (nesta pesquisa as ligações para outros países são abstraídas como outra província). Dos nós, 60% estão localizados nas 10 maiores províncias (com Madrid, Barcelona e Sevilha sendo as maiores). Por outro lado, Meertens e Pijnaker [21] investigaram diversas

configurações de redes ópticas incluindo camadas superiores e concluíram que pelas topologias avaliadas não foi possível classificar as topologias como verdadeiramente livre de escala.

As topologias de redes ópticas mais conhecidas, como NSFNet, italiana de faixa larga, finlandesa e europeia, amplamente utilizadas para modelagem e avaliação de algoritmos de alocação de recursos, exibem topologias que mais se aproximam das de rede aleatória [28]. Por isso, estas topologias são vulneráveis a sucessão de falhas que atingem aleatoriamente nós e enlaces. Assim, embora a maioria das redes físicas apresente topologia que se encaixa no modelo de rede aleatória, combinação com caminhos virtuais pode modificar a topologia, proporcionando a ela propriedades de rede livre de escala, aumentando a robustez a falhas [29].

Ao contrário das topologias que seguem distribuição geográfica, como as redes ópticas padrão, as redes de comunicação móveis, tanto de voz quanto de sensores, podem dispor de topologia configurável, valendo-se das propriedades de redes livres de escala [30].

As propriedades de redes complexas podem ser utilizadas para investigar e melhorar o desempenho de redes de telecomunicações instaladas. Uma abordagem muito interessante é a feita por Krebs [31], que utiliza conceitos de redes sociais, como caminho médio, centralidade e proximidade para comparar desempenho de conjunto de roteadores em configuração estrela, anel e malha. O autor avalia a configuração da rede NSFNet e mostra como melhora o desempenho, reduzindo o comprimento médio do caminho, por exemplo. Assim, a utilização de conceitos desenvolvidos para outras áreas de atuação, como a social, pode melhorar o desempenho de redes de telecomunicações pela adoção de medidas simples, como a adição de poucas conexões à configuração existente. A ampliação de redes diante do aumento de tráfego também pode se beneficiar desta abordagem, como melhorar o desempenho com a adoção de poucas modificações.

Portanto, a modelagem das redes complexas é uma importante ferramenta para entender e melhorar o comportamento das redes reais. Com isso, essas topologias de redes podem ser empregadas para realizar simulações e análise de algoritmos de redes de telecomunicações.

3 PROBLEMAS DE FLUXO DE CUSTO MÍNIMO

Podemos citar o Problema de Fluxo de Custo Mínimo como um importante item em aplicações nas áreas de telecomunicações, transportes, distribuição de energia e redes de computadores. Este possui como objetivo atender, a um custo mínimo, a demanda em uma rede, dada a oferta de recursos e as restrições de capacidades dos arcos. Em redes de telecomunicações, o problema de custo mínimo pode ser aplicado ao transporte de pacotes ou de tráfego em uma rede, buscando o menor custo total possível, considerando custos associados a aluguel de links, custos de manutenção, capacidade de tráfego em cada rota (aresta) entre outras questões. Os algoritmos de fluxo de custo mínimo irão ponderar os caminhos possíveis, com seus respectivos custos e capacidades, para alcançar o objetivo final, e assim indicar a melhor distribuição para permitir um custo total de transporte mínimo possível.

A maior diferença deste tipo de distribuição de fluxo em relação ao roteamento tradicional é a possibilidade de distribuição do fluxo em determinados pontos, e sua junção posterior. Como a demanda de tráfego de voz pode ser dividida em conjuntos, torna-se aplicável a redes core de telecomunicações facilmente, visto que nelas existem capacidades e custos associados em cada aresta. Os custos são de manutenção e aluguel de links, que devem ser ponderados com o meio ser viável ou não para o transporte de tráfego em cada aresta. Forma-se assim uma regra de encaminhamento que pode variar com a demanda de tráfego, ou com a origem e destino das informações.

No problema proposto aqui, em princípio, não existe uma relação especificada entre a quantidade transportada e a quantidade máxima possível na rede (ou seja, o fluxo máximo). Portanto, estamos apenas interessados em circular um fluxo em uma rede utilizando o menor custo.

Os algoritmos de custo mínimo tratam do problema de enviar uma quantidade qualquer de fluxo v de S para T, numa rede de n nós, na qual todos os arcos (i,j) têm uma capacidade ou limite superior u(i,j) tanto e um custo c(i,j) associado a eles. Este custo pode representar, por exemplo, valor do aluguel do meio, qualidade, distância ou número de conexões, ou uma composição destes.

Se o fluxo v que se deseja alocar for menor ou igual ao fluxo máximo F para uma determinada rede, então podem existir diferentes formas de distribuir este fluxo na rede. O objetivo dos algoritmos de custo mínimo é, então, encontrar os caminhos de fluxo que minimizem o custo total, conforme mostrado na equação 3.1.

$$\min y = \min(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c(i,j) f(i,j)) \tag{3.1}$$

Onde *c(i,j)* representa o custo no arco *(i,j)* e *f(i,j)* o fluxo alocado neste arco.

Em termos de tráfego de voz em telecomunicações, os algoritmos de fluxo de custo mínimo podem ser utilizados para definir a melhor distribuição entre as diversas rotas, considerando-se que, sob o ponto de vista de desempenho, qualidade e custo, ter-se-ia uma economia média de algum tipo.

Exemplos de algoritmo para resolver um problema de fluxo a custo mínimo são: Ford/Fulkerson , "Out of Kilter" [32] e o de Busacker e Gowen [33]. Dentre estes algoritmos, apresentados a seguir, verificou-se que o de Busacker e Gowen tem maior facilidade de implementação e bom desempenho computacional [34]. Outro método de resolver os problemas de fluxo de custo mínimo, e que será objeto deste trabalho, é o método de otimização linear Simplex, que será descrito posteriormente.

O Algoritmo de Ford/ Fulkerson para Custo Mínimo [32], é uma generalização do algoritmo de Ford e Fulkerson [35] para Fluxo Máximo, considerando o problema da seguinte forma:

$$\mathrm{Max}\left\{pv - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c(i,j)f(i,j)\right\} \tag{3.2}$$

Onde p é um número suficientemente grande, maior que o custo que uma unidade de fluxo pode acrescentar ao custo total. Se p pode ser interpretado como um ganho (lucro) por cada unidade enviada de **S** para **T**, então a expressão anterior pode ser interpretada como o maior ganho possível na rede com uma redução dos custos. Desta interpretação segue que qualquer fluxo que maximize esta expressão também minimiza a função objetivo original (3.1).

Visto desta maneira, o problema consiste, em essência, na solução de uma sequência de problemas de fluxo máximo em sub-redes de arcos admissíveis (onde se pode alocar fluxo). O processo termina quando um total de v unidades forem enviadas de S para T ou quando não for mais possível enviar fluxos de **S** para **T**.

Exemplos do funcionamento dos algoritmos para a solução do problema proposto podem ser citados. No algoritmo "Out of Kilter", que é um algoritmo bastante eficiente [34], composto por um conjunto de regras desenvolvido por Fulkerson são apresentadas as seguintes características:

- Equivale a um algoritmo primal-dual de programação linear pelo que pode ser iniciado tanto com uma solução dual viável quanto com uma solução primal viável;

- Cada arco possui associado o valor do custo (c_{ij}), e os limites superior (u_{ij}) e inferior do fluxo (l_{ij});

- Não se parte, como nos demais algoritmos, de uma origem para um destino específico; procura-se o equilíbrio da rede a um custo mínimo e, ao final, pode-se verificar a quantidade de fluxo que pode ser distribuída a partir de **S** com destino em **T**.

- Em uma dada iteração cada arco pode estar nas situações: "in kilter" ou "out of kilter", de acordo com as condições de equilíbrio do arco. Essas condições dependem do custo e da quantidade de fluxo em cada arco.

O algoritmo se inicia com um fluxo arbitrário, viável ou não (o que é uma vantagem inicial). Um procedimento sistemático procura ajustar a distribuição do fluxo na rede para satisfazer certas propriedades de otimalidade descritas a seguir.

Associa-se a cada arco (i,j) um preço fictício pi no nó *i* por unidade de fluxo enviada e um preço pj no nó *j* pago por unidade de fluxo recebida (onde os pi e pj são estimativas das variáveis duais). Assim o custo no arco pode ser definido como $c'_{ij} = c_{ij} + p_i - p_j$. Esta expressão representa o custo total para transportar uma unidade de fluxo do nó *i* para o nó *j*. Desta forma, se um arco tem $c'_{ij} > 0$, não é interessante enviar fluxo por este arco; caso contrário ($c'_{ij} < 0$), é interessante (lucrativo) enviar fluxo por este arco e quando $c'_{ij} = 0$ pode-se alocar ou não fluxo (é indiferente).

Define-se um "número kilter" em função do custo do arco e do fluxo que pode ser alocado ou retirado do mesmo para melhorar a solução em relação a estes custos, então de acordo com o custo no arco e a quantidade de fluxo que pode ser alocada no mesmo, os arcos são considerados "in kilter" ou "out of Kilter". O processo termina quando todos os arcos estão na situação "in kilter". Um arco está "in kilter" quando seu "número kilter" é nulo.

No algoritmo de Busacker e Gowen [33] determina-se, a cada iteração, o caminho de menor custo entre o nó de origem e o nó de destino sobre o grafo de aumento de fluxo. Encontrado este caminho, aloca-se ao mesmo o máximo de fluxo possível, respeitando-se as restrições de capacidade de cada arco. Após a alocação deste fluxo, utiliza-se um procedimento de modificação da rede e procura-se um novo caminho mínimo ao qual será novamente alocada a maior quantidade de fluxo máximo possível e assim sucessivas vezes, até que se tenha atingido o fluxo desejado ou caso não se encontre mais caminho para alocar o fluxo restante. Neste último caso, considera-se que se atingiu o fluxo máximo da rede.

Apesar de citados e descritos alguns algoritmos possíveis para a implementação do problema de fluxo de custo mínimo, uma das formas de avaliar este tipo de problema é do ponto de vista de otimização linear, que será a ferramenta matemática utilizada neste trabalho. Para isso será utilizada a ferramenta do MATLAB de otimização, que permitirá, através da aplicação do problema de fluxo de custo mínimo como um problema de otimização linear, resolver e calcular os fluxos desejados na rede.

3.1 PROBLEMAS DE FLUXO DE CUSTO MÍNIMO NA OTIMIZAÇÃO LINEAR

A visão de otimização linear no problema de fluxo de custo mínimo se dá da seguinte forma.

Considere-se um grafo, orientado e conexo G = (V,E) com m nós $i \in V$ e n arestas $(i, j) \in E$. Cada nó *i* tem associado uma quantidade b_i, onde [36]

- $b_i > 0 \rightarrow$ nó oferta
- $b_i < 0 \rightarrow$ nó procura
- $b_i = 0 \rightarrow$ nó intermediário

Cada arco (*i, j*) tem associada uma quantidade x_{ij} que representa o fluxo a enviar do nó *i* para o nó *j*. Além disso c_{ij} representa o custo unitário de fluxo de *i* para *j* ao longo do arco (*i*, *j*).

O Problema de Fluxo de Custo mínimo procura determinar o fluxo a ser transportado através dos nós do grafo G de modo a minimizar o custo total da distribuição e a satisfazer as chamadas Condições de Conservação de Fluxo em cada nó *i*:

Fluxo que sai – Fluxo que entra = Fluxo que existe

Assim, o problema pode ser escrito como:

$$\text{Minimize z} = \sum_{(i,j)\in E} c_{ij} x_{ij}$$

$$\text{Sujeito a} = \sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij} - \sum_{j:(i,j)\in E} x_{ji} = b_i,\ i = 1, \dots, m \qquad (3.3)$$

$$x_{ij} \geq 0, (i,j) \in E$$

A primeira família de restrições é conhecida por equação de conservação de fluxo. Em síntese, a igualdade impõe a restrição de que a quantidade de fluxo que sai do nó *i* menos a quantidade que entra deve ser igual a b_i. Quando $b_i > 0$, o fluxo de saída líquido deve ser igual a esta quantidade. Quando $b_i < 0$, o fluxo de entrada líquido deve ser igual a $-b_i$. Por fim, quando $b_i = 0$, a quantidade que entra deve ser precisamente igual à quantidade que sai do nó *i* [36].

Pode haver também no problema, restrições de capacidade dos arcos, que serão condicionadas através de restrições do tipo: $l_{ij} \leq x_{ij} \leq u_{ij}$. Sendo l_{ij} a capacidade mínima, que em problemas de telecomunicações são consideradas zeradas e u_{ij} a capacidade máxima do arco.

Para ilustrar a formulação do problema como um programa linear da forma apresentada anteriormente, consideremos o grafo G = (V,E) da figura 3.1.

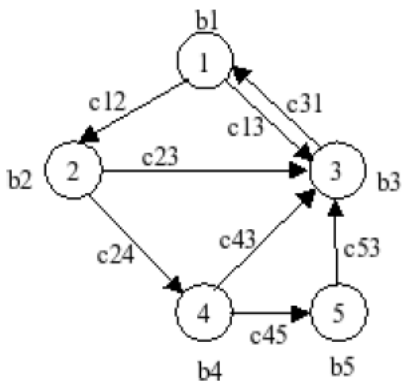


Figura 3.1: Exemplo de grafo orientado com respectivos custos

Onde incluímos as quantidades b_i e os custos c_{ij} . Então:

V = {1, 2, 3, 4, 5}

E = {(1, 2), (1, 3), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (4, 3), (4, 5), (5, 3)}

E portanto a formulação de programação linear contém 8 variáveis x_{ij} , (i, j) ∈ E e 5 restrições de igualdade correspondentes a conservação de fluxo em cada um dos nós 1, 2, 3, 4, 5. Assim tem-se

Minimize $z = c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + c_{23}x_{23} + c_{24}x_{24} + c_{31}x_{31} + c_{43}x_{43} + c_{45}x_{45} + c_{53}x_{53}$

Sujeito a

$x_{12} + x_{13} - x_{31} = b_1$
$-x_{12} + x_{23} + x_{24} = b_2$
$-x_{13} - x_{23} + x_{31} - x_{43} - x_{53} = b_3$
$-x_{24} + x_{43} + x_{45} = b_4$
$-x_{45} + x_{53} = b_5$
$x_{ij} \geq 0$, (i, j) ∈ E

É importante notar que nesta formulação, cada variável x_{ij} aparece em duas equações, uma vez com coeficiente (+1) e outra vez com coeficiente (−1).

Se adicionarmos estas equações membro a membro obtemos a Condição Necessária de Admissibilidade seguinte

$$\sum_{i=1}^{m} b_i = 0 \qquad (3.4)$$

Um problema de fluxo de custo mínimo diz-se *Equilibrado* se esta última condição se verificar. Se tal não acontecer, o problema diz-se *Não Equilibrado* e para o equilibrar é necessário introduzir um nó adicional (m+1) com fluxo

$$b_{m+1} = -\sum_{i=1}^{m} b_i \qquad (3.5)$$

e arcos (i,m+1) ou (m+1, i) com custos unitários nulos. Porém iremos assumir que a condição (3.4) é verdadeira.

O programa linear anterior pode ser escrito na forma normal:

$$\text{Minimiza } z = c^T x$$

$$\text{Sujeito a} \quad Ax = b \qquad (3.6)$$

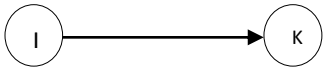
$$X \geq 0$$

Onde

m = V = no de nós, n = E = no de arestas.

x = [xij] ∈ $\mathbb{R}^n, c = [c_{ij}] \in \mathbb{R}^n$, $b = [b_i] \in \mathbb{R}^m$

e $A \in \mathbb{R}^{mxn}$ é a matriz incidência nó-arco. Cada coluna A.j de A está associada a uma variável x_{ik}, com *i, k* ∈ {1, 2, . . . ,m} e só tem dois elementos não nulos +1 e −1 nas linhas *i* e *k* de acordo com o seguinte esquema:



$$\begin{cases} a_{ij} = 1 \\ a_{kj} = -1 \end{cases}$$

A título de exemplo consideremos o problema de fluxo de custo mínimo associado à rede

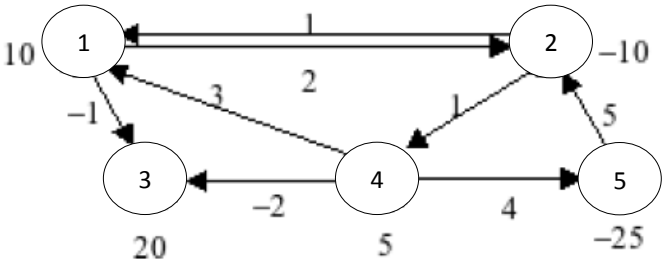


Figura 3.2: Exemplo de grafo com valores reais

Então o problema é equilibrado, pois

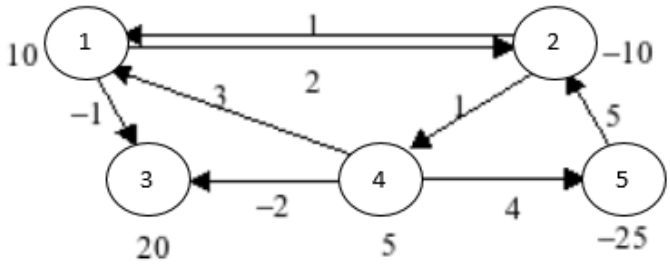
$$\sum_{i=1}^{5} b_i = 0$$

Os vetores *c, x e b* e a matriz A da sua forma normal são os seguintes

X=[x_{12} x_{13} x_{21} x_{24} x_{41} x_{43} x_{45} x_{52}]^T, c = [1 -1 1 1 3 -2 4 2]^T

$$b=\begin{bmatrix} 10 \\ -10 \\ 20 \\ 5 \\ -25 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & & -1 & & & \\ -1 & & 1 & 1 & & & & -1 \\ & -1 & & & & -1 & & \\ & & & -1 & 1 & 1 & 1 & \\ & & & & & & -1 & 1 \end{bmatrix} \qquad (3.7)$$

A título de exemplo, consideremos novamente o grafo da Figura 3.2:



Considerando as arestas abaixo

J = {(3, 1), (4, 3), (4, 5), (2, 4)}.

O subgrafo constituído pelos nós do grafo dado e as arestas (i, j) ∈ *j* é a seguinte arvore

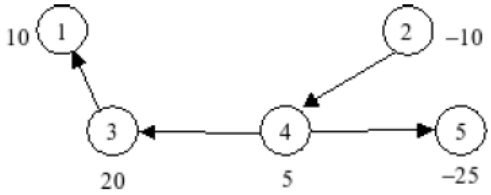


Figura 3.3: Subgrafo de exemplo

Para determinar os valores das variáveis básicas, tem-se

$$\begin{cases} -x_{31} = 10 \\ x_{31} - x_{43} = 20 \\ x_{43} - x_{24} + x_{45} = 5 \\ x_{24} = -10 \\ -x_{45} = -25 \end{cases} \tag{3.8}$$

Portanto os valores das variáveis básicas da solução básica escolhida são

$$\begin{cases} x_{31} = -10 \\ x_{43} = -30 \\ x_{24} = -10 \\ x_{45} = 25 \end{cases} \tag{3.9}$$

É evidente que as variáveis não básicas dessa solução básica são todas nulas.

Uma solução básica é Admissível se as restrições de não negatividade $x_{ij} \geq 0$, $(i, j) \in E$ são todas satisfeitas. Assim a solução básica do exemplo anterior é não admissível, pois há pelo menos uma variável básica negativa. Como exemplo de uma solução básica admissível para o grafo considerado anteriormente, consideremos o conjunto [36]

J = {(3, 1), (1, 2), (2, 4), (4, 5)}.

Então os nós de V e as arestas de *j* formam a seguinte árvore

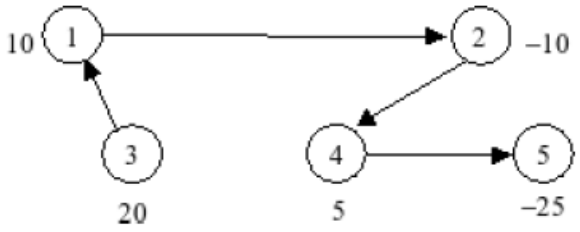


Figura 3.4: Subgrafo de exemplo

Para determinar os valores das variáveis básicas, tem-se

$$\begin{cases} x_{31} = 20 \\ -x_{31} + x_{12} = 20 \\ -x_{12} + x_{24} = -10 \\ -x_{24} + x_{45} = 5 \\ -x_{45} = -25 \end{cases} \tag{3.10}$$

Portanto

$$\begin{cases} x_{31} = 20 \\ x_{12} = 30 \\ x_{24} = 20 \\ x_{45} = 25 \end{cases} \tag{3.11}$$

Como todas as variáveis básicas são não negativas, então a solução básica é admissível.

3 MÉTODO SIMPLEX DE OTIMIZAÇÃO LINEAR

O algoritmo Simplex, proposto por George Dantzig nos anos 40 [37], constituiu um grande avanço científico-tecnológico e deu grande impulso ao campo da pesquisa operacional que estava dando os primeiros passos. O nome do algoritmo tem suas raízes no conceito de simplex: um plano que corta os vetores unitários. O algoritmo como é conhecido atualmente difere da versão original e tem servido de base para versões estendidas para tarefas específicas como, por exemplo, o método dual Simplex e o método Simplex adaptado para o problema de fluxo em redes de custo mínimo.

O algoritmo Simplex pode ser visto como um processo combinatório que busca encontrar as colunas da matriz de restrições que induzem uma base e, portanto, uma solução básica ótima. A dificuldade advém do fato que tipicamente existe um número exponencial de possíveis combinações de colunas, gerando portando um desempenho de pior caso de ordem exponencial. Apesar deste aspecto desfavorável, o algoritmo Simplex é eficaz e para muitas instâncias continua sendo o algoritmo mais rápido, mesmo quando comparado com algoritmos de ponto-interior que tem desempenho polinomial no pior caso. Para o problema proposto neste trabalho, o algoritmo Simplex demonstrou resultados satisfatórios avaliando o tempo de processamento e obtenção de resultados factíveis, por isso foi utilizado como método para simulação dos casos apresentados.

3.2 EXEMPLO DE ALGORITMO SIMPLEX

Considere o problema de programação linear abaixo:

Maximize $5x_1 + 4x_2 + 3x_3$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} &2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 5 \\ &4x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 11 \\ &3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 8 \\ &x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Após adicionarmos variáveis de folga, o problema toma a forma a seguir:

$$\text{Maximize } \delta = 0 + 5x_1 + 4x_2 + 3x_3$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} &w_1 = 5 - 2x_1 - 3x_2 - x_3 \\ &w_2 = 11 - 4x_1 - x_2 - 2x_3 \\ &w_3 = 8 - 3x_1 - 4x_2 - 2x_3 \\ &x_1, x_2, x_3, w_1, w_2, w_3 \geq 0 \end{aligned} \tag{3.2}$$

O sistema (3.2) coloca o problema de programação linear em uma forma conhecida por “dicionário”, na qual a função objetivo e um subconjunto de variáveis (variáveis básicas) com cardinalidade igual ao

número de restrições são expressos em termos das variáveis restantes (variáveis não básicas). As variáveis não básicas assumem valores nulos e, portanto, uma solução pode ser obtida diretamente a partir do dicionário. Para o dicionário acima, a base é formada pelas variáveis $w_1, w_2\ e\ w_3$ enquanto que as variáveis não básicas são $x_1, x_2\ e\ x_3$. Já que as variáveis não básicas assumem valores nulos, obtemos diretamente os valores das variáveis básicas: $w_1 = 5, w_2 = 11\ e\ w_3 = 8$. Note que a solução obtida é factível para o problema em questão uma vez que todas as variáveis (básicas e não básicas) são não negativas. Além disso, a função objetivo corrente tem valor δ= 0.

O método Simplex é um processo iterativo que inicia com uma solução $y^0 = (x_1^0 \dots x_n^0 \quad w_1^0 \dots w_m^0)$, onde n = 3 e m = 3, satisfazendo as equações de (3.1). Partindo do dicionário (3.2), o Simplex busca uma nova solução y^1 tal que: $5x_1^1 + 4x_2^1 + 3x_3^1 > 5x_1^0 + 4x_2^0 + 3x_3^0$. Para tanto, é necessário fazer uma solução não básica com coeficiente positivo na equação de δ entrar na base que, por sua vez, fará a variável não básica aumentar e consequentemente elevar o valor da função objetivo. Obviamente, a variável que entra na base não pode aumentar seu valor indefinidamente, a menos que o problema seja ilimitado. A primeira variável básica a se tornar nula passa a ser uma variável não básica na iteração seguinte. O processo então se repete até que se convirja para uma solução ótima ou até que se detecte que o problema é ilimitado.

Abaixo é apresentado o funcionamento do Algoritmo Simplex na solução da instância (3.1), conforme o esboço dado acima.

Algoritmo Simplex

Inicialização: Para iniciarmos o processo, necessitamos de uma solução factível, tal como:

$$x_1^0 = 0, x_2^0 = 0, x_3^0 = 0, w_1^0 = 5, w_2^0 = 11, w_3^0 = 8$$

Esta solução y^0 induz o valor δ = 0 para a função objetivo.

Passo 1: A solução corrente não é ótima. Qualquer acréscimo no valor de x_1 aumenta o valor de δ. Mas não podemos aumentar o valor de x_1 ilimitadamente já que este está limitado pelas desigualdades abaixo:

$$\begin{cases} w_1 = 5 - 2x_1 \geq 0 \\ w_2 = 11 - 4x_1 \geq 0 \\ w_3 = 8 - 3x_1 \geq 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x_1 \leq \frac{5}{2} = 2{,}5 \\ x_1 \leq \frac{11}{4} = 2{,}75 \\ x_1 \leq \frac{8}{3} = 2.667 \end{cases} \tag{3.3}$$

Assim, o valor de x_1 na próxima iteração é o menor dentre $\{\frac{5}{2}, \frac{11}{4}, \frac{8}{3}\}$, o que leva a igualdade:

$$x_1 = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}w_1 - \frac{3}{2}x_2 - \frac{1}{2}x_3 \tag{3.4}$$

Substituindo-se (3.4) no sistema (3.3) de maneira a transferir-se a variável w1 para o lado direito, obtém-se:

$$
\begin{aligned}
x_1 &= \tfrac{5}{2} - \tfrac{1}{2}w_1 - \tfrac{3}{2}x_2 - \tfrac{1}{2}x_3 \\
w_2 &= 11 - 4\left(\tfrac{5}{2} - \tfrac{1}{2}w_1 - \tfrac{3}{2}x_2 - \tfrac{1}{2}x_3\right) - x_2 - 2x_3 \ = 1 + 2w_1 + 5x_2 \\
w_3 &= 8 - 3\left(\tfrac{5}{2} - \tfrac{1}{2}w_1 - \tfrac{3}{2}x_2 - \tfrac{1}{2}x_3\right) - 4x_2 - 2x_3 = \tfrac{1}{2} + \tfrac{3}{2}w_1 + \tfrac{1}{2}x_2 - \tfrac{1}{2}x_3 \\
\delta &= 5\left(\tfrac{5}{2} - \tfrac{1}{2}w_1 - \tfrac{3}{2}x_2 - \tfrac{1}{2}x_3\right) + 4x_2 + 3x_3 = \tfrac{25}{2} - \tfrac{5}{2}w_1 - \tfrac{7}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3
\end{aligned}
\tag{3.5}
$$

Agora, substituindo as equações (3.5) no "dicionário", obtém-se o dicionário abaixo:

$$
\begin{aligned}
&\text{Maximize} \\
&\quad \delta = \frac{25}{2} - \frac{5}{2}w_1 - \frac{7}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3 \\
&\quad x_1 = \tfrac{5}{2} - \tfrac{1}{2}w_1 - \tfrac{3}{2}x_2 - \tfrac{1}{2}x_3 \\
&\quad w_2 = 1 + 2w_1 + 5x_2 \\
&\quad w_3 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}w_1 + \frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{2}x_3
\end{aligned}
\tag{3.6}
$$

A solução induzida pelo dicionário (3.6) é $y_1 \ = \ (x_1^1\ , x_2^1\ \ , x_3^1, w_1^1, w_2^1, w_3^1)$ = ($\frac{5}{2}$,0,0,0,1, $\frac{1}{2}$) cujo valor da função objetivo é δ = $\frac{25}{2}$. Neste dicionário, as variáveis w_1, w_2, w_3 são ditas variáveis básicas tal que o conjunto B = {x_1, w_2, w_3} contém as variáveis básicas. As demais variáveis são ditas não básicas, sendo o conjunto N= {x_2, x_3, w_1} o conjunto das variáveis não básicas.

Passo 2: A solução corrente não é ótima! Note que um pequeno acréscimo no valor de x_3 invariavelmente aumenta o valor de δ. Mas não podemos aumentar o valor de x_3 ilimitadamente uma vez que isto poderia tornar a solução infactível (outras variáveis poderiam assumir valores negativos). Para que a solução resultante seja factível, as desigualdades abaixo devem ser respeitadas:

$$
\begin{cases} x_1 = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}x_3 \geq 0 \\ w_3 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x_3 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_3 \leq 5 \\ x_3 \leq 1 \end{cases}
\tag{3.7}
$$

Portanto, w_3 deve sair da base para que a variável x_3 possa entrar na base sem violar as restrições. Após substituirmos a equação $x_3 = 1 + 3w_1 + x_2 - 2w_3$ nas equações do dicionário (3.6), obtemos:

$$
x_1 = \tfrac{5}{2} - \tfrac{1}{2}w_1 - \tfrac{3}{2}x_2 - \tfrac{1}{2}(1 + 3w_1 + x_2 - 2w_3) = 2 - 2w_1 - 3x_2 - w_3 \tag{3.8}
$$

$$
\delta = \tfrac{25}{2} - \tfrac{5}{2}w_1 - \tfrac{7}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}(1 + 3w_1 + x_2 - 2w_3) = 13 - w_1 - 3x_2 - w_3
$$

Substituindo as equações do dicionário (3.6) pelas equações (3.8) obtemos um novo dicionário:

Maximize

$$\begin{aligned}
\delta &= 13 - w_1 - 3x_2 - w_3 \\
x_1 &= 2 - 2w_1 - 2x_2 + w_3 \\
w_2 &= 1 + 22w_1 + 5x_2 \\
x_3 &= 1 + 3w_1 + x_2 - 2w_3
\end{aligned} \tag{3.9}$$

cuja base é B = {x_1, x_3,w_2}. A solução dada pelo dicionário (3.9) é ótima: $x_1 = 2$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$, $w_1 = 0$, $w_2 = 1$, $w_3 = 0$, e $\delta = 13$ é uma solução ótima pois os coeficientes das variáveis não básicas na equação de δ, no dicionário correspondente dado pelo sistema (3.9), são todos negativos; aumentando o valor de qualquer variável não básica reduzirá o valor da função objetivo.

3.3 GENERALIZAÇÃO DO ALGORITMO SIMPLEX

Nesta seção generalizamos os passos ilustrados acima para o caso geral do problema de programação linear. Considere a forma geral do problema de programação linear:

Maximize $\sum_{j=1}^{n} c_j x_j$

Sujeito a:

$$\begin{aligned}
&\textstyle\sum_{j=1}^{n} a_{(ij)} x_j \leq b_i \quad i = 1, \ldots, m \\
&x_j \geq 0 \quad j = 1, \ldots, n
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Inicialização: Obter Dicionário Inicial

Inicialmente é necessário introduzir variáveis de folga na formulação (3.10) como segue:

$$\begin{aligned}
&\delta = \textstyle\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\
&w_i = b_i - \textstyle\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \quad i = 1, \ldots, m
\end{aligned} \tag{3.11}$$

Com o intuito de facilitar os próximos desenvolvimentos, vamos assumir que $w_i = x_{n+1}$ para *i*= 1, . . . ,m, dessa forma gerando o dicionário:

$$\begin{aligned}
&\delta = \textstyle\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\
&x_{n+i} = b_i - \textstyle\sum_{j=1}^{n} a_{(ij)}\, x_j \;\; i = 1, \ldots, m
\end{aligned} \tag{3.12}$$

cuja base é dada pelas colunas correspondentes às variáveis do conjunto $\{x_{n+1}, \ldots, x_{n+m}\}$. Seja B ⊆ {1, . . . , n + m} o conjunto com os índices das variáveis básicas. Seja N = {1, . . . , n + m} − B o conjunto com os índices das variáveis não básicas. Inicialmente, vamos assumir que x1 = 0, . . . , xn = 0 induz uma solução factível, o que equivale a dizer que $b_i \geq 0$ para *i*= 1, . . . ,m. Durante a aplicação do algoritmo Simplex, o dicionário assumirá a forma:

$$\delta = \bar{\delta} + \sum_{j \in N} \bar{c}_j \, x_j$$

$$x_i = \bar{b}_i - \sum_{j \in N} \overline{a_{ij}} \, x_j \;\; \forall_i \in \beta \qquad (3.13)$$

onde $\bar{c}_j$ é conhecido por custo reduzido da variável não básica x_j .

Laço de Iteração:

No que segue descrevemos os passos do algoritmo Simplex.

1. Escolha um k ∈ {j ∈ N : $\bar{c}_j$ > 0}. Se não existir nenhum k com tal propriedade, então a solução corrente é ótima. A variável x_k é dita *variável que entra na base*.

2. A variável que sairá da base é escolhida de forma que a solução subsequente continue viável.

$$x_i = b_i - \bar{a}_{ik} x_k \;\; \forall_i \in \beta \implies \bar{b}_i - \bar{a}_{ik} x_k \geq 0 \;\; \forall_i \in \beta \qquad (3.14)$$
$$\bar{a}_{ik} x_k \leq b_i \;\; \forall_i \in \beta$$

Considerando a última desigualdade, surgem três casos:

(a) Se não existe $\bar{a}_{ik}$ > 0, *i* ∈ B, então o problema é ilimitado.

(b) Se existe $\bar{b}_i$ = 0 e $\bar{a}_{ik}$ > 0 para algum *i* ∈ B, então x_i é a variável que sai da base e o pivoteamento é dito degenerado. Pivoteamento compreende todos os passos envolvidos em uma mudança de base. O pivoteamento é dito degenerado porque uma variável entrou na base com valor nulo e, consequentemente não aumentou o valor da função objetivo.

(c) Se os dois casos acima não ocorrem, então a variável que sai da base é *l* ∈ {i ∈ B : $\bar{a}_{ik} / \bar{b}_i$ é máximo, $\bar{a}_{ik}$> 0 e b_i > 0}. Isto é, *l* ∈ {i ∈ B : $b_i / \bar{a}_{ik}$ é mínimo}.

3. Uma vez escolhida a variável x_k que entra na base e a variável x_l que sai da base, executamos as operações apropriadas nas linhas do dicionário. A iteração é chamada de pivoteamento. Repetimos a partir do primeiro passo até que uma solução ótima seja atingida.

Não ocorrendo pivoteamentos degenerados o algoritmo Simplex converge em tempo finito para a solução ótima, ou este detecta que o problema é ilimitado. Na presença de pivoteamentos degenerados o algoritmo Simplex pode entrar em ciclos e nunca convergir. Para que isto seja evitado, regras de pivoteamento foram concebidas que garantem convergência em um número exponencial no

número de colunas da matriz. Para maiores detalhes sobre regras de pivoteamento, pode-se consultar os textos de [37] e [38]. Uma regra simples que garante convergência é a regra de Bland (Bland's rule). Segundo esta regra, a variável que entra na base e a variável que sai da base, quando existir mais do que uma alternativa, são aquelas que tiverem menor índice dentre os seus respectivos conjuntos de alternativas.

3.4 INICIALIZAÇÃO

Até este momento, consideramos problemas cujos b_i's são todos não negativos. Isso permitia a obtenção de uma solução viável fazendo x_j= 0 para *j* = 1, . . . , n e x_i+n = bi para *i* = 1, . . . ,m. O que devemos fazer se algum b_i é negativo? Contornamos esta dificuldade ao resolvermos um problema auxiliar, cuja solução inicial é viável e cuja solução ótima é viável para o problema original, isto se este é factível. O problema auxiliar é expresso como segue:

PA: Maximize: $-x_0$

Sujeito a :

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - x_0 \leq b_i \quad i = 1,\ldots,m \qquad (3.15)$$
$$x_j \geq 0 \quad j = 0,\ldots,n$$

Não é difícil de ver que o problema (3.10) possui uma solução factível se e somente se a solução ótima do problema auxiliar (3.15) tem valor nulo como valor ótimo da função objetivo. É fácil de se obter uma solução para (3.14): basta definir x_j = 0 para *j* = 1, . . . , n e tomar um valor suficientemente grande para x_0.

Exemplo

Aqui é apresentado o emprego do problema auxiliar na busca de uma solução factível para um problema de programação linear.

Problema Original: Considere como problema de programação linear a formulação:

Maximize $-2x_1 - x_2$

Sujeito a:

$$-x_1 + x_2 \leq -1$$
$$-x_1 - 2x_2 \leq -2 \qquad (3.16)$$
$$x_2 \leq 1$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Problema Auxiliar: De acordo com os desenvolvimentos anteriores, o problema auxiliar toma a forma:

Maximize $-\mathrm{x}_0$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} &-x_1 + x_2 - x_0 \leq -1 \\ &-x_1 - 2x_2 - x0 \leq -2 \\ &x_2 - x_0 \leq 1 \\ &x_0, x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned} \tag{3.17}$$

Dicionário Inicial: Tomando o dicionário inicial como se os elementos b_i's fossem todos não negativos, obtemos:

Maximize $\delta = -x_0$

$$\begin{aligned} w_1 &= -1 + x_1 - x_2 + x_0 \\ w_2 &= -2 + x_1 + 2x_2 + x_0 \\ w_3 &= 1 - x_2 + x_0 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Para tornar o dicionário viável, basta executar um pivoteamento com a variável x_0 fazendo a variável básica mais negativa sair na base. Assim x_0 é a variável que entra na base enquanto que w_2 é a variável que sai da base. As equações a seguir descrevem a operação de pivoteamento.

$$\begin{aligned} x_0 &= 2 - x_1 - 2x_2 + w_2 \\ w_1 &= -1 + x_1 - x_2 + (2 - x_1 - 2x_2 + w_2) = 1 - 3\mathrm{x}_2 + \mathrm{w}_2 \\ w_3 &= 1 - x_2 + (2 - x_1 - 2x_2 + w_2) \\ &= -1 - x_2 + (2 - x_1 - 2x_2 + w_2) \\ &= 3 - x_1 - 3x_2 + w_2 \end{aligned} \tag{3.19}$$

Executando o pivoteamento, obtemos o dicionário abaixo:

Maximize

$$\begin{aligned} \delta &= -2 + x_1 + 2x_2 - w_2 \\ w_1 &= 1 - 3x_2 - w_2 \\ x_0 &= 2 - x_1 - 2x_2 + w_2 \\ w_3 &= 3 - x_1 - 3x_2 + w_2 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Segundo Pivoteamento: Fazendo x_1 entrar na base, x_0 deve obrigatoriamente deixar a base, gerando o dicionário:

Maximize

$\delta = 0 - x_0$

$$
\begin{aligned}
w_1 &= 1 - 3x_2 + w_2 \\
x_1 &= 2 - x_0 - 2x_2 + w_2 \\
w_3 &= 1 + x_0 - x_2
\end{aligned}
\tag{3.21}
$$

Note que o dicionário acima é ótimo para o problema auxiliar e, mais ainda, a solução candidata x_1 = 2, x_2 = 0, w_1 = 1, w_2 = 0 e w_3 = 1 é factível para o problema original dado que δ= 0.

Obtendo Dicionário Factível: Eliminando a coluna de x_0 e introduzindo a função objetivo inicial, obtemos um dicionário factível para o problema original:

$$
\begin{aligned}
&\text{Maximize} \\
&\delta = -4 + 3x_2 - 2w_2 \\
&w_1 = 1 - 3x_2 + w_2 \\
&x1 = 2 - 2x_2 + w_2 \\
&w_3 = 1 - x_2
\end{aligned}
\tag{3.22}
$$

Pivoteamento: O dicionário acima não é ótimo, assim podemos fazer x_2 entrar na base e w_1 sair da base, obtendo o dicionário:

$$
\begin{aligned}
&\text{Maximize} \\
&\delta = -3 - w_1 - w_2 \\
&x_2 = \frac{1}{3} - \frac{w_1}{3} + \frac{w2}{3} \\
&x_1 = \frac{4}{3} + \frac{2}{3}w_1 + \frac{1}{3}w_2 \\
&w_3 = \frac{2}{3} + \frac{w_1}{3} - \frac{w_2}{3}
\end{aligned}
\tag{3.23}
$$

Portanto, encontramos uma solução ótima do problema original, onde $x_1 = \frac{4}{3}$ e $x_2 = \frac{1}{3}$, com valor objetivo igual a −3.

4 FUNDAMENTOS DE REDES DE TELEFONIA MÓVEL 3G

Neste Capítulo, apresentamos uma visão geral sobre as redes móveis celulares, que será objeto para a aplicação da proposta deste trabalho. Serão apresentados os elementos que as constituem de modo a fornecer base suficiente para o entendimento desta dissertação. Para detalhes mais aprofundados, é possível encontrá-los em várias publicações, como em livros [39], [40] e nas especificações técnicas do ETSI/3GPP [41], [42].

Serão apresentados conceitos baseados na rede 3G, que atualmente é a rede mais utilizada em redes de telefonia celular no Brasil. Apesar da implantação da rede 4G LTE estar em andamento, a rede 3G integrada com a rede 2G ainda se sobressai em termos de estrutura, quantidade de elementos, complexidade e tráfego, o que justifica seu uso na aplicação do objeto desta dissertação. Apesar disso, será citada a rede 4G e seus conceitos básicos.

4.1 HISTÓRIA E CONTEXTO

A primeira rede de telefonia móvel celular, AMPS (*Advanced Mobile Phone System*), sistema denominado 1G (primeira geração), em caráter de testes, foi lançada na cidade de Chicago, Estados Unidos, e tinha como o objetivo de oferecer apenas o serviço de voz. Após 36 anos, o mercado de telefonia móvel celular sofreu e vem sofrendo fortes mudanças, principalmente no que se diz respeito à diversidade dos serviços oferecidos pela rede: voz, dados, serviço de mensagens curtas (*SMS, Short Message Service*), serviço de mensagens multimídia (*MMS, Multimedia Message Service*), etc. Todas as transformações permitiram acessos cada vez mais rápidos e a atual convergência com a Internet [43].

Hoje, no Brasil, o número de usuários de telefonia móvel é superior aos de outros mercados mais populares, como a própria Internet, por exemplo. O gráfico 4.1 [44] fornece estimativa de mercado que permite verificar a quantidade de assinantes móveis em comparação aos demais meios de conexão de dados e voz.

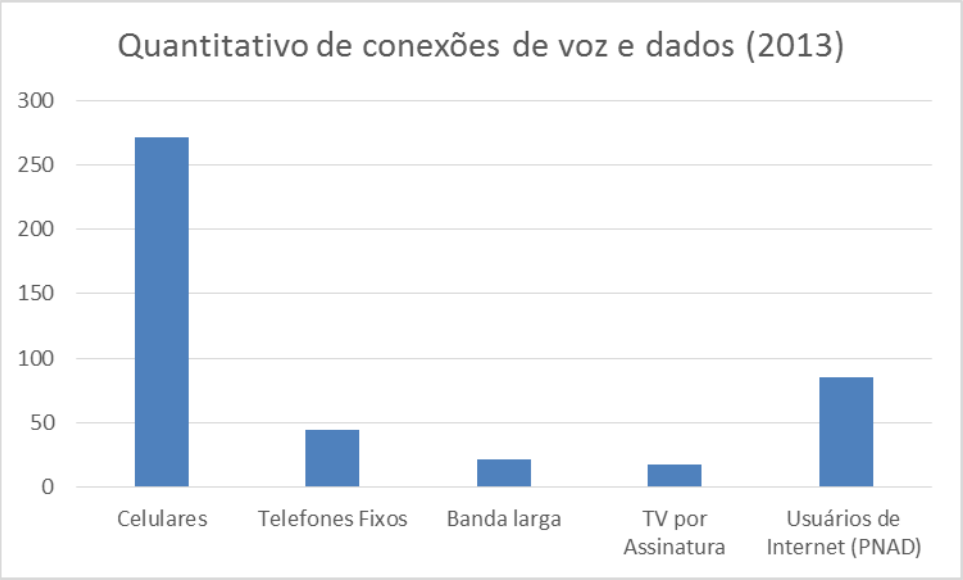


Figura 4.1: Quantitativo de conexões celulares comparadas aos demais tipos de conexões multimídia (milhões) [43].

O impacto das tecnologias móveis foi imenso. A comunicação móvel é agora vista como uma necessidade e é uma das tecnologias de maior demanda e crescimento mais rápido. Os sistemas móveis evoluíram com o tempo. Ao discutir diferentes desenvolvimentos nós falamos de gerações de sistemas.

Os sistemas de primeira geração foram analógicos e ofereceram quantidade limitada de serviços além de e não permitirem operar utilizando redes de diferentes países e operadoras. Os sistemas móveis de Segunda geração foram digitais e trouxeram vantagens significativas em termos de sofisticação de serviço, capacidade e qualidade. O GSM foi uma tecnologia 2G. O aumento da demanda para acesso móvel à Internet conduziu a mais desenvolvimentos dentro dos sistemas 2G. Assim nós falamos de sistemas 2.5G. *General Packet Radio Services* (GPRS) é um exemplo de uma tecnologia 2.5G e é uma tecnologia de comutação por pacotes padronizada possibilitando uso movel de Internet. Outras técnicas opcionais e padronizadas de redes móveis digitais apareceram ao longo do tempo incluindo técnicas Rede Inteligente (IN), técnicas de posicionamento móvel, SMS (mensagens curtas) e desenvolvimentos na sinalização e software de gerenciamento da rede [45].

Já que há vários sistemas 2G em diferentes espectros de frequência, elas não podem capturar um mercado global real em longo prazo, que vem demandando cada vez mais taxas de conexão de dados. Estes fatores conduziram ao conceito e implementação de sistemas de terceira geração (3G) que permitem comunicação, informação e serviços de entretenimento a ser entregues via terminais móveis em taxas maiores [45]. Os fundamentos para estes serviços já haviam sido colocados nos sistemas 2G, mas a fim de suportar tais serviços é necessária uma capacidade mais alta nos enlaces de rádio assim como compatibilidade entre sistemas a fim de fornecer acesso global completo. Um exemplo de um sistema 3G é o Sistema Universal de Telecomunicações Móveis (*UMTS, Universal Mobile Telecommunication System*).

A rede 3G foi toda implementada em uma camada acima da rede 2G, utilizando diversos componentes em comum, e se interconectando quando necessário para suprir a crescente demanda de tráfego de voz e de dados. As especificações das redes móveis 3G, também conhecidas como WCDMA, bem como as suas implementações, sofrem contínuas evoluções [45].

Atualmente, no Brasil, já dispomos comercialmente de redes implementadas no Release 8 (R8), o qual oferece a tecnologia chamada de quarta geração (4G), ainda com método de divisão de frequências em WCDMA, porém com o nome de tecnologia *Long-term evolution* LTE. A Figura 4.2 apresenta a evolução das taxas máximas no WCDMA.

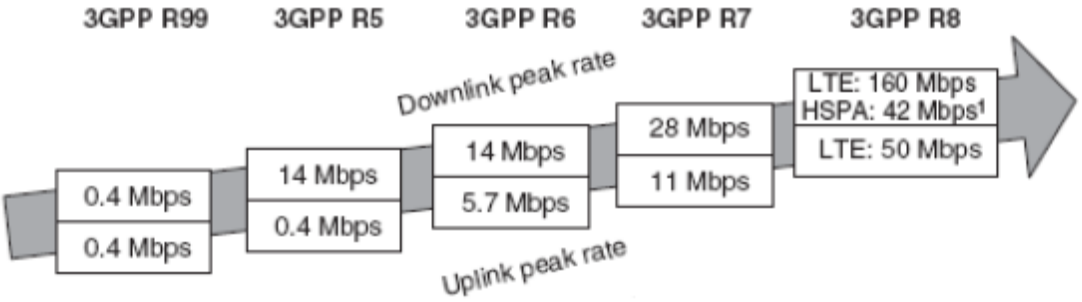


Figura 4.2: Evolução nas taxas no WCDMA [43]

As redes HSPA no R6 foram especificadas para permitirem taxas de até 14 Mbps para o download e 5,76 Mbps para upload [46]. Para isso, o acesso WCDMA na interface aérea sofreu uma série de modificações e melhorias [47] e ainda é utilizado nas redes 3G, que trabalham com a maior demanda de conexões atualmente. Além do incremento nas taxas de transmissão, outros benefícios como a redução na latência e aumento de capacidade de rede foram alcançados [48].

Resolvido grande parte do problema na interface aérea, principal limitador em transmissão de dados devido às restrições de espectro e bandas e técnicas de acesso e modulação, surgiu a especificação do *Long Term Evolution* (LTE) [49]. Para a implementação desta tecnologia, que permite conexões de dados para oferecer taxas de download de 100Mbps com o usuário em movimento e 1Gbps com o usuário parado e uma taxa de uplink de até 500Mbps, é necessária uma grande disponibilidade de banda nos demais elementos de rede, principalmente nas redes de transporte. Diante disso, é crescente a necessidade de otimização e melhoria do uso de recursos de transporte, melhoria do roteamento e diminuição de custos no transporte de voz e dados na rede, que abrange o objetivo deste trabalho.

As operadoras enfrentam um grande desafio de como se deve configurar e planejar os elementos constituintes de forma a proporcionar um serviço com o nível de desempenho adequado. No Brasil, após 2004, quando as primeiras redes EDGE foram implantadas, com taxas de conexão baixas, latência de dados alta e desempenho instável, passando por 2007 com as redes 3G, e agora com as redes 4G, já é mais viável prover uma rede com um alto grau de serviço e desempenho estável no que diz respeito à transmissão de dados. Aliado a isso, o volume de tráfego de voz também não parou de crescer. Conforme pode ser visto na Figura 4.3, somente nos anos de 2013 e 2014 o crescimento do número

de celulares no Brasil foi de mais de 6%, o que corresponde a mais de 8 milhões de linhas adicionadas por ano [50].

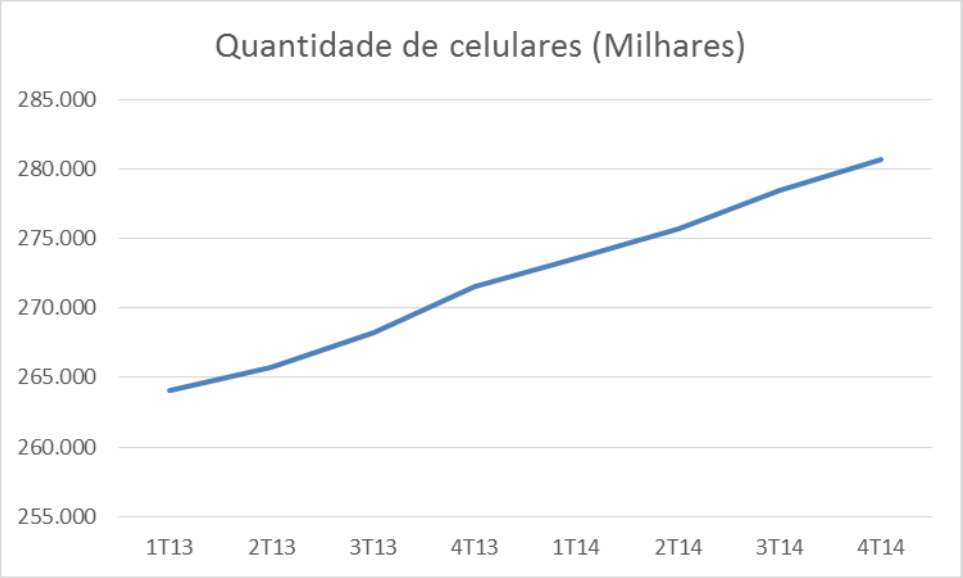


Figura 4.3: Crescimento da quantidade de celulares no Brasil em 2013 e 2014 [48].

A aplicação dos métodos de alocação de rotas e distribuição de tráfego em redes de telefonia celular, tema foco deste trabalho, será aplicada neste contexto, para otimização da distribuição do tráfego de voz em uma típica rede 3G comercial implementada e em funcionamento no Brasil. Diante disso, utilizaremos como referência, as topologias das redes 3G e 2G, que atualmente comportam o tráfego de voz na operadora utilizada em questão.

4.1 TOPOLOGIA DE UMA REDE UMTS

O padrão UMTS, um dos sistemas que atende aos requisitos do ITU para padrão do 3G, é o adotado em grande parte do mundo, incluindo o Brasil. Esse sistema suporta uma vasta gama de serviços e propicia acesso aos serviços tradicionais de Rede Telefônica Pública Comutada (RTPC-PSTN), a Rede Digital de Serviços Integrados (RDSI-ISDN) e, principalmente, a redes de serviços de dados baseado em IP, como a Internet e aplicações multimídia com eficiência e flexibilidade [43].

A interface aérea do UMTS, interface que conecta o usuário a rede, é o UMTS Terrestrial Radio Access (UTRA) e sua tecnologia de acesso de rádio é o *Wideband CDMA* (WCDMA), que opera com uma largura de banda de 5MHz para cada portadora e ainda permite as técnicas de duplexação *Frequency Division Duplex* (FDD) e *Time Division Duplex* (TDD). Inicialmente, fora proposto a sua operação na banda de freqüência de 2GHz. Posteriormente, outras faixas, utilizadas pelo 2G, foram especificadas para reuso pelo UMTS no modo FDD, listadas na Tabela I. As bandas I e V são as utilizadas no Brasil atualmente. Os sentidos de comunicação na interface aérea, ilustrados na Figura 4.4, são chamados de *Uplink* (UL) e *Downlink* (DL).

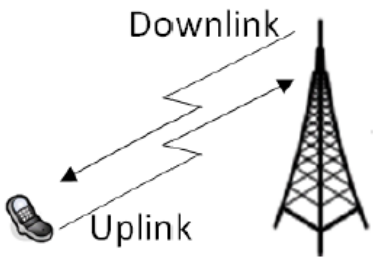


Figura 4.4: Downlink e Uplink

Tabela 4.1: Banda de frequências para o modo FDD - UTRA [62]

Banda	Frequências de Uplink (MHz)	Frequências de Downlink (MHz)	Espaçamento Duplex (MHz)
I	1920 – 1980	2110 – 2170	190
II	1850 – 1910	1930 – 1990	80
III	1710 – 1785	1805 – 1880	95
IV	1710 – 1755	2110 – 2155	400
V	824 – 849	869 – 894	45
VI	830 – 840	875 – 885	45
VII	2500 – 2570	2620 – 2690	120
VIII	880 – 915	925 – 960	45
IX	1749,9 – 1784,9	1844,9 – 1879,9	95
X	1710 – 1770	2110 – 2170	400
XI	1427,9 – 1447,9	1475,9 – 1495,9	48
XII	698 – 716	728 – 746	30
XIII	777 – 787	746 – 756	31
XIV	788 – 798	758 – 768	30
XV	Reservado	Reservado	-
XVI	Reservado	Reservado	-
XVII	Reservado	Reservado	-
XVIII	Reservado	Reservado	-
XIX	830 – 845	875 – 890	45
XX	832 – 862	791 – 821	41
XXI	1447,9 – 1462,9	1495,9 – 1510,9	48

As redes de telefonia móvel celular 3G/HSPA possuem elementos de redes e protocolos heterogêneos. A topologia típica de uma rede 3G, convivendo com uma rede 2G, é apresentada na Figura 4.5. A topologia da rede é dividida em duas redes: Rede de Acesso (*Access Network*) e a Rede Núcleo (*Core Network*). A Figura 4.5 apresenta as Redes de Acesso 2G e 3G. A Rede Core é formada por dois domínios: o domínio de Comutação por Circuito (*Circuit Switched - CS*) e o domínio de Comutação por Pacotes (*Packet Switched - PS*).

Este trabalho irá utilizar como exemplo de uma rede complexa, as conexões e topologias típicas de uma rede core, já que esta rede pode possuir diversas conexões entre seus elementos, e diversas possibilidades de entroncamentos e componentes, que serão detalhados posteriormente.

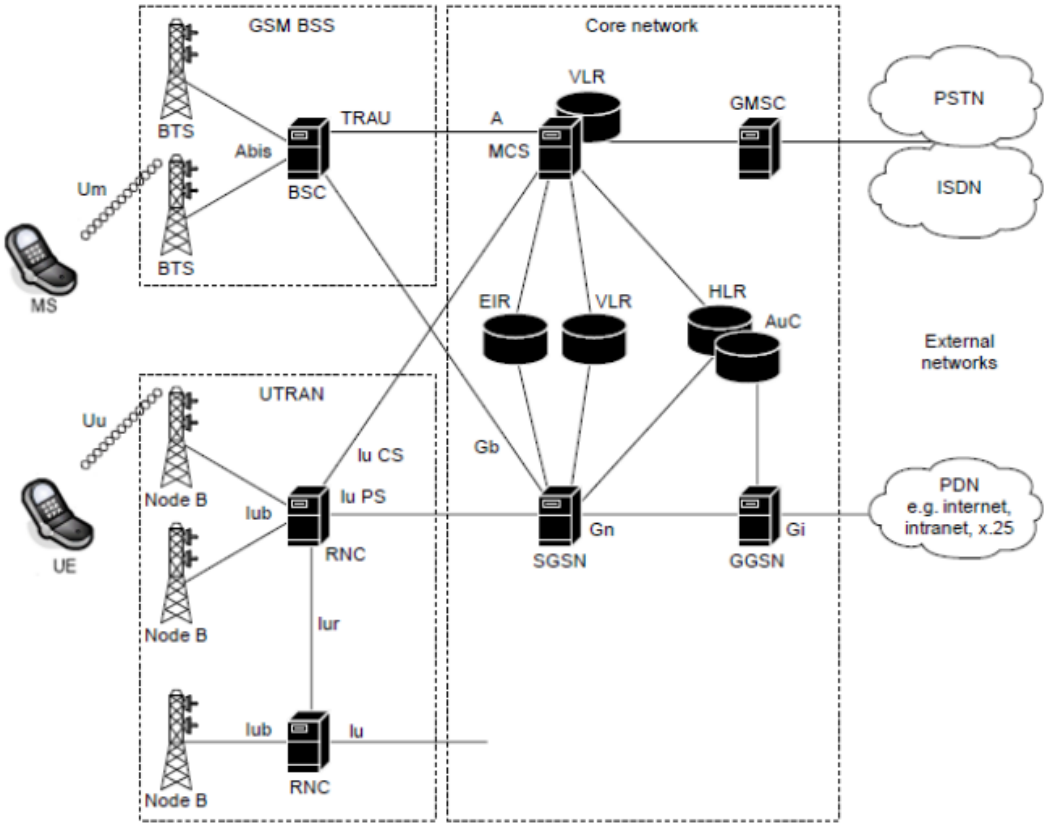


Figura 4.5: Topologia típica de rede GSM e UMTS [26]

Antes de detalharmos os principais elementos presentes na arquitetura de uma rede GSM/UMTS, vamos descrever os terminais móveis, definidos como *Mobile Station* (MS) no GSM e *User Equipment* (UE) no UMTS.

A MS compreende todos os componentes de hardware e software capazes de realizar a comunicação entre os usuários e a rede móvel. É composta do Equipamento ou Terminal móvel (*Mobile Equipment - ME*) e o SIM Card.

O Equipamento ou Terminal móvel (ME) permite o acesso à rede de acesso de rádio, via Interface de Rádio ou Interface aérea (Interface Um), servindo de interface homem máquina para o usuário. A interface Um é aberta. Cada Terminal possui uma identificação única através do IMEI (*International Mobile Equipment Identity*), que contém informações do fabricante, modelo e número de série de cada equipamento [51], [52].

Além do ME, temos o segundo elemento que compõe a MS, chamado SIM Card.

O SIM Card consiste de um chip de memória e um processador. É um módulo removível da ME e contém o International *Mobile Subscriber Identity* (IMSI) que é único para cada usuário.

Informações relacionadas com a rede e usuário, temporárias ou não, ficam armazenadas no SIM Card. Bem como, pode armazenar mensagens de SMS, aplicativos (SIM Application Toolkit - SAT), números de telefones, etc. A função fundamental do SIM, em conjunto com a rede GSM é autenticar e validar a MS quando do acesso à rede.

O UE, termo criado para o UMTS para designar a MS, tem funções similares a MS do GSM, diferenciando-se pela compatibilidade com o sistema UMTS/WCDMA. Sua interligação com a rede de acesso do UMTS é realizada através da interface aberta Uu. Basicamente, há dois tipos de UE: as que apenas utilizam a interface aérea do UMTS e as que podem utilizar o GSM e o UMTS, que são as mais comuns, pois a penetração das redes GSM ainda é grande nas atuais operadoras de telefonia celular, e assim é possível a utilização em ambas as redes.

O SIM Card no UMTS é chamado USIM, mas contém as mesmas funções do SIM Card. Inclusive, é usual a utilização de SIM Cards no UE.

Por se tratar de uma entidade em comum entre o 2G, 3G e até mesmo a rede 4G, ao nos referirmos a MS, também estamos nos referindo a EU [53].

4.1.1 REDE DE ACESSO DE RÁDIO - GSM

A rede de acesso do GSM também é conhecida sistema *Base Station Subsystem* (BSS) ou mesmo GSM/EDGE *Radio Access Network* (GERAN), e é composto de uma ou mais *Base Transceiver Station* (BTS) e uma ou mais *Base Station Controller* (BSC) [54].

A BSC tem o papel de controlar as funcionalidades das BTS através da interface A-bis, proprietária a cada fabricante. A rede de acesso de rádio do GSM interliga-se à Rede Core CS através da interface A e através da interface Gb à Rede Core PS.

Uma BSC controla um conjunto de BTS, onde a quantidade irá depender do tamanho e configuração da rede [45].

As principais funções da BSC são as de controlar, gerenciar e monitorar as BTS. Realizar o controle do processo de *Intercell handovers* (para inter-BSC handovers, a BSC conta com a ajuda da *Mobile Switching Center* - MSC) e gerenciar a alocação das frequências nas BTS, das sequências de *frequency-hopping* e demais recursos de rádio [45].

A BTS é composta de um ou mais transceptores (TRX), onde cada um suporta uma portadora e da unidade chamada *Transcoder/rate adapter* (TRAU), que faz o papel de converter voz codificada na interface aérea na taxa de 16kbps para as taxas de 64kbps (PCM), utilizadas normalmente nas redes de telefonia. Embora seja um componente da BTS, geralmente, a TRAU é instalada na mesma localização da MSC, entre a BSC e a MSC, reduzindo o número de circuitos de 2Mbps [45].

Controle da Interface com a MS e monitoramento do uplink, envio das informações de rede via o canal de controle, detecção dos acessos aleatórios de pedidos de handover realizados pela MS e cálculo da distância das MS e ajustes do Timing advance (TA) estão entre as principais funções da BTS [45].

4.1.2 REDE DE ACESSO DE RÁDIO - UMTS

A rede de acesso do 3G é chamada de UTRAN. Interliga-se com a Rede Core através da interface Iu.

A UTRAN é composta da controladora da rede rádio (*Radio Network Controller* - RNC) e da Node B. Juntas, formam o sistema *Radio Network Subsystem* (RNS).

As interfaces internas do UTRAN são as Iub e Iur. A Iub conecta a Node B à RNC e a Iur serve para conectar RNC entre si [45].

A RNC controla uma ou mais Nodes B. As interfaces entre a RNC e Rede Core podem ser duas, a depender de qual domínio a RNC se conecta. Se ao domínio CS, a interface em uso é a IuCS, que interliga a RNC a MSC. Se o domínio é de PS, a interface IuPS é a utilizada e a conexão é feita ao SGSN. Em ambos os casos, são interfaces abertas. A interface Iur, utilizada entre as RNC é do tipo lógica, podendo haver ou não uma conexão física entre as RNC. A RNC tem funções similares a BSC.

A RNC tem seguintes funções de gerenciar os recursos de transporte da Iub, controlar as Node B, gerenciar as informações do sistema, gerenciar o tráfego dos canais comuns e compartilhados, combinar/separar os streams de dados entre as Node B, gerenciar o soft handover, alocar os códigos de canal no Downlink, gerenciar o controle de potência na interface aérea e gerenciar os relatórios de monitoração da rede de rádio [45].

A Node B tem finalidade semelhante a uma BTS e tem as funções de implementar a sinalização lógica com a RNC, mapear os recursos lógicos com os recursos de hardware, transmitir as mensagens e informações da rede de acordo com os parâmetros definidos na RNC, medir as condições de rádio e reportas às camadas superiores, executar o processo de modulação - spreading e demodulação – despreading e processar as ações RF [45].

4.1.3 REDE CORE

A Rede Core serve ambas as redes de rádio, 2G e 3G, respectivamente o GERAN e o UTRAN. A Rede Core é formada pelos domínios CS e PS.

O domínio CS lida com as conexões por circuito comutado, como as chamadas de voz e de vídeo-chamada, enquanto as transferências por pacotes são tratadas pelo domínio PS. O domínio CS é baseado em torno da MSC e o domínio PS do SGSN.

A central de comutação na Rede Core, mais conhecida por MSC, é o coração do domínio CS [45].

Uma mesma MSC pode atender a ambos o GERAN e o UTRAN. Basta estar configurada com software e hardware necessários e compatíveis para atender aos requisitos de ambas.

A MSC tem interfaces, além das redes de rádio, com outras MSC, com a rede fixa, com o SGSN e outros elementos de caráter de armazenamento de registros como os *Home Location Register* (HLR), *Equipment Identity Register* (EIR) e *Authentication Center* (AuC). Fisicamente, o *Visitor Location Register* (VLR) é implementado numa MSC e a interface entre eles, interface B, é apenas lógica.

Várias redes de acesso, GERAN e UTRAN, podem estar conectados numa mesma MSC. Isto dependerá apenas do tamanho, tráfego e configuração da rede, bem como da capacidade de processamento e configuração da MSC, que poderá controlar as redes de acesso ou ter outras para suprir a demanda de tráfego de rede [45].

A MSC funciona como o ponto de coordenação do estabelecimento de chamadas entre o usuário (MS ou UE) dentro de sua área de abrangência e são responsáveis pelo gerenciamento do Paging, a alocação dinâmica dos recursos de comutação, do registro de localização do usuário, da interoperabilidade com outros tipos de redes, gerenciamento do Handover (especialmente inter-MSC handovers), bilhetagem, gerenciamento de parâmetros de criptografia, troca de sinalização entre diferentes interfaces, gerenciamento da alocação de frequências e controle e operação do cancelador de eco [45].

Uma área de serviço de MSC é composta de um número de LAs e representa a parte geográfica da rede controlada por um MSC. De modo a ser possível rotear uma chamada para uma MS, a área de serviço do MSC do assinante também é registrada e monitorada. A área de serviço de MSC do assinante é armazenada no HLR [45].

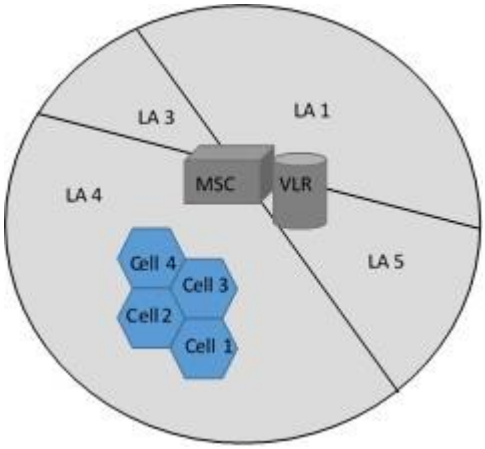


Figura 4.6: Área de serviço do MSC

O VLR armazena as informações das estações móveis dentro da área de atuação da MSC a que faz parte. Todas as estações ativas, visitantes ou não, em sua área de atuação terão as suas informações no VLR [45].

O VLR também recebe as informações dos usuários que ficam armazenadas no HLR, onde são permanentes, mas apenas as retém temporariamente, enquanto o usuário está ativo na sua área de atuação. Os dados do usuário armazenados no VLR são vários, a listar: *International Mobile Subscriber Identity (IMSI), Mobile Station International ISDN Number (MSISDN)*, *Mobile Station Roaming Number (MSRN), Temporary Mobile Station identity (TMSI), Local Mobile Station Identity (LMSI)*, quando utilizado pela rede, a área de localização (Location Area - LA) onde ocorreu o registro da MS, a Identificação/Número do SGSN, onde a MS se registrou e as localizações iniciais e finais da MS.

Há mais informações possíveis de se encontrar no VLR, mas dependem das funcionalidades que a rede suporta [45].

Os parâmetros de serviços suplementares também podem constar no VLR. Os procedimentos executados pelo VLR são os de autenticação com os elementos HLR e AuC, o de gerenciamento da chave de criptografia do usuário e transportada do HLR/AuC de origem do usuário, designação dos TMSI, rastreio do estado das MS que estão em sua área de abrangência e do suporte ao procedimento de *Paging* (informar o TMSI e a área de localização do usuário).

Já o HLR armazena o registro dos dados do usuário de forma permanente. Cada usuário ao ingressar numa operadora, tem o seu perfil armazenado num único HLR. O HLR pode ser implementado no mesmo equipamento que o MSC/VLR. Uma rede móvel pública pode possuir vários HLR [45].

Há dois tipos de informação armazenadas num HLR, a permanente e a temporária. A permanente nunca muda, a menos que o usuário altere alguma funcionalidade de um serviço suplementar ao seu perfil. Já os dados temporários compreendem a identificação do respectivo VLR, onde o usuário se encontra, e informações de criptografia, que podem mudar de chamada para chamada. Os dados do usuário podem ser acessados pelo o seu IMSI ou MSISDN [45].

Os dados permanentes no HLR, dentre outros, são o IMSI, MSISDN, categoria da MS, características de restrições de *roaming*, dados de grupo de usuários, parâmetros de serviços suplementares e a chave de autenticação [45].

Já os temporários são o LMSI, os parâmetros de autenticação e criptografia, a identificação/número da MSC e a identificação/número do VLR (onde o registro foi feito).

O EIR [55] é uma entidade lógica responsável por armazenar os IMEI usados no sistema e contém um ou mais banco de dados.

Os equipamentos móveis (ME) podem ser classificados em três listas [51]:

- *White list* (IMEI que estão permitidos para uso);

- *Black list* (IMEI das estações móveis que devem estar barradas. Ex.: roubadas);

- *Gray list* (IMEI que são rastreados para fins de avaliação ou outros propósitos).

Também, pode haver IMEI desconhecidos pelo EIR.

O AuC sempre acompanha o HLR. O Auc armazena a chave de autenticação do usuário e o IMSI correspondente. Estas informações têm caráter permanente e são criados quando o usuário inicia a sua assinatura na rede. Chave é utilizada para gerar o parâmetro triplo de durante o procedimento de autenticação na rede. A chave de criptografia Kc é também utilizada pelos algoritmos de criptografia.

A *Gateway MSC* (GMSC) é uma MSC dedicada para função de trânsito que se localiza entre a Rede Telefonia Pública Comutada RTPC (PSTN) e outra(s) MSC na rede celular. A GMSC faz a comutação de chamadas entre estas redes e, nas chamadas entrantes, interroga ao HLR pelas informações do usuário chamado. A depender do tamanho e configuração da rede, a MSC pode fazer o papel da GMSC [45].

O SGSN é o elemento central no domínio PS. Interage com o HLR/VLR/MSC e roteia os pacotes para o GGSN e no sentido inverso, para a UTRAN e GERAN. Também participa do procedimento de cifragem e autenticação do usuário que queira se registrar no domínio PS e da gerência de mobilidade dos usuários. Possui as informações dos usuários (IMSI, Identidades temporárias, P-TMSI, por exemplo, as informações do tráfego para bilhetagem e do endereço do Packet data protocol (PDP), que é o protocolo que transmite dados em forma de pacotes, além da localização (a célula ou área onde a MS está registrada, identidade/número do VLR e os endereços de cada GGSN que haja contextos PDP ativos) [45].

O SGSN se interliga ao UTRAN via a interface IuPS e ao GERAN via a interface Gb. E também tem interfaces com outros elementos da rede.

O GGSN corresponde ao GMSC. Ou seja, O GGSN é o responsável pelo roteamento de pacotes entre a rede celular e as redes externas, como a Internet, por exemplo. Tem o controle da alocação dinâmica ou não dos endereços IP para as MS. Assim como o SGSN, o GGSN também tem as informações dos usuários (IMSI, informações do tráfego para bilhetagem e endereço do PDP), bem como as informações de localização (os endereços de SGSN onde cada MS esta registrado).

O GGSN recebe as informações dos usuários e de localização do HLR e do SGSN [54].

4.1.3 O MEDIA GATEWAY E A O MEDIA GATEWAY CONTROLLER

O crescimento do transporte de voz sobre IP (VoIP) tornou indispensável interligar os vários tipos de redes existentes, a RCC (Rede de Circuitos Comutados), a Celular com as redes IP. Com esta intensão, surgiram os equipamentos chamados de *Mídia Gateways* (MGW), ou Gateways MG aplicados principalmente em redes NGN.

O *Next Generation Networking* (NGN) é um termo amplo para descrever algumas importantes evoluções arquiteturais em redes de telecomunicações. A ideia geral de NGN é que uma mesma rede transporte todas as informações e serviços (voz, dados e todos os tipos de mídias como o vídeo), encapsulando-os em pacotes tal como é feito o tráfego de dados na Internet. A NGN pode englobar protocolos diferentes, criando uma rede única. Um media gateway é um nó de rede que converte fluxos de mídia vindos de diferentes redes de telecomunicação como a rede pública de telefonia comutada, sinalização por canal comum ou redes NGN. Nesta última, permitem que comunicações multimídia possam utilizar vários protocolos de transporte como o ATM e o IP.

Com a utilização deste equipamento nas redes, as MSC´s tiveram seus papéis distribuídos entre as MGW´s e MGC (*Media gateway controllers*).

O Mídia Gateway possui um conjunto de funcionalidades que começa com a simples adaptação do transporte, a operacionalidade entre o tradicional e o novo protocolo de sinalização da chamada e envolve a compressão e descompressão da mídia, caso seja necessário.

Um *Media Gateway Controller* (MGC) é um sistema usado em arquiteturas de VOIP. Um MGC controla um certo número de Media Gateways e recebe informações de sinalização (como números discados) a partir do Media Gateway permitindo enviar e receber dados, voz entre outros. Há vários protocolos

que podem ser utilizados entre MGC e Media Gateway: SGCP, IPDC, MGCP e Megaco (também conhecido como H.248) [45].

Alguns MGCs pode interagir com outros protocolos de sinalização, como SS7 (para interligação com o sistema de telefonia tradicional), H.323 e SIP.

A arquitetura VoIP utilizando um MGC é às vezes chamado de arquitetura softswitch. Vantagens de uma arquitetura de softswitch são de que os Media Gateways são de fácil manutenção o controle em si fica por conta da MGC [45].

A Figura 4.7 demonstra um exemplo conceito da topologia Core da rede celular e suas conexões possíveis.

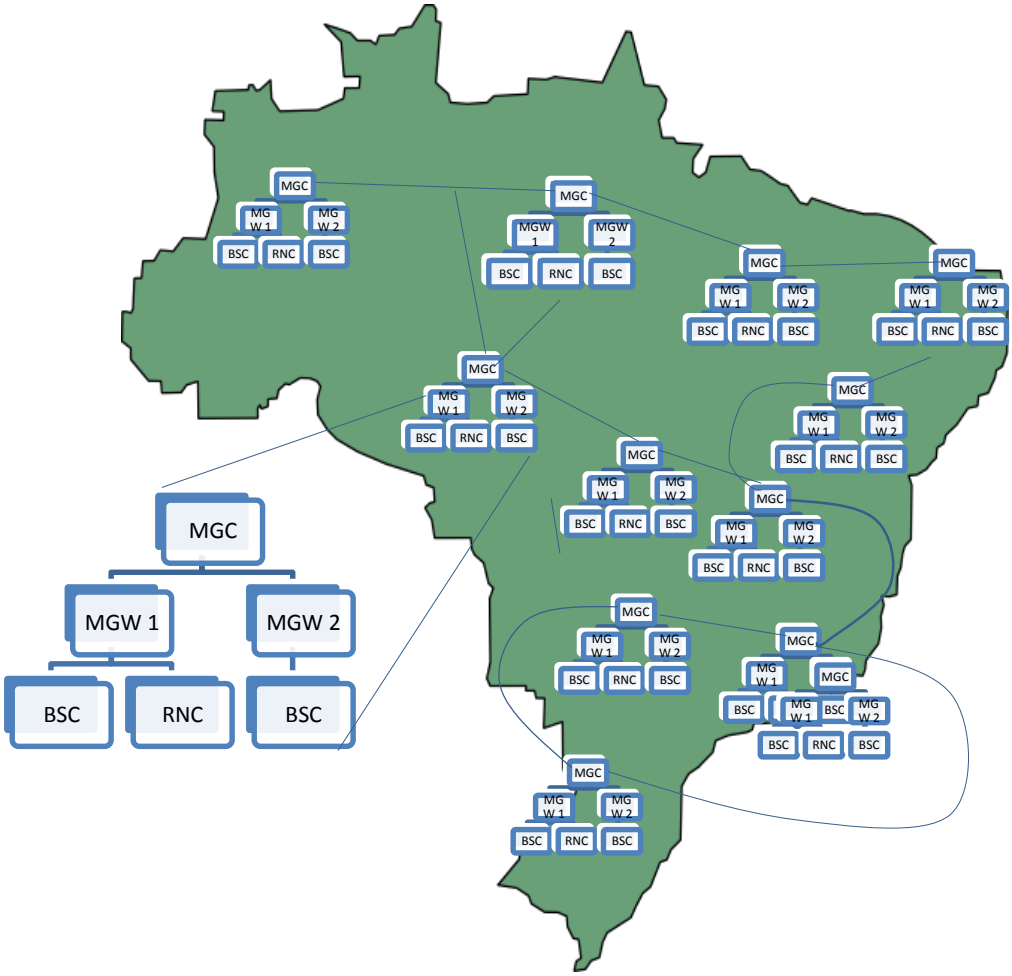


Figura 4.7: Exemplo de topologia do core da rede celular com MGW´s e MGC´s

4.2 ÁREAS DE SERVIÇO

A área de serviço do GSM/UMTS é toda a área geográfica na qual um assinante pode obter acesso a uma rede GSM/UMTS. A área de serviço aumenta conforme mais operadoras assinam contratos de

acordo para operarem juntas. Atualmente, a área de serviço do GSM/UMTS espalha-se por dezenas de países através do mundo, desde a Irlanda à Austrália e África do Sul e as Américas. O roaming internacional é o termo aplicado quando uma MS move-se de uma PLMN para uma outra quando está fora do país [45].

Figura 4.7: Relação entre áreas de serviço da rede celular [45]

As figuras 4.8 e 4.9 mostram visualizações alternativas da mesma rede:

• A Figura 4.8 mostra os nós de rede e seu layout através da rede. Para simplificação, isso pode ser referido como a visualização do hardware da rede.

• A Figura 4.9 mostra a configuração geográfica da rede. Para simplificação, isso pode ser referido como uma visualização do software da rede.

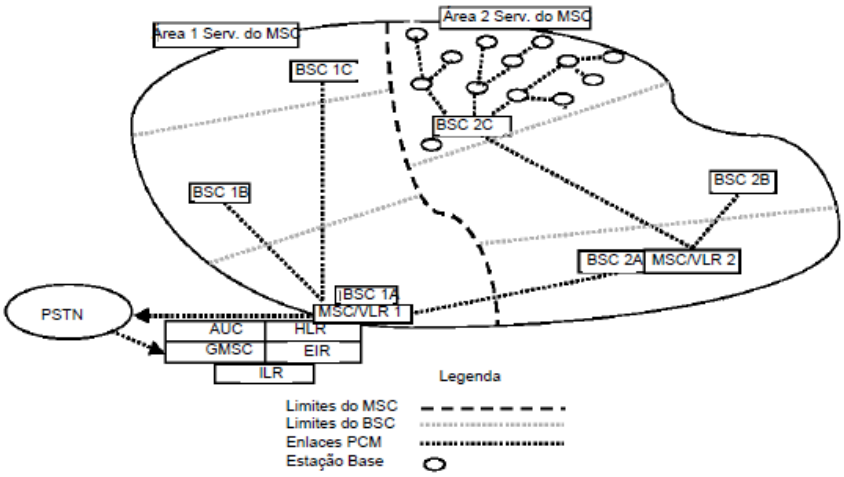


Figura 4.8: Visualização do “Hardware” de um exemplo de rede [45]

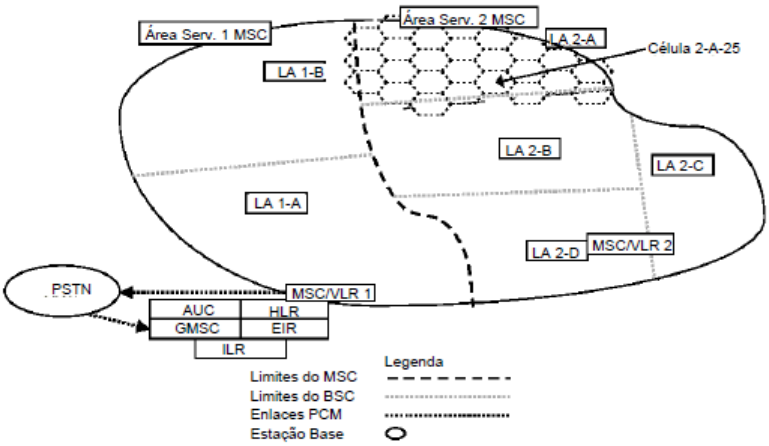


Figura 4.9: Visualização do “Software” de um exemplo de rede [45]

Como pode ser observado na Figura 4.8 e 4.9, os enlaces PCM são utilizados nas interfaces chamadas E, que serão detalhadas posteriormente. Estes enlaces em conjunto com os elementos MSC e BSC/RNC, formam redes complexas de encaminhamento de chamadas, que podem criar diversas possibilidades de transporte de tráfego entre dois elementos. Podemos ter, por exemplo, diversas áreas de serviço de MSC interconectadas, gerando possíveis caminhos entre os elementos para levar tráfego de uma BSC em uma área de serviço, até outra em outra área de serviço da rede. Esta diversidade de caminhos e elementos forma uma rede complexa, que será utilizada neste trabalho, de forma a otimizar a distribuição de fluxo de tráfego, permitindo o transporte mais eficiente possível de um ponto a outro da rede [45].

A distribuição de chamadas de voz entre pontos da rede cobertos por diferentes MSC´s é feita fisicamente através de meios de transmissão com grande capacidade, que podem utilizar diferentes tecnologias como VOIP, ATM, rotas ISUP (E1´s) entre outros. No próximo tópico abordaremos as características destas principais tecnologias.

4.3 TECNOLOGIAS DE TRANSMISSÃO ENTRE ELEMENTOS DA REDE CORE

A conexão entre elementos da rede que atendem diferentes áreas geográficas de uma operadora celular, é feita interconectando MSC´s ou MGW´s e pode utilizar de tecnologias diferentes de transmissão entre um elemento e outro. Características como o custo de transmissão, disponibilidade, capacidade desejada, empresas que fornecem aluguel de meios e qualidade de transmissão são decisivos na decisão da melhor tecnologia para a transmissão das informações entre estes elementos da rede Core de telecomunicações. Exemplos das tecnologias utilizadas em operadoras de telecomunicações, para conexão de elementos da rede core são descritos abaixo:

4.3.1 ATM

O ATM é uma tecnologia de comunicação de dados de alta velocidade usada para interligar redes locais, metropolitanas e de longa distância para aplicações de dados, voz, áudio, e vídeo.

Basicamente a tecnologia ATM fornece um meio para enviar informações em modo assíncrono através de uma rede de dados, dividindo essas informações em pacotes de tamanho fixo denominados células (cells). Cada célula carrega um endereço que é usado pelos equipamentos da rede para determinar o seu destino.

A tecnologia ATM utiliza o processo de comutação de pacotes, que é adequado para o envio assíncrono de informações com diferentes requisitos de tempo e funcionalidades, aproveitando-se de sua confiabilidade, eficiência no uso de banda e suporte a aplicações que requerem classes de qualidade de serviço diferenciadas.

Uma rede ATM é composta por:

• Equipamentos de usuários (PCs, estações de trabalho, servidores, computadores de grande porte, PABX, etc.) e suas respectivas aplicações;

• Equipamentos de acesso com interface ATM (roteadores de acesso, hubs, switches, bridges, etc.);

• Equipamentos de rede (switches, roteadores de rede, equipamentos de transmissão com canais E1 / T1 ou de maior banda, etc.).

A conversão dos dados para o protocolo ATM é feita pelos equipamentos de acesso. Os frames gerados são enviados aos equipamentos de rede, cuja função é basicamente transportar esses frames até o seu destino, usando os procedimentos roteamento próprios do protocolo.

A rede ATM é sempre representada por uma nuvem, já que ela não é uma simples conexão física entre 2 pontos distintos. A conexão entre esses pontos é feita através de rotas ou canais virtuais (virtual path / channel) configurados com uma determinada banda. A alocação de banda física na rede é feita célula a célula, quando da transmissão dos dados [56].

A Figura 4.10 apresenta uma rede ATM.

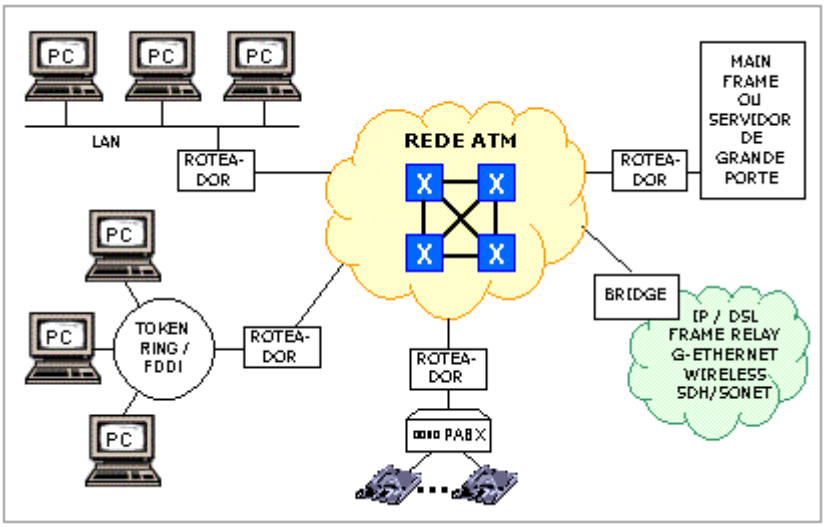


Figura 4.10: Componentes de uma rede ATM

4.3.1 PDH/SDH

O tráfego oriundo de uma central é transmitido a outra central em modo digital e pode ser transportado normalmente pelo padrão de transmissão PDH (Plesiochronous Digital Hierarchy) ou SDH (Synchronous Digital Hierarchy).

A tecnologia PDH é utilizada para o transporte de grandes quantidades de dados sobre equipamentos de transporte digital.

O sistema PDH permite que a taxa de transmissão fique normalmente em um patamar, porém, pode ter uma pequena variação em torno da taxa nominal.

O sistema PDH europeu, que é utilizado no Brasil, permite a construções de anéis PDH bidirecionais, que proporcionam grande confiabilidade por não perder a comunicação entre os equipamentos, mesmo que um venha a falhar [57].

A taxa de transferência de dados para o canal PDH básico é de 2048 kilobits por segundo (kbps) ou 2 megabits por segundo (Mbps), conhecidas como linha E1, conforme mostrado na tabela 4.0. Na aplicação de voz uma linha E1 é dividida em 30 canais de voz e 2 canais de sinalização e sincronismo, na qual cada canal da linha E1 possui 64 kbps.

Tabela 4.0: Canalização PDH [58]

Hierarquia Digital	Taxa de Bits		Estrutura típica
	Notação Usual	Valor Exato	
E0	64 Kbps	64 kbit/s	1 canal de voz
E1	2 Mbps	2 048 kbit/s	30 canais de 64 kbit/s
E2	8 Mbps	8 448 kbit/s	4 E1
E3	34 Mbps	34 368 kbit/s	16 E1
E4	140 Mbps	139 264 Kbit/s	64 E1 ou 4E3

O sistema SDH é um protocolo de comunicação de dados baseado em níveis hierárquicos utilizados para transportar dados em uma taxa de transmissão elevada, que pode chegar até 10 gigabits por segundo (Gbps), conforme tabela 4.1.

Nas linhas utilizando sistema SDH é possível transportar praticamente todo tipo de informação como voz, vídeo, dados ATM. O SDH utiliza multiplexação síncrona direta, isso significa que os sinais individuais podem ser multiplexados diretamente em um sinal SDH de taxa superior sem a necessidade de estágios de multiplexação intermediários [57].

Tabela 4.1: Canalização SDH [59]

Hierarquia Digital	Taxa de Bits		Estrutura típica de tributários
	Notação Usual	Valor Exato	
STM1	155 Mbps	155 520 kbit/s	63 E1 ou 3 E3
STM4	622 Mbps	622 080 kbit/s	4 STM1
STM16	2,5 Gbps	2 488 320 kbit/s	16 STM1 ou 4 STM4
STM64	10 Gbps	9 953 280 kbit/s	64 STM1, 16 STM4 ou 4 STM16

A informação oriunda dos canais (PDH ou SDH) passa pelo multiplexador, que tem a função de pegar vários canais e agrupá-los em um único canal a ser transmitido. Essa técnica de multiplexação permite aumentar a taxa de transmissão de um canal. Por exemplo, um multiplexador que possui 4 canais E1 na entrada com taxas de 2048 kbps cada, ao sair do multiplexador possuirá 8448 kbps, com isso é possível transportar mais informações em um mesmo canal. A informação, após ser multiplexada, é passada pelo codificador de canal que possui a finalidade de melhorar a confiabilidade da informação a ser transmitida, através dessa codificação o receptor terá a possibilidade de detectar e corrigir erros ocorridos no processo de transmissão. Nessa etapa é possível utilizar métodos para codificar a informação, como Código de linha ou Códigos para detecção e correção de erros, como por exemplo o FEC (Foward Error Correct).

Após passar pelo codificador de canal a informação é modulada transformando assim o sinal digital em um sinal analógico. Essa etapa de modulação é necessária, pois o sinal em banda base ocupa uma faixa de frequências, que se fossem transmitidas sem modulação, seria possível a transmissão de sinais de apenas um sinal contendo essa frequência, pois uma segunda fonte na tentativa de transmissão na mesma frequência de banda base causaria uma interpolação de dados das bandas de mesma frequência, não sendo possível recuperar o sinal no receptor. Com isso é utilizada a técnica de modulação para transportar a frequência de banda base em uma frequência mais alta, ocupando assim o espectro magnético.

5 MODELAMENTOS MATEMÁTICO E APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

As MSC´s e BSC´s são interligadas na rede através de várias rotas, e o tráfego entre estes elementos pode ser transmitidos através de diferentes tipos de transmissão. As várias opções de caminhos para se conectar dois elementos geram uma malha complexa, e por isso podem existir diversas opções de encaminhamento de chamadas e distribuição de fluxo de uma demanda de tráfego entre os elementos até a chegada em seu destino.

Uma MSC pode ser representada por um nó do grafo, as rotas serão as arestas do grafo e a capacidade da rota será dada em volume de tráfego de voz ou de dados. A demanda de tráfego de uma MSC será dada também em tráfego de voz, e deverá sair de um elemento qualquer de origem até um de destino, que pode ser uma BSC ou MSC. Os custos associados são vinculados aos custos financeiros, ponderados com a qualidade de cada uma das rotas. Por exemplo, rotas com meios alugados podem ser consideradas mais caras que rotas com meios próprios, e podem ser penalizadas com um maior custo. O custo também pode estar vinculado à qualidade de transmissão das rotas, onde pode ser analisado, por exemplo, a taxa de erro de transmissão ou taxa de retransmissão na rota, que é maior ou menor dependendo do tipo de transmissão. Ponderados os valores financeiros e de qualidade, podem ser definidos os valores de custo para cada rota.

Na Figura 5.1 temos um exemplo de rede complexa de telecomunicações real, onde pode ser aplicado o mesmo conceito citado acima. No exemplo é listada uma topologia de MSC´s interconectadas, que podem representar uma rede core que atende um estado ou mesmo região de cobertura de uma operadora celular. Estas MSC´s interconectadas formam um grafo, e permitem a distribuição do fluxo de chamadas em diversas configurações diferentes quando desejamos transportar uma demanda de tráfego entre o nó de origem (S) e o destino (T) exemplificado.

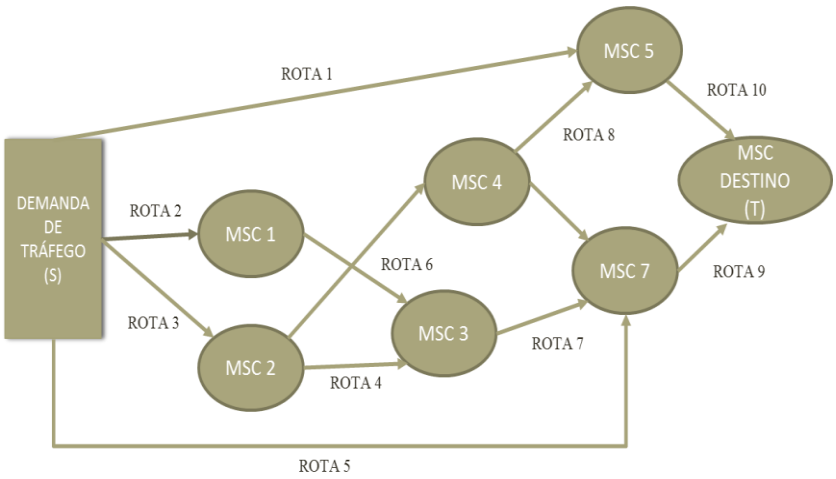


Figura 5.1: Exemplo real de rede de telecomunicações móveis.

É comum que em alguns trechos das redes de voz em empresas de telecomunicações, a configuração de roteamento das chamadas entre um ponto e outro da rede seja feita de forma fixa e pré definida, sem margens para alteração dinâmica dependente da mutação das capacidades e custos das rotas. Esta configuração usual pode gerar perda de receita e queda de qualidade na transmissão de informações com o crescimento e mutação da rede.

Ao utilizarmos um método computacional, configurado com base na planta vigente da rede, que também varia periodicamente, é possível recalcular e modificar o encaminhamento das chamadas de acordo com a demanda de forma periódica e mais simples.

5.1 EXEMPLOS DE GRAFO APLICADO A REDE CORE DE TELECOMUNICAÇÕES

Como visto no capítulo 3 deste trabalho, para problemas de fluxo de custo mínimo, o objetivo é transportar uma certa quantidade F de fluxo (≤ máximo permitido pela rede) da origem para o destino, com um custo total mínimo. A maior diferença deste tipo de distribuição de fluxo em relação ao roteamento tradicional é a possibilidade de distribuição do fluxo em determinados pontos, e sua junção posterior. Como a demanda de tráfego de voz pode ser dividida em conjuntos, torna-se aplicável a redes core de telecomunicações. Além da capacidade, cada aresta ou rota têm associado um custo (custo de transportar uma unidade de fluxo) [60]. Podem existir arestas de custo negativo (útil em problemas de maximização do valor, introduzindo sinal negativo). O custo negativo também pode ser associado ao favorecimento ao se tomar alguma rota, seja pelo baixo custo ou mesmo pela qualidade de conexão.

Tomaremos como exemplo o grafo orientado que pode representar uma rede de telecomunicações, conforme a Figura 5.2. Para o problema proposto na Figura 5.2, é necessária a formalização matemática que ocorrerá da forma descrita a seguir:

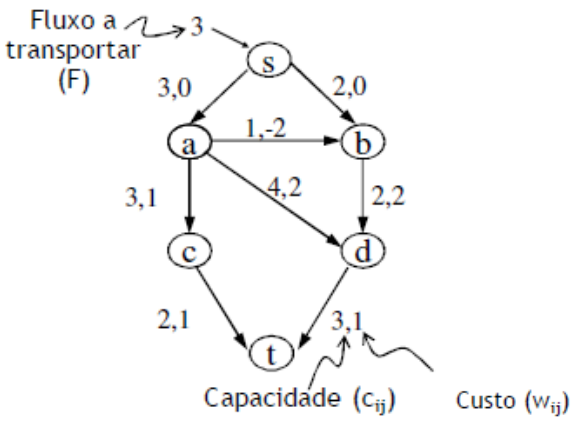


Figura 5.2: Exemplo de grafo com capacidades e custos em rotas, um nó de origem (s) e um nó de destino (t).

Consideraremos as seguintes variáveis de entrada:

c_{ij}- capacidade da aresta que vai do nó *i* a *j* (0 se não existir)

w_{ij}- custo de passar uma unidade de fluxo pela aresta (i, j)

F- quantidade de fluxo a passar pela rede

E a variável a ser calculada:

F_{ij} — fluxo que atravessa a aresta que vai do nó *i* para o nó *j* (0 se não existir)

Diante disso as seguintes restrições deverão ser impostas:

Restrições:

A primeira restrição do problema consiste em dizermos que o fluxo em cada rota deve ser maior ou igual a zero, para evitarmos valores negativos. O fluxo deverá ser também menor ou igual a capacidade de fluxo da rota, para evitarmos estouro da capacidade. Portanto a primeira formulação de restrição será:

$$0 \leq f_{ij} \leq c_{ij}, \forall_{ij}. \qquad (5.1)$$

Devemos restringir também o fluxo que entra e sai de cada nó, de forma que a quantidade total de fluxo que entra em um nó deve ser igual à quantidade total de fluxo que sai do nó, exceto para o nó de origem e destino, pois nestes o fluxo apenas entrará ou sairá do nó. Sendo assim a formulação será:

$$\sum_j f_{ij} = \sum_j f_{ji}, \forall_{i \neq s,t}. \qquad (5.2)$$

A terceira restrição diz respeito à quantidade de fluxo que deve passar pela rede ou grafo, limitando o valor total que sai do nó de origem deve ser igual ao fluxo que se deseja transportar na rede. A formulação desta restrição é dada conforme abaixo:

$$\sum_j f_{sj} = F. \qquad (5.3)$$

A função objetivo do problema será então minimizar o custo total de transporte dos fluxos, respeitando as restrições citadas acima. O custo total de transporte será o somatório dos custos de todas as rotas multiplicados pelos respectivos fluxos que passarão nesta rota. Sendo assim a formulação matemática será:

Função objetivo:

$$\text{Min} \sum_{ij} f_{ij} \times w_{ij.} \qquad (5.4)$$

5.2 MODELAMENTO MATEMÁTICO DO GRAFO DE EXEMPLO

Como exemplo de modelamento matemático, utilizaremos o problema representado na Figura 5.2. O problema de minimização exposto precisa agora ser modelado matematicamente para permitir que um algoritmo de otimização possa efetuar sua solução. Para isso deverão ser escritas as equações de cada um dos nós do grafo de exemplo da Figura 5.2.

Inicialmente designaremos uma variável para cada rota do grafo, seguindo a Tabela 5.1:

Tabela 5.1: Variáveis Das Rotas

Nó origem	Nó destino	Variável	Custo	Capacidade
s	a	x_1	0	3
s	b	x_2	0	2
a	b	x_3	-2	1
a	d	x_5	2	4
a	c	x_4	1	3
b	d	x_6	2	2
c	t	x_7	1	2
d	t	x_8	1	3

Definidas as variáveis, devemos verificar qual será a função objetivo do problema mostrado na equação de minimização (5.4). Considerando as variáveis designadas na Tabela I teremos:

$$0x_1 + 0x_2 - 2x_3 + x_4 + 2x_5 + 2x_6 + x_7 + x_8 \tag{5.5}$$

Escreveremos agora as equações de cada um dos nós, considerando a condição do problema:

Para o no “s” teremos quantidade total de fluxo a ser transportado, que, conforme Figura 5.2 é equivalente a 3. Portanto a equação será, todo fluxo que sai de “s” deverá ser 3:

$$x_1 + x_2 = 3. \tag{5.6}$$

No nó “a” teremos a condição normal dos nós intermediários que define que todo fluxo que entra no nó deve sair. Portanto teremos:

$$x_1 - x_3 - x_4 - x_5 = 0. \tag{5.7}$$

No nó “b” teremos o mesmo critério, portanto sua equação será:

$$x_2 + x_3 - x_6 = 0. \tag{5.8}$$

O mesmo para nó “c” e “d”:

$$Para\ c: x_4 - x_7 = 0 \tag{5.9}$$

$$Para\ d: x_5 + x_6 - x_8 = 0. \tag{5.10}$$

Não é necessário definirmos a condição final do nó t, pois consequentemente ele deverá receber todo o fluxo dos demais nós, já que é o nó que não possui condição de restrição.

Para as condições de valores máximos e mínimos de fluxo em cada rota, teremos também as inequações:

$$\begin{gathered} x_1 \geq 0\ e\ x_1 \leq 3 \\ x_2 \geq 0\ e\ x_2 \leq 2 \\ x_3 \geq 0\ e\ x_3 \leq 1 \\ x_4 \geq 0\ e\ x_4 \leq 3 \\ x_5 \geq 0\ e\ x_5 \leq 4 \\ x_6 \geq 0\ e\ x_6 \leq 2 \\ x_7 \geq 0\ e\ x_7 \leq 2 \\ x_8 \geq 0\ e\ x_8 \leq 3. \end{gathered} \tag{5.11}$$

As inequações foram definidas com a premissa de que os valores de fluxo devem ser menores do que suas capacidades em cada aresta. As capacidades foram mostradas na Figura 5.2.

De posse de todas as equações escritas para o exemplo, teremos agora que efetuar a otimização do sistema de equações e restrições. Para isso foi utilizada a função de otimização do MATLAB, chamada linprog, juntamente com a programação de entrada do grafo, montado de acordo com a necessidade do usuário. O programa calcula e desenha o resultado do melhor caminho a ser percorrido. A função linprog do MATLAB, por padrão, utiliza o método de solução por pontos interiores, mais adequado para problemas de larga escala, porém ele foi configurado através de parametrização para utilizar o método simplex.

5.3 RESULTADOS DO GRAFO DE EXEMPLO

Para validarmos o funcionamento do método Simplex no problema de fluxo de custo mínimo, aplicamos o método no exemplo proposto na Figura 5.2, através da implementação de um programa em MATLAB, que utiliza o método simplex para resolução da otimização. Como descrito no tópico 5.2, as restrições do problema são do tipo igualdades e inequações.

O programa permite a entrada dos dados do grafo, inserindo as ligações entre todos os nós, a capacidade e custo de cada um deles. Após a entrada dos dados o programa montará as equações de restrição, citadas no tópico 5.2 e aplicará a otimização simplex no sistema de funções objetivo e restrições de capacidade e conservação de fluxo.

Com a entrada dos dados no programa, temos a solução ótima do problema apresentada na tabela 5.2.

O máximo da função corresponde a dizermos que o menor somatório de fluxos nas rotas multiplicados pelos seus respectivos custos resulta em um custo final de valor 5 e cada rota deve ter o fluxo conforme informado na tabela 5.2 para que o custo total seja mínimo. Portanto, a solução ideal para o sistema de exemplo proposto será o da Figura 5.3, de acordo com as variáveis designadas na Tabela 5.1.

Tabela 5.2: Resultados Propostos Pelo Programa

Nó origem	Nó destino	Variável	Capacidade	Custo *(w)*	Fluxo proposto *(f)*
s	a	x_1	3	0	3
s	b	x_2	2	0	0
a	b	x_3	1	-2	1
a	d	x_5	4	2	0
a	c	x_4	3	1	2
b	d	x_6	2	2	1
c	t	x_7	2	1	2
d	t	x_8	3	1	1
				Soma(*w x f*)=	5

Máximo da função = 5

Custo mínimo (=$\sum w_{ij} f_{ij} = 5$)

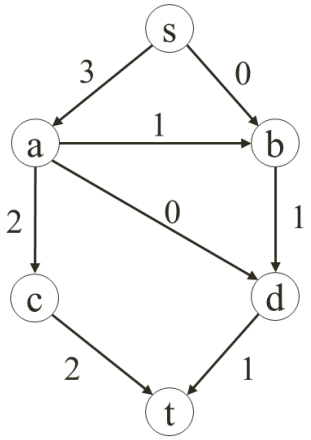


Figura 5.3: Resultado do fluxo de custo mínimo da otimização do problema mostrado na figura 5.2

Após a entrada dos dados, o programa verifica se a quantidade de tráfego a ser transportada é menor que a capacidade máxima de transporte do grafo, utilizando a mesma metodologia de cálculo do fluxo de custo mínimo.

Após verificada a limitação de fluxo de custo máximo, o programa monta as restrições e função objetivo e efetua a otimização do sistema para cálculo do fluxo ideal, utilizando o método simplex. O resultado é desenhado em cada etapa do programa.

A primeira etapa desenha as conexões entre os elementos, conforme mostrado na Figura 5.4.

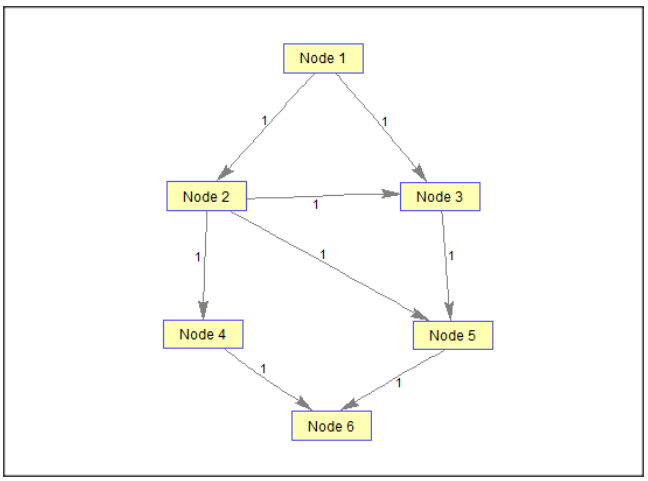


Figura 5.4: Diagrama de conexões gerado pelo programa

A segunda etapa desenha as capacidades das rotas, conforme a Figura 5.5.

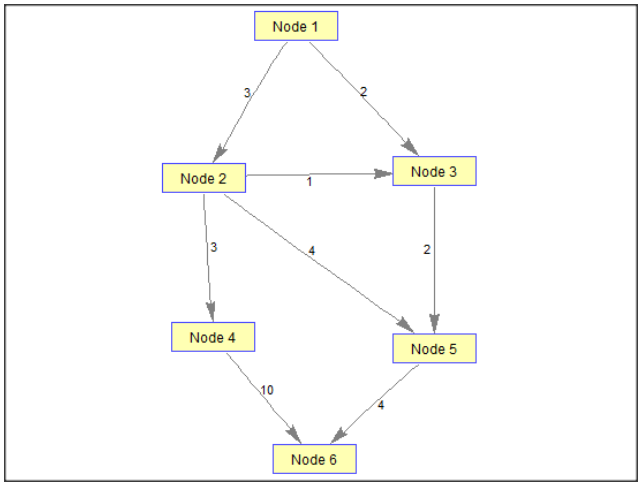


Figura 5.5: Diagrama que mostra as capacidades das rotas

A terceira etapa desenha os custos de cada rota, mostrados na Figura 5.6. Para os custos com valor zero, o programa não mostra conexões.

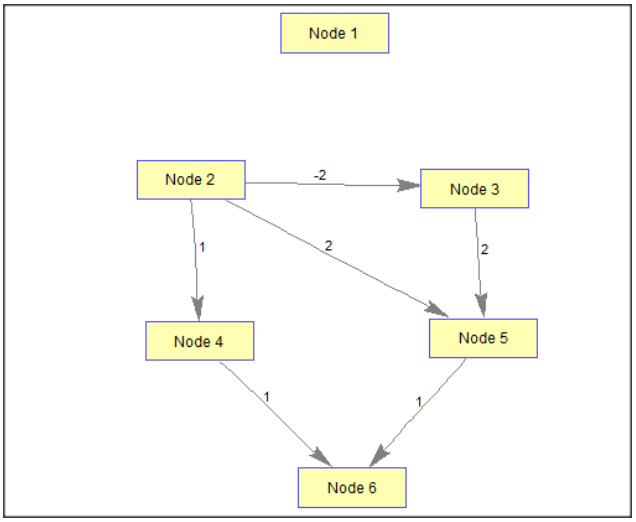


Figura 5.6: Diagrama que mostra os custos das rotas

Finalmente o programa calcula e imprime o fluxo ideal em cada rota para que o custo total seja o menor possível, conforme mostrado na Figura 5.7.

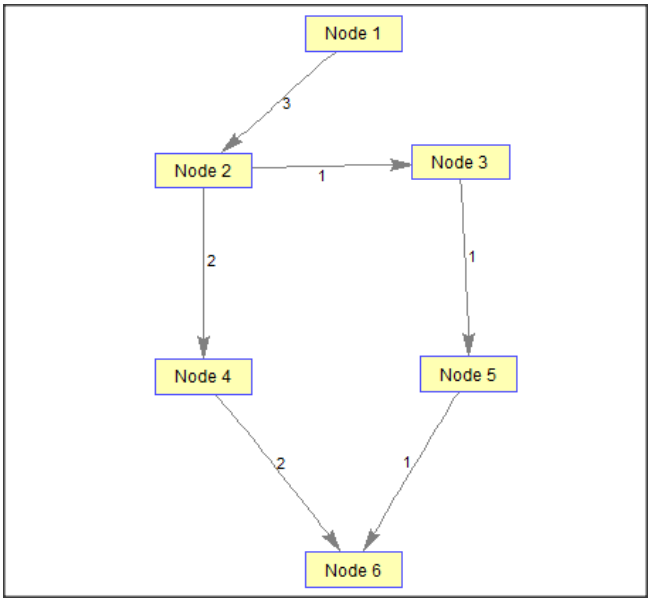


Figura 5.7: Diagrama que mostra a distribuição ideal de tráfego após processo de otimização

Verificamos que o diagrama coincide com os valores apresentados na tabela 5.2. O custo total alcançado, que foi o valor 5, é mostrado também na tela do programa.

Com as informações propostas pelo programa, o operador da rede de telecomunicações poderá criar ou atualizar o encaminhamento das chamadas de acordo com os valores propostos. Mudanças como o aumento de tráfego de demanda, ocupação das rotas e custo entre elas ocorrem a todo momento na rede, podendo gerar novos resultados e novas programações.

O resultado de sua otimização mostra que, de fato, a otimização linear Simplex pode resolver problemas deste tipo, e sua aplicação pode ser feita em redes maiores a partir do modelamento matemático adequado.

A aplicação desta técnica no ambiente das redes de telecomunicações, em algumas ocasiões, pode gerar uma otimização do uso dos recursos físicos e econômicos das redes, pois haverá o transporte de fluxo de tráfego de voz e dados com menor custo possível, em estruturas de centrais de telefonia e suas rotas. Pode ser observado por exemplo, no resultado mostrado de otimização de fluxo do grafo da Figura 5.8, é que o fluxo de algumas rotas pode ser nulo, o que indicaria para a operadora um possível cancelamento de uma rota de tráfego, gerando uma redução significativa de custo e manutenção. Observa-se também que a aplicação de custos negativos em algumas rotas não impossibilitou a otimização do sistema. Portanto os custos negativos podem ser utilizados quando existe necessidade de priorizar alguma rota por possuir características positivas, como baixo custo e alta qualidade.

Exemplos de cálculo de percentual de distribuição de fluxo de chamadas para redes *Core* sem o uso de ferramentas computacionais ou matemáticas existem em diversas situações nas empresas de telecomunicações. Quando é necessário encaminhar uma demanda de tráfego de uma nova MSC para outros pontos da rede, manualmente o operador calcula e configura o percentual de distribuição considerando custos arbitrários e com base empírica, além de capacidades fixas. Devido à

complexidade de cálculos e modificações, as configurações são feitas em apenas uma ocasião, e mantidas durante anos, mesmo após diversas alterações na rede. Será apresentado no presente trabalho, um exemplo que retrata um caso real de uma operadora de telecomunicações, e que manteve a configuração definida por 5 anos consecutivos.

Ao analisar os resultados deste capítulo, podemos estender o seu uso a redes reais e obter um ganho de custos e de velocidade de cálculo.

Para a rede apresentada em questão, com poucos elementos envolvidos, o desempenho computacional ao utilizarmos o método simplex foi satisfatório, não exigindo nenhum tipo de paralelismo ou otimização do algoritmo Simplex para efetuar o processamento.

Em caso de redes de maior complexidade, pode-se recorrer ao método Simplex de redes, que é um aperfeiçoamento do método Simplex, específico para o problema de fluxo em redes.

A seguir iremos demonstrar um comparativo da utilização ou não da metodologia e uma rede real de telecomunicações.

6 APLICAÇÃO DA METODOLOGIA EM UMA REDE REAL E COMPARATIVO DE RESULTADOS

Neste capítulo será apresentada a aplicação da solução proposta no trabalho em uma rede real de telecomunicações. Iremos comparar os resultados obtidos pela metodologia com o resultado alcançado na prática, aplicado em uma rede core de uma empresa de telefonia celular [70].

O exemplo prático foi obtido em uma empresa de telefonia celular, e é utilizado atualmente para encaminhamento de chamadas de uma região a outra envolvendo centrais de diferentes regiões. O grafo de exemplo é apresentado na Figura 6.1 e representa a porção da rede responsável por encaminhar uma demanda de tráfego da MSC1 (origem) para a MSC 8 (Destino). As quantidades de tráfego reais utilizadas serão detalhadas em seguida.

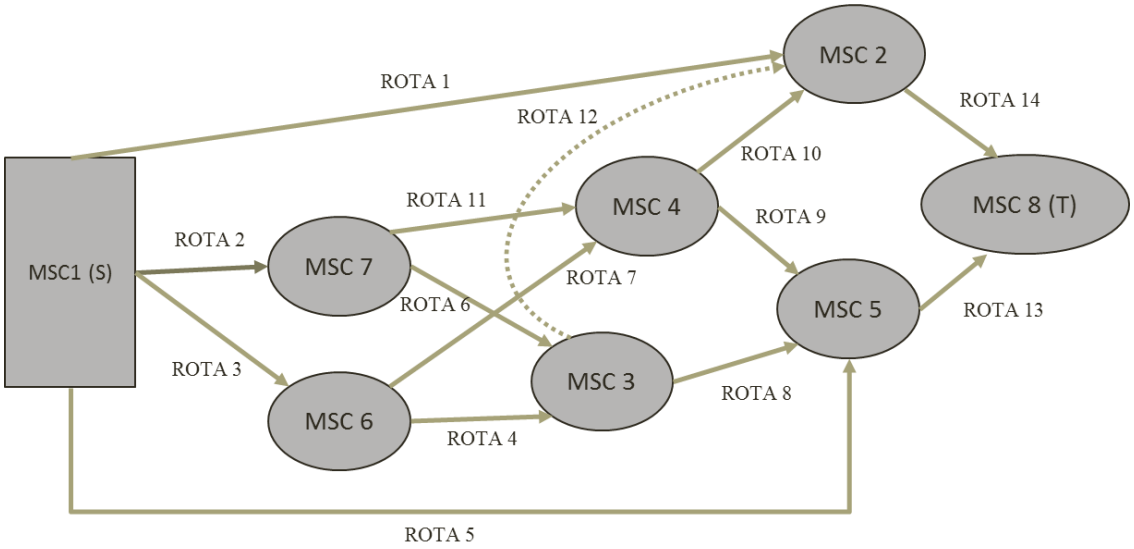


Figura 6.1: Grafo de uma Rede real de telecomunicações com 8 elementos e 14 rotas [12].

A central MSC1 se encontra no código de numeração DDD 38, em Minas Gerais. O objetivo do encaminhamento é levar a quantidade de **98 unidades de tráfego (Erlangs)** de voz, da central MSC1 para a MSC8. A MSC 8 se encontra em Montes Claros, outra cidade de Minas Gerais.

As centrais intermediárias estão localizadas na capital do estado, Belo Horizonte, e possuem conexões entre si, como mostrado na Figura 6.1, com diferentes capacidades e tipos de transmissão conforme tabela 6.1. A linha tracejada representa uma conexão direta entre a MSC3 e a MSC2, e foi assim desenhada para sobrepor as conexões mostradas na ROTA 11 e ROTA 7.

Conforme apresentado na tabela 6.1, verificamos que existem diferentes meios de transmissão para cada rota, o que implica em custos diversos para a operadora. Os meios próprios normalmente possuem custos menores que os meios alugados, e os meios de transmissão interna possuem menor custo, já que conectam diretamente dois elementos. Os diferentes tipos de meios mostrados no exemplo são descritos conforme tabela 6.2, juntamente com a associação de um custo. A associação

de um custo foi definida utilizando um valor numérico de peso, que é proporcional a intensidade de custo daquela solução.

Tabela 6.1: Identificação das rotas, suas capacidades e seus meios de transmissão [12].

ELEMENTO ORIGEM	ELEMENTO DESTINO	ROTA	TIPO DE TRANSMISSÃO	CAPACIDADE (ERL)
MSC 1	MSC 2	ROTA 1	BACKBONE PRÓPRIO	2084
MSC 1	MSC 5	ROTA 5	BACKBONE PRÓPRIO	485
MSC 2	MSC 8	ROTA 14	BACKBONE PRÓPRIO	127
MSC 3	MSC 2	ROTA 12	TRANSMISSÃO INTERNA	328
MSC 3	MSC 5	ROTA 8	TRANSMISSÃO INTERNA	328
MSC 4	MSC 2	ROTA 10	TRANSMISSÃO INTERNA	328
MSC 4	MSC 5	ROTA 9	MEIOS LOCAIS PROPRIOS	25
MSC 5	MSC 8	ROTA 13	BACKBONE PRÓPRIO	330
MSC 6	MSC 3	ROTA 4	MEIOS LOCAIS PROPRIOS	45
MSC 6	MSC 4	ROTA 7	MEIOS LOCAIS PROPRIOS	32
MSC 1	MSC 6	ROTA 3	BACKBONE ALUGADO	300
MSC 1	MSC 7	ROTA 2	BACKBONE ALUGADO	300
MSC 7	MSC 4	ROTA 11	TRANSMISSÃO INTERNA	450
MSC 7	MSC 3	ROTA 6	TRANSMISSÃO INTERNA	450

Para a associação de custo ao tipo de transmissão, levaremos em consideração os fatores de custo financeiro e de qualidade. Quanto maior o custo financeiro maior será o fator associado. O mesmo ocorre com o controle de qualidade e disponibilidade. Quanto maior o controle de qualidade e disponibilidade, menores são os custos deste quesito. A Avaliação destes itens irá resultar no fator de custo a ser associado a cada rota.

Outros fatores poderiam estar associados ao meio de transmissão para a definição do fator de custo, como taxa de erro do meio, existência ou não de meio redundante em caso de indisponibilidade, entre outros. Para simplificação, utilizaremos apenas os quesitos de custo financeiro e possibilidade de controle de qualidade de transmissão.

Para efeitos comparativos em uma rede em funcionamento, e após a otimização, foi utilizada uma escala hipotética de exemplo, com valores entre -1 a 3, onde o valor -1 foi utilizado para estimular o uso daquele tipo de transmissão, já que ele não possui custo para a operadora e pode ter grande capacidade e qualidade. Custos de 1 a 3 são utilizados para representar a ordem de grandeza de custos associados as rotas, além de qualidade de transmissão e disponibilidade. Os custos foram definidos conforme critérios abaixo:

Rotas de backbone alugado:

As rotas de backbone alugado pertencem a rede de interconexão principal da operadora celular, que possui meios de transmissão alugados de outras empresas. Os custos de aluguel dos meios variam de acordo com o contrato vigente e com a capacidade, disponibilidade, tipo de meio e empresa contratada, mas normalmente se tratam dos maiores custos de transmissão utilizados nas empresas.

O controle de disponibilidade e qualidade também depende das empresas contratadas, por isso o custo avaliado em termos de qualidade do meio e disponibilidade também aumenta. Diante disso, definimos para este meio de transmissão a escala de custo com valor 3.

Rotas de meios locais próprios:

As rotas meios locais próprios são rotas locais de menor capacidade, e que normalmente interconectam apenas dois elementos. Normalmente são circuitos SDH ou minilinks de rádio, que possuem baixo controle de disponibilidade e qualidade, porém, por serem próprios da empresa, possuem custos menores que os meios alugados. Como seus custos são menores que as rotas de backbone alugados, definimos a escala de custo com valor 2 para estas rotas.

Rotas de backbone próprio:

As rotas de backbone próprio, fazem parte da espinha dorsal de Rotas de interconexão da operadora. Elas podem interligar vários elementos, possuem maior capacidade e controle de qualidade e redundância. Por se tratar de meio de transmissão de propriedade da empresa, possui menor custo comparado as rotas de backbone alugadas. Por isso definimos a escala de custo com valor 1 para estas rotas.

Rotas com transmissão interna:

As rotas de transmissão interna são rotas virtuais entre dois elementos na mesma localização. Por terem a mesma localização, estas rotas possuem normalmente grande capacidade e são criadas a partir de jumpers diretos de fibra ótica ou cabos de alta velocidade. Possuem melhor qualidade de transmissão e o custo é nulo. Diante disso, estas rotas devem ser favorecidas para o transporte de tráfego. Assim definimos o peso das mesmas com valor negativo, estimulando assim o algoritmo a utilizar tais rotas. O valor foi definido como -1.

A tabela final de custos segue conforme tabela 6.2.

Tabela 6.2: Definição dos custos por tipo de transmissão

TIPO DE ROTA	CUSTO
BACKBONE ALUGADO	3
BACKBONE PRÓPRIO	1
MEIOS LOCAIS PROPRIOS	2
TRANSMISSÃO INTERNA	-1

6.1 CÁLCULO DO CUSTO DA REDE REAL, COM A CONFIGURAÇÃO UTILIZADA PELA OPERADORA

De posse dos valores de custo e capacidade de cada rota, faremos agora a análise do custo total de transporte de acordo com a configuração real, em execução na operadora de exemplo. A distribuição de tráfego na rede da operadora foi configurada com base em cálculos manuais, levando em conta as premissas de capacidade, e levando também em conta favorecer links com menor custo. A distribuição utilizada foi feita conforme apresentado na tabela 6.3.

Tabela 6.3: Distribuição de tráfego real feita na rede de exemplo de operadora

ELEMENTO_ORIGEM	ELEMENTO_DESTINO	ROTA	CAPACIDADE (ERL)	CUSTO	TRAFEGO PROGRAMADO REDE REAL (ERL)
MSC 1	MSC 2	ROTA 1	2084	1	34,3
MSC 1	MSC 5	ROTA 5	485	1	34,3
MSC 2	MSC 8	ROTA 14	127	1	49
MSC 3	MSC 2	ROTA 12	328	-1	7,35
MSC 3	MSC 5	ROTA 8	328	-1	7,35
MSC 4	MSC 2	ROTA 10	328	-1	7,35
MSC 4	MSC 5	ROTA 9	25	2	7,45
MSC 5	MSC 8	ROTA 13	330	1	49
MSC 6	MSC 3	ROTA 4	45	2	7,35
MSC 6	MSC 4	ROTA 7	32	2	7,35
MSC 1	MSC 6	ROTA 3	300	3	14,7
MSC 1	MSC 7	ROTA 2	300	3	14,7
MSC 7	MSC 4	ROTA 11	450	-1	7,35
MSC 7	MSC 3	ROTA 6	450	-1	7,35

Associando os tráfegos listados acima a Figura 6.1, verificamos que houve uma distribuição da maior parte de tráfego nas rotas 1 e 5 em detrimento a utilização das rotas 2, 3 e subsequentes, pois elas estão conectadas a elementos diretamente conectados ao elemento de destino, assim os passos para alcance do objetivo seriam menores. Porém estas rotas possuem transmissão de backbone próprio, que possuem custos associados mais altas que as transmissões internas. Assim houve também escoamento de parte do tráfego para as centrais intermediárias, visto nas rotas 2 e 3. Estas tiveram menor tráfego por necessitarem de mais saltos para alcançar o destino final [12].

Utilizando a lógica acima, e com os dados da tabela 6.3, podemos calcular o custo total de transporte da distribuição configurada conforme mostrado, multiplicando o tráfego de cada rota com seu respectivo custo, e obtendo a tabela 6.4.

Tabela 6.4: Cálculo do custo total de transporte da configuração real na rede

ROTA	CUSTO	TRAFEGO PROGRAMADO REDE REAL (ERL)	CUSTO DA ROTA
ROTA 1	1	34,3	34,3
ROTA 5	1	34,3	34,3
ROTA 14	1	49	49
ROTA 12	-1	7,35	-7,35
ROTA 8	-1	7,35	-7,35
ROTA 10	-1	7,35	-7,35
ROTA 9	2	7,45	14,9
ROTA 13	1	49	49
ROTA 4	2	7,35	14,7
ROTA 7	2	7,35	14,7
ROTA 3	3	14,7	44,1
ROTA 2	3	14,7	44,1
ROTA 11	-1	7,35	-7,35
ROTA 6	-1	7,35	-7,35
		Custo total	**262,35**

Pelo cálculo final, verificamos que o fator de custo total para transporte do tráfego de 98 Erlangs foi de 262,35 [12].

6.2 CÁLCULO DO CUSTO DA REDE REAL, COM A UTILIZAÇÃO DA FERRAMENTA DE ALOCAÇÃO ÓTIMA DE TRÁFEGO

O objetivo do trabalho é encontrar a solução ótima de distribuição de tráfego entre as rotas, de modo a tentar diminuir este custo total. Para isso iremos inserir os dados do grafo real no programa desenvolvido e utilizado no item 5.3.

Serão configurados 8 elementos e 14 rotas do grafo da Figura 6.1, com suas conexões e pesos, conforme tabela 6.5 abaixo [12]:

Tabela 6.5: Tabela de rotas, elementos, capacidades e custos da rede real

ELEMENTO_ORIGEM	ELEMENTO_DESTINO	ROTA	CAPACIDADE (ERL)	CUSTO
MSC 1	MSC 2	ROTA 1	2084	1
MSC 1	MSC 5	ROTA 5	485	1
MSC 2	MSC 8	ROTA 14	127	1
MSC 3	MSC 2	ROTA 12	328	-1
MSC 3	MSC 5	ROTA 8	328	-1
MSC 4	MSC 2	ROTA 10	328	-1
MSC 4	MSC 5	ROTA 9	25	2
MSC 5	MSC 8	ROTA 13	330	1
MSC 6	MSC 3	ROTA 4	45	2
MSC 6	MSC 4	ROTA 7	32	2
MSC 1	MSC 6	ROTA 3	300	3
MSC 1	MSC 7	ROTA 2	300	3
MSC 7	MSC 4	ROTA 11	450	-1
MSC 7	MSC 3	ROTA 6	450	-1

Figura 6.2: Tela de entrada de dados de conexões do grafo

A primeira análise do programa é verificar a capacidade máxima de transmissão com base nas rotas e capacidades entradas. Para isso o programa utiliza o conceito de fluxo máximo em um grafo. O programa então apresenta, com base nas capacidades e rotas, qual é o maior valor de tráfego possível a ser transportado no grafo em questão, desde a origem até o destino escolhido. O valor de fluxo máximo a ser transportado para o grafo, obtido pelo programa após a otimização, foi de 457 erlangs (erl). Como desejamos transportar apenas 98 erl, a solução deverá ser factível. Caso o valor transportado seja maior que o valor máximo possível, o programa informará a restrição.

Após a análise de capacidade, os diagramas serão desenhados pelo programa. O primeiro deles mostra o diagrama de conexões do grafo juntamente com as capacidades das rotas, conforme Figura 6.3.

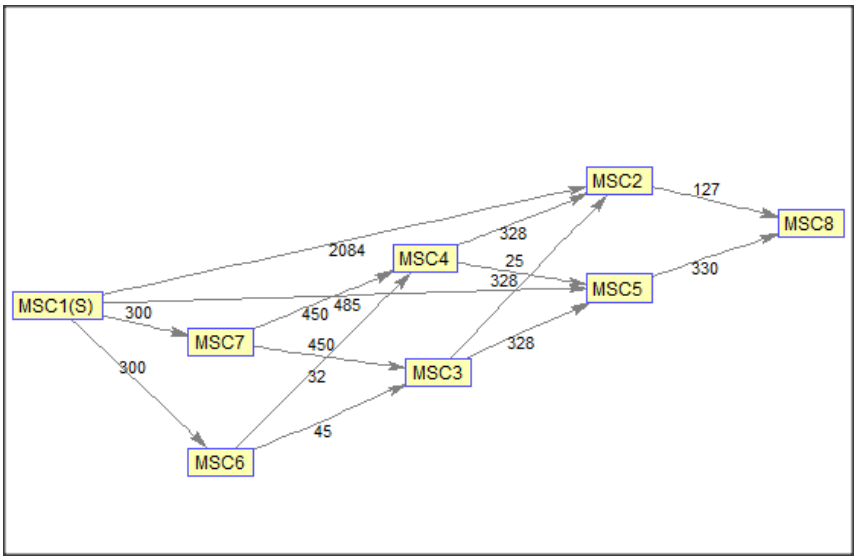


Figura 6.3: Diagrama de conexões e capacidades do grafo

Posteriormente o programa mostra os custos das conexões:

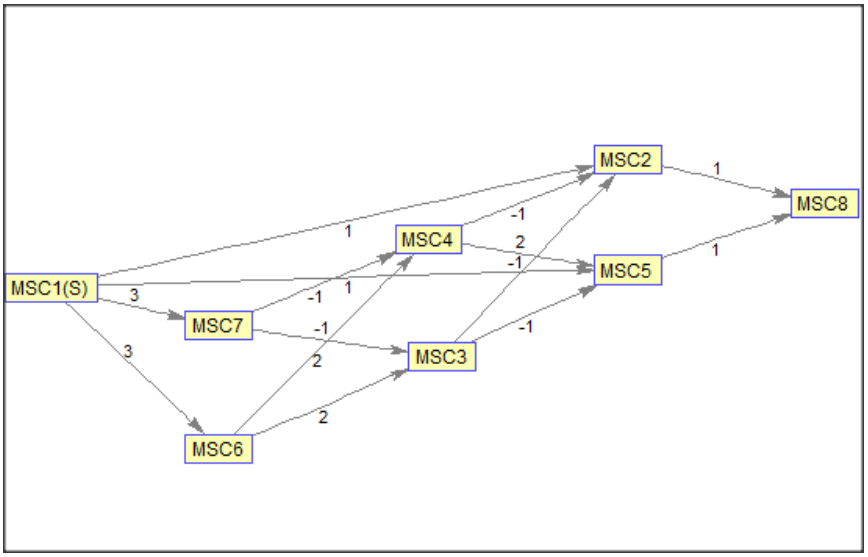


Figura 6.4: Diagrama de conexões e custos do grafo

E finalmente o programa apresenta as rotas que devem ser utilizadas, e o tráfego a ser alocado em cada uma delas, para obtenção do custo mínimo total. As rotas que não precisam ser utilizadas são mostradas em cor clara, com tráfego zerado, como mostrado na Figura 6.5.

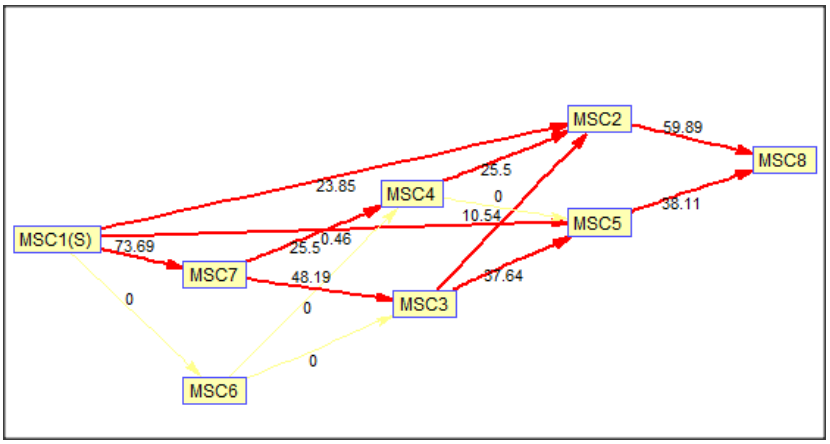


Figura 6.5: Diagrama de conexões proposto para custo total mínimo

A solução apresentada gera a tabela 6.6 de alocação de tráfego nos elementos. Juntamente com os custos de cada rota é possível calcular o custo local em cada rota gerado pelo tráfego sugerido, e é possível calcular o custo total de transporte, somando os custos locais [12].

Tabela 6.6: Resultado de tráfego e cálculo dos custos locais e global a partir da sugestão do programa

ELEMENTO ORIGEM	ELEMENTO DESTINO	ROTA	TIPO DE TRANSMISSÃO	CAPACIDADE (ERL)	CUSTO	TRÁFEGO REAL PROGRAMADO (ERL) (Fn)	CUSTO DA ROTA (Wn)
MSC 1	MSC 2	ROTA 1	BACKBONE PRÓPRIO	2084	1	23,85	23,85
MSC 1	MSC 5	ROTA 5	BACKBONE PRÓPRIO	485	1	0,46	0,46
MSC 2	MSC 8	ROTA 14	BACKBONE PRÓPRIO	127	1	59,89	59,89
MSC 3	MSC 2	ROTA 12	TRANSMISSÃO INTERNA	328	-1	10,54	-10,54
MSC 3	MSC 5	ROTA 8	TRANSMISSÃO INTERNA	328	-1	37,64	-37,64
MSC 4	MSC 2	ROTA 10	TRANSMISSÃO INTERNA	328	-1	25,5	-25,5
MSC 4	MSC 5	ROTA 9	MEIOS LOCAIS PRÓPRIOS	25	2	0	0
MSC 5	MSC 8	ROTA 13	BACKBONE PRÓPRIO	330	1	38,11	38,11
MSC 6	MSC 3	ROTA 4	MEIOS LOCAIS PRÓPRIOS	45	2	0	0
MSC 6	MSC 4	ROTA 7	MEIOS LOCAIS PRÓPRIOS	32	2	0	0
MSC 1	MSC 6	ROTA 3	BACKBONE ALUGADO	300	3	0	0
MSC 1	MSC 7	ROTA 2	BACKBONE ALUGADO	300	3	73,69	221,07
MSC 7	MSC 4	ROTA 11	TRANSMISSÃO INTERNA	450	-1	25,5	-25,5
MSC 7	MSC 3	ROTA 6	TRANSMISSÃO INTERNA	450	-1	48,19	-48,19

Custo total	**196**

Verificamos pela tabela 6.6 que o custo total mínimo alcançado foi de 196.

6.3 COMPARATIVO DOS RESULTADOS ENTRE CONFIGURAÇÃO REAL E SUGERIDA

A partir dos dados obtidos nas tabelas 6.4 e 6.6 é possível comparar o resultado do custo total de alocação configurado na prática e o custo que seria obtido com a utilização da otimização. No exemplo

da rede temos os valores de escala de custo total na prática de 262,35, conforme tabela 6.4, enquanto a sugestão de otimização gera um custo de 196, conforme tabela 6.6, considerando os custos mostrados na tabela 6.2. Observamos que se utilizarmos a solução sugerida, teremos uma redução, ou ganho de custo de 25,3% [12]. É um resultado ótimo se tratando de economia e qualidade em redes de telecomunicações.

Outra observação importante é que o programa sugere que algumas rotas não precisam ser utilizadas, que são as rotas em cor clara da Figura 6.5. A não utilização destas rotas pode permitir ações de economia, como o cancelamento contratual das mesmas ou a realocação destes meios para outros fins, gerando maior redução de custos financeiros.

Para contemplar cenários de falhas e indisponibilidade de alguma rota, o programa simula a ausência de todas as rotas do sistema, e recalcula o tráfego máximo a ser transportado e o novo custo total mínimo. A ausência de uma rota é calculada considerando que sua capacidade é nula no sistema de matrizes. Assim é possível identificar casos de rotas que podem ser realocadas, e ainda assim ocorrer a manutenção do custo total mínimo, e da capacidade de escoamento de tráfego dos elementos envolvidos.

Como os custos foram definidos a partir de premissas específicas de cada aplicação, foram testadas, com a mesma rede, outras escalas de custo para comparativo de resultados. O segundo teste ocorreu de acordo com os custos da tabela 6.7, que consideraram os custos iniciais, acrescidos de duas unidades, para evitar valores negativos.

Tabela 6.7: Custos originais acrescidos de 2 unidades para comparação dos resultados de otimização

TIPO DE TRANSMISSÃO	CUSTO ASSOCIADO
TRANSMISSÃO INTERNA	1
BACKBONE PRÓPRIO	3
MEIOS LOCAIS PRÓPRIOS	4
BACKBONE ALUGADO	5

Verificamos que com os custos listados acima, o custo da rede implementada atualmente subiu para o valor de 772,15, e o custo mínimo, mostrado após a otimização do sistema, foi de 588 unidades. Houve neste caso, uma redução de 24%. A redução de custo foi muito próxima a obtida utilizando a configuração inicial de custos, proposta neste trabalho pela tabela 6.2.

A distribuição de tráfego sugerida na rede real foi alterada significativamente após a mudança de custos, conforme mostrado na figura 6.6.

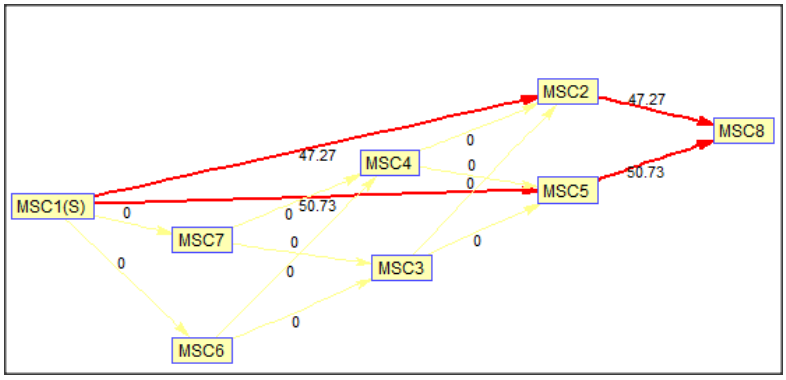


Figura 6.6: Fluxo proposto com novos custos da tabela 6.7

Para a terceira simulação, foram multiplicados os valores de custo originais pelo fator 2. A nova tabela de custos está descrita na tabela 6.8.

Tabela 6.8: Custos originais acrescidos de 2 unidades para comparação dos resultados de otimização

TIPO DE TRANSMISSÃO	CUSTO ASSOCIADO
TRANSMISSÃO INTERNA	-2
BACKBONE PRÓPRIO	2
MEIOS LOCAIS PRÓPRIOS	4
BACKBONE ALUGADO	6

Para estes valores de custo, o resultado de custo total da rede considerando o tráfego real programado foi de 524,7, e o custo mínimo, mostrado após a otimização do sistema, foi de 392 unidades. Houve neste caso, uma redução de 25,3%. A redução de custo foi idêntica a obtida utilizando a configuração inicial de custos, proposta neste trabalho.

A distribuição sugerida de tráfego após a nova otimização foi idêntica a sugerida com os pesos originais, conforme pode ser visto na figura 6.7.

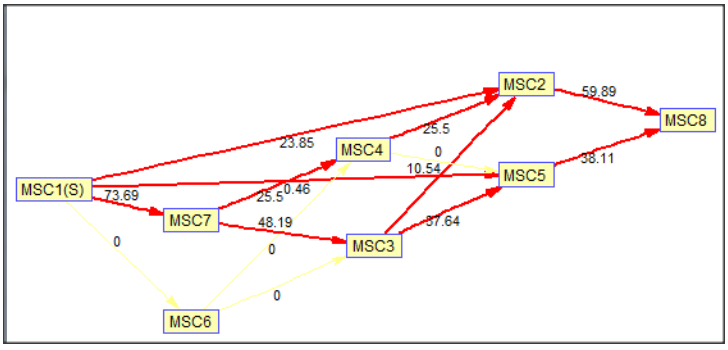


Figura 6.7: Fluxo proposto com novos custos da tabela 6.8

Isto demonstra que multiplicando todos os custos por um fator positivo, os resultados de otimização são mantidos.

Na quarta e última simulação, substituímos o valor de custo negativo por zero, diminuindo a diferença dentre os demais e retirando valores negativos de custos. A nova tabela de custos é mostrada na tabela 6.9.

Tabela 6.9: Tabela de custos original, considerando apenas o custo -1 como 0.

TIPO DE TRANSMISSÃO	CUSTO ASSOCIADO
TRANSMISSÃO INTERNA	0
BACKBONE PRÓPRIO	1
MEIOS LOCAIS PRÓPRIOS	2
BACKBONE ALUGADO	3

Para estes valores de custo, o resultado de custo total da rede considerando o tráfego real programado foi de 299,1, e o custo mínimo, mostrado após a otimização do sistema, foi de 196 unidades. Houve neste caso, uma redução de 34,5%. A redução de custo foi ainda maior que a obtida utilizando a configuração inicial de custos, proposta neste trabalho.

A distribuição sugerida de tráfego após a nova otimização foi bem diferente da original, conforme é mostrado na figura 6.8.

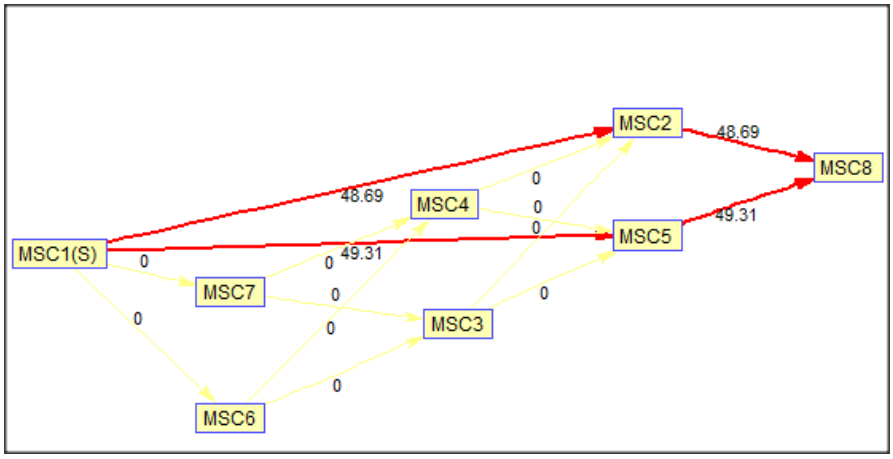


Figura 6.8: Fluxo proposto com novos custos da tabela 6.9

O resultado mostra que as rotas internas não foram priorizadas, conforme objetivo inicial, mesmo obtendo maior ganho de custo total.

Para simulação da otimização simplex não gerar um resultado factível, foi simulado no programa, o transporte de 458 unidades de tráfego (erl) da MSC1 para a MSC8. Como foi dito na seção 6.2, a capacidade máxima de fluxo do grafo analisado, para transporte da MSC1 para a MSC8 é de 457 unidades de tráfego. Para esta situação, o programa retornou erro, orientando que a capacidade máxima de transporte foi excedida, devido ao erro ao executar a rotina Linprog, como era esperado.

7 CONCLUSÕES

Neste trabalho buscou-se conceituar e analisar a aplicação de uma técnica de otimização para verificação de uma melhor distribuição de fluxo de tráfego em redes de telecomunicação móvel, comparando os custos de uma rede real, em funcionamento, com suas respectivas características de alocação de tráfego, com as sugestões geradas pelo programa desenvolvido. O conceito das otimizações se baseiam na teoria de grafos, no fluxo de custo mínimo e na técnica de otimização linear simplex para efetuar os cálculos e sugestões.

Foi apresentada um grafo de uma rede real, e o resultado de sua otimização mostram que, de fato, a otimização linear Simplex pode resolver problemas deste tipo, e sua aplicação pode ser feita em redes maiores a partir do modelamento matemático adequado.

No exemplo utilizado neste trabalho, e considerando os custos descritos, houve um ganho significativo, de mais de 20% ao utilizar as sugestões de encaminhamento geradas pelo programa. Isto comprova a eficiência do algoritmo e das técnicas utilizadas no trabalho para o exemplo citado, e a aplicação do mesmo em outros casos de encaminhamento de tráfego e de redes diferentes.

Verificamos também que a definição dos custos associados as rotas, e seus critérios, tem papel fundamental nos resultados de distribuição de tráfego. Nos testes efetuados neste trabalho, apesar de em todos eles demonstrar ganho efetivo acima de 20% no custo total, verifica-se que são sugeridas distribuições diferentes de tráfego, de acordo com os valores escolhidos. Concluímos também, que os valores negativos de custo tiveram efeito positivo no objetivo de priorizar determinadas rotas da planta, mesmo obtendo ganho de custo inferior comparados a distribuição real.

Observa-se também que a multiplicação dos custos por um fator positivo constante resulta nos mesmos resultados obtidos com os valores de custo originais.

A aplicação desta técnica no ambiente das redes de telecomunicações, pode gerar uma otimização do uso dos recursos físicos e econômicos das redes, pois haverá o transporte de fluxo de tráfego de voz e dados com menor custo possível, em estruturas de centrais de telefonia e suas rotas.

Ao analisar os resultados do trabalho, aplicados a redes reais, verificamos um ganho de custos e de velocidade de cálculo. Como exemplo, que pode ser observado no resultado mostrado, é que o fluxo de algumas rotas pode ser nulo, o que indicaria para a operadora a realocação e simplificação da rede para aquele caso de tráfego.

Para a rede apresentada em questão, o desempenho computacional ao utilizarmos o método simplex foi muito satisfatório, não exigindo nenhum tipo de paralelismo ou otimização do algoritmo Simplex para efetuar o processamento. Em caso de redes de maior complexidade, pode-se recorrer ao método Simplex de redes, que é um aperfeiçoamento do método Simplex, específico para o problema de fluxo em redes, ou a outros algoritmos possíveis para cálculo de distribuição do fluxo de custo mínimo, conforme citado no capítulo 3 deste trabalho, porém o método simplex obteve soluções factíveis par todas as topologias de rede simuladas, apresentando apenas solução não factível quando o tráfego necessário para transporte ultrapassava o valor de fluxo máximo comportado na rede.

A aplicação da ferramenta proposta pode aumentar o dinamismo da programação de encaminhamento de chamadas em diversas ocasiões, permitindo a adaptação da configuração de forma mais ágil e eficiente. A implementação do algoritmo foi relativamente simples, por se tratar de um método de otimização bastante difundido e objetivo. Além disso, a implementação de parâmetros de entrada para cálculo da rede, foi feito para auxiliar na entrada a ser analisada, juntamente com as informações de capacidade e custos associados as rotas. Isto possibilita que o programa se aplique a diversas configurações diferentes, permitindo seu uso em áreas distintas que envolvem otimização de distribuição de fluxo.

Outras ferramentas de entrada automática de dados da rede podem ser utilizadas. Como exemplo temos uma ferramenta que foi criada em Java e permite desenhar uma rede com suas capacidades ou custos associados, e assim gerar os dados de matrizes que podem ser utilizados no programa desenvolvido neste trabalho ou outros programas para otimização de redes e cálculo de fluxo de custo mínimo [61].

8 TRABALHOS FUTUROS

Como trabalho futuro, as seguintes ações são importantes para dar continuidade ao trabalho:

- Estudar a aplicação da otimização e do fluxo de custo mínimo para alocação de tráfego, considerando diferentes fontes e destinos de tráfego em conjunto.
- Avaliar casos de redundância de conexões, para definição de divisão de carga de tráfego e contemplar casos de indisponibilidade de rede.
- Aplicar outros algoritmos de otimização para obtenção de resultados diferentes de distribuição, como planos de contingência, ou buscando maios desempenho computacional para redes de grande escala.

9 BIBLIOGRAFIA

[1] Y. Bar-Yam, Dynamics of complex systems, Cambridge: Perseus Books, 2003.

[2] L. A. N. A. R. Guimerà, “Modeling the world-wide airport network,” *the European Physical Journal B,* p. 381–385, 2004.

[3] L. EULER, “Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis,” *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae,* p. 128–140, 1736.

[4] P. Erdös e A. Rényi, “On the evolution of random graphs,” *Publ. Math. Inst. Hung. Acad. Sci.,* pp. 17-60, 1959.

[5] V. L. Y. M. M. c. D.-U. H. S. Boccaletti, “Complex networks: Structure and dynamics,” *Phys.,* pp. 175-308, 2006.

[6] S. Milgram, “The small world problem,” *Psychol. Today,* p. 61–67, 1967.

[7] D. W. e. S. Strogatz, “Collective dynamics of „small-world‟ networks,” *Nature,* pp. 393-416, 1998.

[8] A.-L. Barabási e A. Réka, Emergence of scaling in random networks, 1999.

[9] R. Ahuja, T. Magnanti e J. Orlin, “Network Flows,” *Prentice Hall,* 1993.

[10] F. Alvelos, “Branch-and-price and multicommodity flows,” *PhD thesis, Departamento de Produção e Sistemas da Escola de Engenharia,* pp. Universidade do Minho, Portugal, 2005.

[11] J. Castro, Solving difficult multicommodity problems with a specialized interior-point algorithm., Annals of Operations Research, 2003.

[12] G. H. M. Almeida, “Traffic flow improvement in telecommunication networks using graph theory and linear optimization,” Valência, Espanha, 2015.

[13] A. MIRANDA, *Propriedades de Redes Complexas de Telecomunicações. M. Sc. Dissertação (Mestrado),* São Paulo: Escola de Engenharia de São Carlos, 2011.

[14] J. O. L. Amaral, “Complex networks: augmenting the framework for the study of complex pasystems,” *The European Physical Journal,* p. 147–162, 2004.

[15] M. Mitchell, “Complex Systems: Network Thinking,” *Artificial Intelligence,* pp. 1194-1212, 2006.

[16] T. E. Ulrik. Brandes, Network Analysis: Methodological Foundations, 1998.

[17] W. Duncan, “Small worlds: the dynamics of networks between order and randomness,” *Princeton University Press,* 2003.

[18] M. E. J. NEWMAN, “The structure and function of complex networks,” *SIAM Review,* p. 167–256, 2003.

[19] A. L. Barabási, Linked, Primus, 2003.

[20] B. Bollobás, Random graphs, Cambridge: Cambridge University Press, 2001.

[21] M. Carol e P. Joost, “Are Optical Networks Scale-free?,” 12 Outubro 2015. [Online]. Available: <http://www.science.uva.nl/~delaat/sne-2006- 2007/p31/report.pdf>.

[22] X. F. Wang e G. Chen, “Complex Networks: Small-Word, Scale-Free and Beyond,” *IEEE Circuits and System Magazine,* pp. 6-20, 2003.

[23] M. E. J. NEWMAN e E. A. LEICHT, *Mixture models and exploratory analysis in networks,* 2007, p. 9564–9569.

[24] P. v. Wijngaarden, “Error tolerance analysis of the Telefónica de España optical fiber network,” 10 10 2015. [Online]. Available: <http://essay.utwente.nl/58284/>.

[25] R. Albert, H. Jeong e A.-L. Barabási, “Diameter of the World- Wide Web,” *Nature,* pp. 130-131, 1999.

[26] A.-L. Barabási, R. Albert e H. Jeong, “Scale-free characteristics of random networks: the topology of the World Wide Web,” *Physica A, Elsevier,* p. 69–77, 2000.

[27] E. Yanmaz, 0. Tonguz e S. Dixit, “Power law property and self-organization in hybrid ad hoc wireless networks,” *In Proc. of 1st International Symposium on Wireless Pervasive Computing,* 2006.

[28] C. Pavan, R. M. Morais, F. Rocha e A. N. Pinto, “Generating realistic optical transport network topologies,” *J. Opt. Commun. Netw.,* p. 80–90, 2010.

[29] N. Skorin-Kapov, 0. Tonguz e N. Puech, “Self-Organization in Transparent Optical Networks: A New Approach to Security,” em *9th International Conference on Telecommunications - ConTEL 2007*, Zagreb, Croatia, 2007.

[30] S. Lim, C. Yu e C. Das, “Clustered Mobility Model for Scale-Free Wireless Networks,” em *31st IEEE Conference on Local Computer Networks 2006*, 2006.

[31] V. Krebs, “The Social Life of Routers: Applying Knowledge of Human Networks to the Design of Computer Networks,” *The Internet Protocol Journal,* pp. 14-25, 2000.

[32] M. E., Optimization Algorithms for Networks and Graphs, Ed. Marcel Dekker Inc, 1990.

[33] S. M.M. e N. D., Discrete Optimization Algorithms With Pascal Programs, Englewood Cliffs: Prentice Hall, Inc, 1983.

[34] V. CAMPOS, MÉTODO DE ALOCAÇÃO DE FLUXO NO PLANEJAMENTO DE TRANSPORTES EM SITUAÇÕES DE EMERGÊNCIA: DEFINIÇÃO DE ROTAS DISJUNTAS Tese (Doutorado), Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 1997.

[35] L. FORD e D. FULKERSON, Flows in Networks, Princeton: Princeton Univ. Press, 1962.

[36] V. B. G. Campos, Método de alocação de fluxo no planejamento de transportes em situações de emergência: : definição de rotas disjuntas, Rio de Janeiro: Tese de doutorado, 1997.

[37] V. Chvatal, Linear Programming, W. H. Freeman, 1983.

[38] R. J. Vanderbei, Linear Programming: Foundations and Extension, Kluwer Academic Publishers, 2001.

[39] W. C. Y. Lee, Wireless and cellular telecommunications, McGraw-Hill, 2006.

[40] M. Assaad e D. Zeghlache, TCP performance over UMTS-HSDPA systems, Auerbach, 2007.

[41] E. T. 1. 1. V9.0.0, Technical Specification. Universal Mobile Telecommunications System (UMTS); General Universal Mobile Telecommunications System (UMTS) architecture, 2010.

[42] E. T. 1. 4. V8.3.0, *Technical Specification. Universal Mobile Telecommunications System (UMTS); UTRAN Iu interface Radio Access Network Application Part (RANAP) signaling,* 2009.

[43] E. H. d. Melo, Análise de tráfego de redes 3G/HSPA, Recife, 2010.

[44] “The size of the Mobile Market - iStrategy 2009,” Março 2010. [Online]. Available: http://image.freecy.tk/images/680_090903_IS_mobile.png.

[45] *Ericsson GSM System Survey,* 2010.

[46] “white paper from the UMTS Forum - Mobile Broadband Evolution: the roadmap from HSPA to LTE.,” Fevereiro 2009. [Online]. Available: http://www.umts-forum.org/.

[47] I. Forkel, H. Klenner e A. Kemper, “High Speed Downlink Packet Access (HSDPA) – Enhanced Data Rates for UMTS Evolution,” *Computer Networks,* pp. 325-340, 2005.

[48] H. Holma e E. A. Toskala, HSDPA/HSUPA for UMTS: High Speed Radio Access for Mobile Communications, Wiley, 2006.

[49] H. H, A. Toskala, K. Ranta-aho e J. Pirskanen, “High-Speed Packet Access Evolution in 3GPP Release 7,” *IEEE Communications Magazine,* 2007.

[50] T. Estatísticas. [Online]. Available: http://www.teleco.com.br/estatis.asp.

[51] *ETSI TS 122 016 V9.0.1,* 2010.

[52] *V9.3.0, ETSI TS 123 003,* 2010.

[53] *ETSI TS 122 100 V3.7.0,* 2001.

[54] M. Mouly e M. B. Pautet, The GSM System for Mobile Communications, 1992.

[55] *ETSI TS 129 002 V9.2.0 (2010-07),* 2010.

[56] “Conceitos ATM,” Março 2015. [Online]. Available: http://www.teleco.com.br/tutoriais/tutorialatm/pagina_1.asp.

[57] V. SOARES NETO e J. GAMBOGI NETO, Redes de alta velocidade; sistemas PDH e SDH, São Paulo: Erica, 2002.

[58] “Conceito de TDM,” Março 2015. [Online]. Available: http://www.teleco.com.br/tutoriais/tutorialtdm/pagina_2.asp.

[59] “Conceito de SDH,” Março 2015. [Online]. Available: http://www.teleco.com.br/tutoriais/tutorialrsdh/pagina_1.asp.

[60] J. D. Johnson, Efficient algorithms for shortest paths in sparse networks, 1977.

[61] T. Baloukas, K. Paparrizos e A. Sifaleras, “Teaching Note—An Animated Demonstration of the Uncapacitated Network Simplex Algorithm. INFORMS Transactions on Education 10(1),” 2009. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.1287/ited.1090.0026.

[62] *ETSI TS 125 101 V9.4.0,* 2010.