

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - PPGEL

Associação ampla UFSJ / CEFET-MG

Projeto e implementação de um sistema de automação  
de baixo custo em ciclo ergômetro carregado por fricção  
para pessoas com deficiência motora

Eduardo Pinto Magalhães

Orientador: Doutor Márcio Falcão Santos Barroso

São João del-Rei, 10 de abril de 2020.

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - PPGEL

Associação ampla UFSJ / CEFET-MG

Projeto e implementação de um sistema de automação  
de baixo custo em ciclo ergômetro carregado por fricção  
para pessoas com deficiência motora

## Eduardo Pinto Magalhães

Dissertação apresentada à banca examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, associação ampla entre a Universidade Federal de São João del-Rei e o Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Doutor Márcio Falcão Santos Barroso

São João del-Rei, 10 de abril de 2020.

*À vida.*

## Agradec, o:

a Deus, por sua criação;

ao professor Márcio Falcão Santos Barroso, orientador deste trabalho. Seu rigor intelectual e suas observações meticulosas contribuíram não só para o desenvolvimento do sistema, como também para a minha formação como engenheiro. Agradeço-lhe ainda a oportunidade que me foi dada;

ao professor Eduardo Bento Pereira, pelas preciosas conversas sobre a vida e discussões científicas, pelos contatos proporcionados com outros alunos e pesquisadores e pela participação nos eventos de Engenharia Elétrica;

ao colegas do GCOM, pelos momentos de troca de conhecimentos em engenharia;

ao acadêmico Thiago Almeida Santos, pela seriedade e competência com que participou comigo de trabalhos científicos;

aos acadêmicos Rochane Tito Zardini, Wenderson de Souza Silva, Augusto da Silva Quaglia, Ricardo Miguel Ferreira, Victor Lattaro Volpini, Rafael Souza Santandrea e Luis Fernando de Souza Freire, pelo apoio durante a realização deste trabalho;

à professora Andréa Carmen Guimaraes pela generosa cessão do ciclo ergômetro;

aos professores Érika Lorena Fonseca Costa de Alvarenga e Álvaro César de Oliveira Penoni, pelo grupo interdisciplinar do qual participei;

aos professores Eduardo Mazoni Andrade Marçal Mendes e Erivelton Geraldo

Nepomuceno vii

que acederam ao convite para participar da banca examinadora deste trabalho.

Agradeço-lhes ainda pelas criteriosas críticas ao exame de qualificação;

aos técnicos Juscelino Henrique Bertolato Silva e Camilo Lellis dos Santos, pelo significativo apoio durante a realização dos experimentos nos laboratórios da UFSJ;

à servidora Mauricéia Mara de Andrade Yagi, pela significativa solicitude para comigo;

ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica (PPGEL) da Universidade Federal de São João del-Rei, por ter me acolhido ao longo desses dois anos;

à Coordenação de Aperfeiçoamento do Pessoal de Nível Superior (CAPES) do Ministério da Educação, que me concedeu uma bolsa de estudos por meio do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica (PPGEL) da UFSJ. Foi graças aos recursos dessa bolsa que pude desen volver satisfatoriamente este trabalho;

à tia e madrinha Mercês, que tão generosamente revisou grande parte do meu texto, deixando nele as marcas de sua sabedoria;

ao tio Chiquinho, pelo apoio nas revisões de texto, sobretudo pelo companheirismo nas horas difíceis;

aos meus pais, Ronivaldo e Elisa, que, mesmo diante de dificuldades financeiras,

não pouparam esforços para formar seus três filhos em universidades públicas. A eles devo tudo;

aos meus onze tios, filhos do Góes e Trindade, que afetuosamente transformaram-me em um ser crítico;

aos meus avós, Góes e Trindade, que, com pobreza e dignidade, educaram e fizeram de todos os seus onze filhos cidadãos trabalhadores, honestos, justos e éticos. Esforçaram-se para proporcionar a todos eles a melhor educação formal, mesmo sem recursos financeiros, pois sabiam que a única herança que teriam a lhes legar eram os princípios fundamentais de uma educação humana e religiosa;

ao sofrido povo brasileiro; negros; índios; deficientes físicos; desempregados; muitas vezes marginalizados e analfabetos os quais, como humildes contribuintes, sustentaram a minha formação do ensino fundamental à universidade. Além do agradecimento, quero de alguma forma retribuir o seu sacrifício com o meu trabalho, tanto no exercício da docência como na militância nos movimentos sociais.

*Enquanto houver vida, haverá*

*esperança.*

Stephen

Hawking

## Resumo

O ciclo ergômetro carregado por fricção é um dispositivo criado em meados do século XVIII que, atualmente, tem sido o instrumento mais comum no que diz respeito à necessidade de auxiliar na recuperação de lesões e medir relações entre potência, força e velocidade de membros superiores e inferiores. Estudos mais recentes instrumentaram alguns ciclos ergômetros, porém, são de alto custo, robustos e não possuem sistemas precisos de medição. Além disso, é importante prover ciclos ergômetros para atender populações que hoje possuem graus de

dificuldades e deficiências, pois de acordo com o novo indicador do IBGE de 2017, aponta-se que a porção de pessoas com deficiência na população é de 6,7%. Sendo assim, este trabalho propõe o projeto e a implementação de um sistema de automação de baixo custo em ciclo ergômetro de carregamento de fricção com as seguintes características: mobilidade para ser adaptado em qualquer ambiente, baixo peso para ser transportado com facilidade, sistemas de medição confiáveis e precisos para aprimorar estudos e estrutura para ser utilizado nos membros superior e inferior. Para isso, foi desenvolvido um programa em linguagem MATLAB para calcular o redutor de velocidade; uma unidade central para processar dados da célula de carga, do *blue tooth*, do ADC de 24 bits e do *driver* do motor de passo. Ainda, utilizou-se uma cadeia de fil tros, cujo filtro digital foi implementado utilizando a técnica de média móvel exponencialmente ponderada. Neste trabalho obtiveram-se os seguintes resultados satisfatórios: um programa de computador para otimizar cálculos de elementos mecânicos; redutor de velocidade 8:1 de 0,688  $\pi$  criado a partir de PLA e MDF, suporte para dois tipos de célula de carga, unidade central de processamento, controle e transmissão de dados para Arduino Due e Mega com um ADC de baixos desvio-padrão amostral e variância; um erro de medição de carga de 0,001  $\pi$ ; um supervisor para monitorar e analisar força, potência, torque, trabalho, velocidade e ângulo.

xiii

Palavras-chave: ciclo ergômetro carregado por fricção, deficiência, redutor de velocidade, célula de carga, microcontrolador, média móvel exponencialmente ponderada

## Abstract

The friction-loaded ergometer cycle is a device created in the mid-eighteenth century that, currently, has been the most common instrument with regard to the need to assist in the recovery of injuries and to measure relationships between power, strength and speed of the upper and lower limbs. More recent studies have instrumented some ergometer cycles, but are costly, robust and lack accurate measurement systems. In addition, it is important to provide ergometer cycles to

serve populations that today have degrees of difficulties and disabilities, because according to the new IBGE indicator of 2017, it is pointed out that the proportion of people with disabilities in the population is 6.7%. Thus, this work proposes the design and implementation of a low cost automation system in friction-loaded ergometer cycle with the following characteristics: mobility to be adapted in any environment, low weight to be transported easily, reliable and accurate measurement systems to improve studies and structure to be used in the upper and lower limbs. For this, a MATLAB language program was developed to calculate the speed reducer; a central unit to process data from the load cell, *bluetooth*, 24-bit ADC, and the *driver* of the stepper motor. A chain of filters was also used, whose digital filter was implemented using the exponentially weighted moving average technique. In this work, the following satisfactory results were obtained: a computer program to optimize calculations of mechanical elements; 8:1 speed reducer of 0,688       created from PLA and MDF, support for two types of load cell, central processing unit, control and data transmission for Arduino Due and Mega with a low standard deviation ADC sample and variance; a load measurement error of 0,001      ; a supervisory to monitor and analyze force, power, torque, work, speed and angle.

Keywords: friction-loaded cycle ergometer, disability , speed reducer, load cell, microcontroller, exponentially weighted moving average

## Lista de Figuras

- 2.2 Dinamômetros de freio de Thomson.   corresponde à roda solta e   corresponde à roda rápida, rigidamente fixada ao eixo  .   é a fixação do cabo (em vermelho).   é a conexão entre a roda solta e o cabo (em azul) que fricciona na roda rápida Fonte: [1]. . . . . 11
- 2.3 Ciclo ergômetro de Fleisch. Rodas rápida e frouxa   e  , respectivamente. Conexão   entre a roda   e a correia  , presa ao

peso $m_2$ na outra extremidade. $m_1$ e $m_2$ são iguais a $m_1$ e $m_2$ , respectivamente. Para maior clareza, a distância entre $A$ e $B$ foi aumentada. Fonte: [1]. . . . .	12
2.4 Ciclo ergômetro Ergoméca™. $F_1$ e $F_2$ braços de forças $F_1$ e $F_2$ ; $T_1$ e $T_2$ , tensões nas extremidades apertadas e frouxas do cinto; $\theta_1$ , $\theta_2$ e $\theta_3$ , eixos do volante, acionador e roda, respectivamente; pivô $P$ da balança romana; braços de alavanca, $L_1$ e $L_2$ de $m_1$ e $m_2$ , respectivamente; $m_1$ e $m_2$ peso do acionador e seu braço de alavanca. Adaptado de: [1]. . . . .	13
2.5 Ciclo ergômetro de Von Döbeln. $C$ é o centro de massa do pêndulo, $F$ é a escala de força, $R$ é o eixo da roda. Fonte: [1]. . . . .	14
2.7 Correia vermelha: apertada. Correia azul: frouxa. O raio $r_1$ é menor que o raio $r_2$ . $F_1$ e $F_2$ são fitas que limitam os deslocamentos verticais do cesto. Forças $F_1$ , $F_2$ e $F_3$ exercidas na polia pela carga do cesto, pelas extremidades apertadas e leves do cabo da correia, respectivamente; $\theta$ é um esticado. Fonte: [1]. . . . .	16
2.9 De cima para baixo: vista frontal e superior dos corpos de um redutor com seus respectivos momentos de inércia - $J$ . Imagem ilustrativa e representativa da Equação 2.29. Onde $J$ são as engrenagens. . . . .	26
xvii	
2.10 Representação das funções de densidade probabilística para avaliação da incerteza tipo B. As duas funções modelam informações à respeito do mensurando, cuja largura, $L$ , fornece uma medida quantitativa do mensurando. Para essas duas funções a largura possui o mesmo tamanho: de -1 à 1. . . . .	28
2.11 Resposta em frequência de um filtro de primeira ordem para $\omega$ igual a 0,35 e frequência de amostragem de 1000 $\omega_s$ . A linha vertical designa a frequência de corte de 69,65 $\omega_s$ para -3,01 $\omega_s$ . Observa-se claramente o comportamento de um filtro passa-baixa de primeira ordem utilizando MMPE. . . . .	34
3.1 Esquema do sistema de automação proposto. Diagrama de blocos das interações do sistema eletro-mecânico. . . . .	

3.2 Fluxograma das etapas de desenvolvimento do sistema de automação. A primeira etapa refere-se ao desenho da ideia do sistema, considerando a estrutura e os componentes do sistema. A segunda etapa refere-se à escolha dos instrumentos que mediram as grandezas físicas do projeto. A terceira etapa diz sobre os procedimentos matemáticos e físicos adotados para estimar as variáveis que especificaram os componentes do sistema. A quarta etapa apresenta a especificação do sistema eletro-mecânico. A quinta etapa refere-se ao programa criado em MATLAB para otimizar o cálculo extenso de redutor de velocidade. O sexto passo diz sobre a modelagem do esboço e de todos os componentes calculados nas etapas anteriores, principalmente a modelagem do redutor de velocidade. O sétimo passo refere-se ao desenvolvimento de circuitos, placas e afins para sistema eletrônicos. O oitavo passo diz sobre a criação de um supervisor em LABView e finalmente, o nono passo apresenta a integração de todos os componentes. ....	37
3.3 Instrumentos calibrados e utilizados durante o desenvolvimento deste trabalho. Ressalta-se a importância do uso de instrumentos digitais previamente calibrados para evitar erros de paralaxe. ....	38
3.4 Sistema eletro-mecânico do redutor de velocidade. (a) motor acionador do redutor de velocidade. (b) circuito acionador do motor de passo. ....	41
3.5 Células de carga que podem ser utilizadas no ciclo ergômetro. A célula tipo viga foi escolhida para ser utilizada no ciclo ergômetro, entretanto, adaptou-se o sistema de suportes para abranger a célula de carga tipo botão. Fonte: [2]. ...	41
3.6 Ilustração completa dos sensores <i>strain gages</i> colados na célula de carga. A ponte de Wheatstone é evidenciada como parte do filamento do <i>strain gage</i> . ...	42
3.7 Configuração de pinos e arranjo interno do Hx711 da Avia Semiconductor. Fonte: [3] .....	43
3.8 Microcontroladores. ....	44
3.9 Módulo <i>bluetooth</i> HC-05. ....	45

3.10 Procedimento experimental para estimar o coeficiente de atrito estático. Para travar a roda, utilizou-se um material rígido. Condição necessária para realização desse procedimento: ângulo de abraçamento da correia de 180°. Os pesos estão dentro da cesta. ....	46
3.11 Cadeia de três filtros para a filtragem do sinal da célula de carga: 1 analógico e 2 digitais. ....	56
3.12 Processo de calibração estática da célula de carga por meio de pesos-padrão. Procedimento com ventilação forçada e estrutura rígida para evitar avarias. ....	58
4.1 Diagrama de momento fletor e força de cisalhamento do estágio 1 .....	64
4.2 Diagrama de momento fletor e força de cisalhamento do estágio 2 .....	65
4.3 Diagrama de momento fletor e força de cisalhamento do estágio 3 .....	65
4.4 Relatório completo de todos os parâmetros do projeto de redutor de velocidade para motor de passo. ....	66
4.5 Perspectiva isométrica do redutor de velocidade para motor de passo modelado no Fusion 360® . Observa-se que o motor de passo está embutido sem uso de parafusos, bem como está preso por todos os lados para evitar qualquer vibração e conseqüentemente, rotação fora do eixo. Além disso, os rolamentos estão em formação triangular, o que minimizou as dimensões do conjunto. O Eixo de carga está em cinza e exposto para conectar-se à carga. ....	67
4.6 Redutor de velocidade com relação de transmissão 8:1 acionado por motor de passo. Uma das vantagens do redutor de velocidade é seu peso, 0,688  , como pode ser observado. Além de leve, sua estrutura em MDF pode ser facilmente conectada com cantoneiras e parafusos para ser facilmente acoplado ao ciclo ergômetro. ....	67
4.7 Protótipo do redutor de velocidade em teste de tração de carga. Condição da correia: ângulo de abraçamento de 135°. Para esse teste, utilizaram-se dois grampos para fixar o ciclo ergômetro. O teste baseou-se no princípio de ação e reação entre a correia e a balança, visto que a balança manteve-se	

fixa. . . . .	68
4.8 Perspectiva isométrica do suporte modelado pelo Fusion 360® para células de carga viga e botão. Para atender os dois tipos de célula, o suporte deve ser montado conforme Figura 4.9. . . . .	69
4.9 Suporte de aço, para células de carga do tipo botão e viga, fixado no ciclo ergômetro. . . . .	69
4.10 Unidade central de processamento, controle e transmissão de dados para Arduino Due e Mega. Uma ventoinha é ligada para forçar a troca de calor nos sistemas e manter a temperatura dos componentes estável, principalmente no dissipador do A4988. . . . .	70
4.11 Resultados das fases inicial e final deste trabalho. (a) ciclo ergômetro modelado no Fusion 360 com seus devidos elementos mecânicos (b) ciclo ergômetro com redutor de velocidade acionado por motor de passo; unidade central de processamento, controle e transmissão de dados de carga, suporte e célula de carga. . . . .	71
4.12 Diagrama dos pinos e configuração interna do Hx711. Adaptado de: [3] . . . .	72
4.13 Diagrama de Bode. Resposta em frequência dos filtros MMPE de primeira ordem e quarta ordem calculada a partir do ajuste de $\diamond\diamond$ em 0,455886. Parâmetros de frequência do filtro: frequência de amostragem de 10 $\diamond\diamond\diamond\diamond$ e frequência de corte de 1 $\diamond\diamond\diamond\diamond$ . Primeira ordem com atenuação de -3,01 $\diamond\diamond\diamond\diamond$ e fase de - 29,51°. Quarta ordem com atenuação de -12,06 $\diamond\diamond\diamond\diamond$ e fase de - 119,1°. . . . .	74
4.14 Curva de calibração estática da célula de carga. Relação entre a resposta do ADC e os valores dos pesos-padrão. As marcações sobre a reta representam cargas e descargas dos pesos-padrão ( $\diamond\diamond = 23$ ). . . . .	75
4.15 A região entre as linhas amarela e vermelha representa a probabilidade de que o erro esteja 95,45% dentro da faixa. O limite superior, dada pela linha vermelha até a linha azul é a soma da tendência pela repetibilidade e o limite inferior dada pela linha amarela até a linha azul é a subtração da tendência pela repetibilidade. Na Figura (b), os valores negativos no eixo da	

abscissa são ape nas convencionais para ilustrar a descarga de peso. . . . .	
. . . . .	76
4.16 Painel frontal do supervisor do ciclo ergômetro carregado por fricção. . . . .	76

## Lista de Tabelas

2.1 Sistema de dentes padronizados para engrenagens cilíndricas de dentes retos. Onde $\phi_d$ é o passo diametral utilizado no sistema inglês de medidas e $\phi$ é o módulo utilizado no sistema internacional de medidas. Para o sistema de dente - $\phi_d$ , profundidade completa significa maior relação de contato, curto significa mais força e vice-versa. Fonte: [4]. . . . .	20
2.2 Parâmetros da engrenagem cilíndrica de dentes retos que estão em função do módulo e número de dentes. O módulo é o parâmetro que define o acoplamento entre as engrenagens e está relacionado ao processo de usinagem. Fonte: [4]. .	20
2.3 Comparação entre filtros analógico e digital. Observa-se que existem características notáveis, como o erro de desvio, o envelhecimento e o ruído aditivo, que beneficia um processamento de sinais ao optar pelo filtro digital. Fonte: [5].	31
3.1 Características dos instrumentos industriais utilizados durante o desenvolvimento deste trabalho. Algumas informações que não estão presentes nessa tabela não foram encontradas junto ao fabricante, sendo, então, necessário estabelecê las. . . . .	38
3.2 Características do motor de passo Nema 17 KTC42HS48. . . . .	40
3.3 Características da célula de carga da Figura 3.5 (a). . . . .	42
3.4 Parâmetros de entrada do programa definidos pelos autores para o projeto e a construção da engrenagem cilíndrica de dentes retos e do eixo. A engrenagem ímpar - $\phi_d$ - está com 18 dentes. . . . .	53
4.1 Análise estatística do procedimento experimental que estimou o valor do coefi	

ciente de atrito estático entre a roda e a correia de material desconhecido. . .  
. 60

xxiii

4.2 Análise estatística do procedimento experimental que estimou as tensões de entrada e de saída para especificar a célula de carga e o redutor de velocidade, respectivamente. . . . .	60
4.3 Momentos de inércia parciais e total pelo centro de massa obtidos pelo Fusion 360. . . . .	61
4.4 Resultados da Rotina 1: situações apresentadas pela Rotina 1 em razão do número de estágios. O número de estágios é contado pelo tamanho do vetor. Existe um proporção devida à constante de atenuação criada. . . . .	62
4.5 Rotina 1: parâmetros das engrenagens calculados a partir da situação definida. A constante simétrica é o parâmetro mais importante da Rotina 1, pois esse parâmetro define a proporção do redutor. . . . .	62
4.6 Rotinas 2, 3 e 4: parâmetros de resistência das engrenagens calculados a partir da situação definida. . . . .	63
4.7 Resultado metrológico evolutivo das implementações no Hx711. . . . .	73
4.8 Custo aproximado do sistema de automação implementado no ciclo ergômetro Wagan 2773. Orçamento realizado em outubro de 2019. . . . .	77

## Lista de Símbolos

- ◆◆◆◆: força S
- ◆◆◆◆: força T
- ◆◆<sub>1</sub>: peso 1
- ◆◆<sub>2</sub>: peso 2
- ◆◆◆◆◆◆: força de fricção
- ◆◆: raio
- ◆◆◆◆: torque em ◆◆
- ◆◆: força de tração
- ◆◆<sub>1</sub>: força de tração de entrada
- ◆◆<sub>2</sub>: força de tração de saída

$F_t + F_{t2}$ : força de tração incrementada do diferencial de força  
 $F_{t2}$ : diferencial de força  
 $F_n$ : força normal  
 $F_f$ : força de atrito tangente à superfície  
 $M$ : momento  
 $\alpha$ : ângulo de pressão  
 $m$ : módulo  
 $Z$ : número de dentes da engrenagem  
 $b$ : largura  
 $Z_1, Z_2$ : engrenagem par  
 $\gamma$ : tipo de profundidade  
 $\sigma_{FL}$ : tensão de flexão de Lewis  
 $F_t$ : carga tangencial

xxv

$\sigma_{FL}$ : fator de Lewis  
 $\sigma_{FB}$ : tensão de flexão de Barth  
 $\sigma_{FV}$ : fator de velocidade  
 $\sigma_{Hmax}$  pressão superficial máxima  
 $F_c$ : força que comprime cilindro  
 $L$ : comprimento dos cilindros  
 $b$ : semilargura  
 $\nu_1$ : coeficiente de Poisson da engrenagem ímpar  
 $\nu_2$ : coeficiente de Poisson da engrenagem par  
 $E_1$ : módulo de elasticidade do material da engrenagem ímpar  
 $E_2$ : módulo de elasticidade do material da engrenagem par  
 $\sigma_H$ : tensão de contato de Hertz  
 $\nu$ : coeficiente de elasticidade  
 $r_1$ : raio de curvatura no perfis do dentes da engrenagem ímpar  
 $r_2$ : raio de curvatura no perfis do dentes da engrenagem par  
 $K_s$ : fator de sobrecarga  
 $K_t$ : fator de tamanho  
 $K_m$ : fator de distribuição de carga  
 $K_f$ : fator de espessura do aro  
 $K_{\sigma}$ : fator de correção de tensão



$J_4$ : momento de inércia da engrenagem 4  
 $J_5$ : momento de inércia da engrenagem 5  
 $J_6$ : momento de inércia da engrenagem 6  
 $J_m$ : momento de inércia movida  
 $J_{mot}$ : momento de inércia motor  
 $s$ : desvio-padrão amostral  $n$ : número de medições  $\bar{x}$ : média aritmética  
 $x_i$ : valores observados durante a medição  
 $\Delta x$ : incerteza de medição  
 $\Delta$ : associação à resolução do instrumento  $\Delta x$ : tendência  
 $x_v$ : valor verdadeiro convencional  $\Delta x$ : repetitividade  
 $t$ :  $t$  de Student  
 $\Delta x$ : incerteza-padrão  
 $\Delta \bar{x}$ : repetitividade da média  
 $\Delta x$ : resultado estimado da MMPE  
 $\Delta t$ : tempo  
 $\Delta t$ : observação em um período de tempo  $\Delta$ : grau de ponderação  
 $x_{in}$ : amostras de entrada  
 $x_{out}$ : amostras de saída  
 $\omega_c$ : frequência de corte em radianos  $f_c$ : frequência de corte em hertz  
 $f_s$ : frequência de amostragem  
 $\theta$ : ângulo de abraçamento em radianos  $\Delta$ : peso-padrão conhecido  
 $\Delta$ : constante de atenuação simétrica  $\Delta$ : razão de transmissão  
 $\Delta$ : vetor de fatoração da razão de transmissão

# Lista de Abreviações ~

ADC: Conversor Analógico-Digital (*Analog-to-Digital*

*Converter*) AGMA: American Gear Manufacturers Association

ANSI: American National Standards Institute

ASME: American Society of Mechanical Engineers

CIF: Classificação Internacional de Funcionalidade, Incapacidade

e Saúde DCFES: Departamento das Ciências da Educação Física

e Saúde DCNAT: Departamento de Ciências Naturais

DEPEL: Departamento de Engenharia Elétrica

IDE: Ambiente de desenvolvimento integrado (*Integrated Development Environment*) IBGE: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

MMPE: Média Móvel Ponderada Exponencialmente

TA: Tecnologia Assistiva

CEVIS: Cycle Ergometer with Vibration Isolation and

Stabilization NASA: National Aeronautics and Space

Administration

UFMG: Universidade Federal de Minas Gerais

UFRJ: Universidade Federal do Rio de Janeiro

USP: Universidade de São Paulo

1	Introdução	1	1.1 Relevância	4	1.2
	Motivação	6	1.3 Objetivo geral		
		7	1.4 Objetivos específicos		
		7	1.5 Organização do trabalho		
		8			
2	Fundamentação Teórica	9	2.1 Breve relato sobre o passado, o presente e o futuro do ciclo ergômetro carregado por fricção		
	2.1.1 Passado	9	2.1.2 Presente	10	
		13	2.1.3 Futuro		
	2.2 Princípio de funcionamento do ciclo ergômetro carregado por fricção	15	2.3 Redutor de velocidade	19	2.3.1
	2.3.1 Dimensionamento de engrenagem	19	2.3.2 Limite de resistência à fadiga AGMA	24	
	2.3.2 Limite de resistência à fadiga AGMA	24	2.3.3 Dimensionamento de eixos	25	
	2.3.3 Dimensionamento de eixos	25	2.3.4 Cálculo do momento de inércia de um redutor de velocidade	26	
	2.4 Análise estatística	26	2.4.1 Desvio-padrão amostral	27	2.4.2
	2.4.1 Desvio-padrão amostral	27	2.4.2 Incerteza de medição	28	2.4.3
	2.4.2 Incerteza de medição	28	2.4.3 Curva de erros	29	
				29	
		xxx			
	2.5 Filtros	30	2.5.1 Tipos de filtro		
		30	2.5.2 Projeto de filtro digital para sinal de célula de carga	32	
3	Materiais e Métodos	35	3.1 Sistema proposto		
	3.2 Instrumentos, <i>softwares</i> e dispositivos elétricos e mecânicos	35			
		36			
	3.2.1 Instrumentos digitais de medição: balanças e paquímetro	37			
	3.2.2 <i>Softwares</i> : Fusion 360, MATLAB e LabVIEW	38	3.2.3		
	3.2.3 Motor de passo e <i>driver</i> A4988	39	3.2.4 Célula de		

carga . . . . .	41	3.2.5 Conversor analógico-digital Hx711 . . . . .	43	3.2.6 Microcontroladores Arduino Due e Mega . . . . .	44	3.2.7 Módulo HC-05 . . . . .	45
3.3 Sistema de carregamento por fricção . . . . .	45	3.3.1 Estimativa do coeficiente de atrito estático entre a correia e a roda . . . . .	45	3.3.2 Estimativa da tensão de entrada que atua na correia . . . . .	47		
3.4 Sistema de redução de velocidade . . . . .	47	3.4.1 Programa: interface e saída de dados . . . . .	47	3.4.2 Rotina 1: redução de volume do redutor . . . . .	48	3.4.3 Rotina 2-a: tensões de Lewis, de Barth e de Hertz . . . . .	49
		3.4.4 Rotina 2-b: tensões ANSI/AGMA 2001-D04 . . . . .	50	3.4.5 Rotina 3: dimensionamento de eixos e análise de resistência à fadiga . . . . .	50	3.4.6 Rotina 4: fatores de segurança . . . . .	51
		3.4.7 Modelagem, fabricação e teste dos elementos mecânicos . . . . .	52	3.4.8 Configuração do motor de passo e teste de carga do redutor de velocidade . . . . .	53		
3.5 Sistema de medição de carga . . . . .	54	3.5.1 Condicionamento de sinais da célula de carga . . . . .	54	3.5.2 Calibração estática da célula de carga . . . . .	57	3.5.3 Curva de erros . . . . .	58
4 Resultados . . . . .	59	4.1 Sistema de carregamento por fricção . . . . .	59	4.2 Redutor de velocidade desenvolvido pelo programa criado em linguagem MAT LAB . . . . .	61	4.2.1 Momento de inércia . . . . .	61
				4.2.2 Rotina 1 . . . . .	61	4.2.3 Rotinas 2, 3 e 4 . . . . .	62
				4.2.4 Rotina 3 . . . . .	62	4.2.5 Rotina 4 . . . . .	65
4.3 Modelagens tridimensionais e dispositivos elétricos e mecânicos . . . . .	65	4.3.1 Redutor de velocidade . . . . .	66	4.3.2 Suporte para célula de carga . . . . .	68	4.3.3 Unidade . . . . .	68

central de processamento, controle e transmissão de dados para Arduino Due e Mega	69
4.3.4 Ciclo ergômetro	70
4.4 Sistema de medição de força	71
4.4.1 Análise estatística do sinal proveniente do Hx711	71
4.4.2 Atenuação do filtro MMPE	73
4.4.3 Equação e curva de calibração	74
4.4.4 Curva de erros	74
4.4.5 Supervisório para monitoramento em tempo real da força humana	75
4.5 Custo dos materiais do sistema eletro-mecânico	76
5 Conclusões	79
5.1 Computação	79
5.2 Mecânica	80
5.3 Elétrica	81
5.4 Considerações Finais	82
5.5 Trabalhos Futuros	82
Referências Bibliográficas	85
A Rotinas Computacionais	93
A.1 Rotinas do programa para cálculo de redutor de velocidade	93

## CAPÍTULO 1

# Introdução

O ciclo ergômetro carregado por fricção tem recebido muita atenção nos últimos anos devido às suas características de dispositivo que mede relações do corpo humano. A capacidade do corpo humano de gerar potência máxima está ligada a uma série de resultados de desempenho, que por sua vez, está relacionada à velocidade e à força. Tais grandezas físicas têm sido um tópico relevante em estudos nos últimos tempos e, dentre os mais diversos dispositivos que conseguem medi-las, o ciclo ergômetro está entre o modo de avaliação mais comum até o momento [6]. Por exemplo, o ciclo ergômetro carregado por fricção tem contribuído para relacionar a potência, a força e a velocidade durante os exercícios de corrida [7–9], determinar

a potência como o produto da força de atrito pela velocidade em torno do ponto de aplicação da força de atrito no que diz respeito às capacidades anaeróbicas [10, 11], determinar a produção total da força, cuja soma é a carga de fricção e a carga excessiva correspondente à força produzida contra a inércia da roda [12, 13] e obter valores máximos de potência, por meio de um método de correção, levando em consideração a inércia da roda durante as arrancadas [6].

O ciclo ergômetro é um reconhecido instrumento no meio acadêmico e industrial, cujo termo ergometria deriva do grego  $\epsilon\rho\gamma\omicron\mu\epsilon\tau\rho\iota$  (trabalho) e  $\mu\epsilon\tau\rho\epsilon\tau\rho\iota$  (medida). Consequentemente, esse termo se traduz literalmente como *medição do trabalho*. Os estudos ergométricos envolvem medições dos mais diversos tipos de esforço físico efetuados em ciclos ergômetros, os quais podem ser destacados pelas seguintes áreas: Educação Física; auxiliando no condicionamento físico, na recuperação de lesões musculares, no funcionamento cardiovascular e osteo muscular, na prevenção de problemas fisiológicos e nos programas de recondicionamento após cirurgias cardíacas e torácicas [7, 14–18] e, Medicina; buscando associações entre aumento de força e melhoria da capacidade funcional muscular e a redução das sensações de dispneia, por exemplo.

Portadores da doença pulmonar obstrutiva crônica (DPOC) são beneficiados com o uso desse equipamento [19–21]. Outro estudo, frequentemente realizado na Medicina do esporte, é o teste de Wingate. O teste de Wingate é um exercício anaeróbico, criado na década de 70, que mede a capacidade fisiológica indivíduo por meio da potência, resistência e fadiga muscular. Esse teste é um procedimento não-invasivo que consiste em pedalar numa intensidade máxima, por alguns segundos, contra uma alta força de frenagem, cuja força permanece constante durante todo o teste. O teste de Wingate consegue medir potência de pico, potência de pico relativa, fadiga anaeróbica e capacidade anaeróbica [22–24].

O princípio de funcionamento do ciclo ergômetro é baseado na transformação da potência produzida por forças de atrito dissipativas. A calibração do ciclo ergômetro pode ser realizada de diversas formas, por exemplo: estática, dinâmica ou fisiológica [1]. Os primeiros ciclos ergômetros foram construídos sem dispositivos elétricos, no entanto, com a evolução da instrumentação e da automação, sensores digitais, monitores e motores elétricos foram integrados ao ciclo ergômetro,

consequentemente, essenciais para a implementação de protocolos de condicionamento físico, renovando sua aplicação, como pode ser visto nas propostas de estudos de metabolismo anaeróbicos: [25] realizou o teste anaeróbico de Wingate, que consiste em pedalar com esforço máximo durante um determinado tempo contra uma força de frenagem. Nesse estudo foram medidos potência de pico, potência média ao longo de trinta segundos de teste e índice de fadiga. Além disso, estudos de [9, 26] foram realizados utilizando um ciclo ergômetro para relacionar resistência física e velocidade de pico durante arrancadas.

Na literatura, o modelo mais encontrado de ciclo ergômetro é o Monark 864 - um dispositivo global utilizado em estudos fisiológicos -, por exemplo: [9], para seu estudo, equipou esse modelo com um tacômetro; [8] também utilizou o modelo Monark 864, cujo uso se restringiu ao incremento de 19 kg para a força de frenagem. Além disso, [8] usou sensores fotoelétricos para medir a velocidade a cada 5 minutos; [27] utilizou o Monark 824E, que possui uma cesta de pesos de 1 até 6 kg com incrementos de peso de 0,5 kg; [28] mediu o trabalho total de um paciente durante um teste de Wingate utilizando também o modelo Monark 824E. Além do mais, por meio células de carga, de incremento de 1 kg e calibradas de forma estática, dados de força foram lidos utilizando equipamentos da National Instruments®. Ainda, a velocidade da roda foi medida com o tacômetro Greenbank® (modelo RE1001); [29] apresenta um estudo que aplica novos métodos para teste de Wingate em uma bicicleta de alto custo da empresa

Magalhães, E. P.

3

Cyclus 2<sup>1</sup>. Além dessa bicicleta possuir um sistema de frenagem, há uma interface gráfica que mostra a potência, a força no pedal, o trabalho, a cadência, a velocidade, a inclinação e o batimento cardíaco; [26, 30] também utilizaram o modelo Monark 864 em seus estudos, porém, sem nenhuma modificação nos ciclos ergômetros; [31] utiliza um servomotor integrado ao ciclo ergômetro para medir frequência cardíaca.

Os ciclos ergômetros com sistema de frenagem embutido, como visto nos trabalhos acima, são geralmente de alto custo, não apresentam sistemas instrumentados e de automação, não são adaptáveis, nem flexíveis, nem fornecem informações biológicas e complexas aos pacientes em tempo real e podem não ser adequados para uso em qualquer ambiente devido ao tamanho e peso da estrutura.

A fim de encontrar novos modelos de ciclos ergômetros com as características citadas anteriormente, pesquisou-se nos bancos de dados - Scopus<sup>2</sup>, Web of Science<sup>3</sup>, Biblioteca Digital de Teses e Dissertações<sup>4</sup>, Banco de Teses da CAPES<sup>5</sup>, SpringerLink<sup>6</sup> e IEEE Xplore<sup>7</sup>-, as seguintes palavras-chaves: ciclo ergômetro, freio, automação, instrumentação, móvel, célula de carga, desenvolvimento, baixo-custo, membros superiores e membros inferiores. Diante disso, dois ciclos ergômetros foram encontrados, porém, com aplicações para uso em microgravidade na estação espacial internacional. O primeiro, CEVIS, desenvolvido pela *National Aeronautics and Space Administration* (NASA), é utilizado para membros inferiores, possui interface para monitoramento de frequência cardíaca, de velocidade e de trabalho [32]. O segundo, Veloergometer, desenvolvido pela Rússia para ser utilizado também na estação espacial internacional, possui as mesmas características construtivas do primeiro, entretanto, com especificações técnicas distintas. O CEVIS possui uma precisão de carga de trabalho de 1 kg de incremento (0 - 350 kg) à velocidade de 50 até 120 rpm, já o Veloergometer possui uma precisão de 25 kg de incremento (0 - 250 kg) à velocidade de 40 até 120 rpm. [33]. De fato, são ciclos ergômetros instrumentados, mas não são para os dois tipos de membros, não são flexíveis para manutenção, são robustos e pesados. Além disso, não foram encontradas informações sobre a qualidade metrológica dos sistemas instrumentados. Outros trabalhos foram encontrados, são eles: [34] estimaram a confiabilidade de 10 ciclos ergômetros *Wattbike* e para

<sup>1</sup>Fonte: <https://www.cyclus2.com/en/home.htm>

<sup>2</sup>Fonte: <https://www.scopus.com/home.uri>

<sup>3</sup>Fonte: <https://clarivate.com/webofsciencelibrary/solutions/web-of-science/> <sup>4</sup>Fonte: <http://bdtd.ibict.br/vufind/>

<sup>5</sup>Fonte: <http://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses>

<sup>6</sup>Fonte: <https://link.springer.com/>

<sup>7</sup>Fonte: <https://ieeexplore.ieee.org/Xplore>

Magalhães, E. P.  
Capítulo 1. Introdução 4

calibrar tais ciclos ergômetros, o Lode Calibrator 2000<sup>8</sup> foi utilizado. Esse dispositivo de alto custo mede o torque rotacional por meio de uma célula de carga calibrada com cargas de 1 à 7 kg e incrementos de 1 kg. O Lode Calibrator 2000 tem erro fixo de  $\pm 0,2\%$ , precisão de 0,1 kg e precisão de 0,04 kg. Finalmente, [35] fazem uma comparação entre ciclos ergômetros de alto custo e seu próprio ciclo ergômetro do tipo bicicleta que possui um sistema de

frenagem via motor sem escovas.

Diante da quantidade de estudos que utilizam ciclos ergômetros Monark, Cyclus 2, SRM<sup>9</sup>, Lode, entre outros; este trabalho propõe o projeto e a implementação de um sistema de auto mação de baixo custo em ciclo ergômetro de carregamento de fricção que tenha as seguintes características: mobilidade para ser adaptado em qualquer ambiente, baixo peso para ser transportado com facilidade, sistemas de medição confiáveis e precisos para aprimorar estudos e estrutura para ser utilizado nos membros superior e inferior.

Na seção seguinte será apresentada a relevância deste trabalho visto que ciclos ergômetros auxiliam na compreensão dos limites do corpo humano que caracterizam o desempenho te rapêutico de uma pessoa com deficiência física, cuja capacidade é limitada, bem como a de um atleta, cuja capacidade é de alto rendimento. Além da infinidade de aplicações do ciclo ergômetro carregado por fricção para promover um estado de completo bem-estar físico, sua contribuição também está no bem-estar social. Portanto, serão apresentados alguns argumentos que mostram o impacto social da deficiência motora, disfunção de carácter congênito ou adquirido relacionada à prática de atividade física. Em seguida, serão discutidas as motivações, os objetivos e a organização dos demais capítulos desta dissertação.

## 1.1 Relevância

Todo ser humano tem o direito de desfrutar em plenitude das condições necessárias para o desenvolvimento de suas potencialidades, inclusive as pessoas com deficiência motora. Nesse contexto, no censo demográfico de 2010 apresentado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), cerca de 45,6 milhões de brasileiros, que representa 23,92% da população brasileira, declarou ter algum grau de dificuldade - de carácter congênito ou adquirido - em pelo menos uma das seguintes habilidades investigadas: visual, auditiva, motora e mental [36].

<sup>8</sup>Fonte: <https://www.lode.nl/en/>

<sup>9</sup>Fonte: <http://www.srm.de/home/>

A porcentagem da população, por tipo e grau de dificuldade é ilustrada pela Figura 1.1. Observa-se que a deficiência motora apresentou o segundo maior índice.

Além disso, o maior percentual de pessoas com pelo menos uma das deficiências investigadas está na região Nordeste com 26,6% da população. Cerca de 7,8% da população nordestina tem deficiência motora.

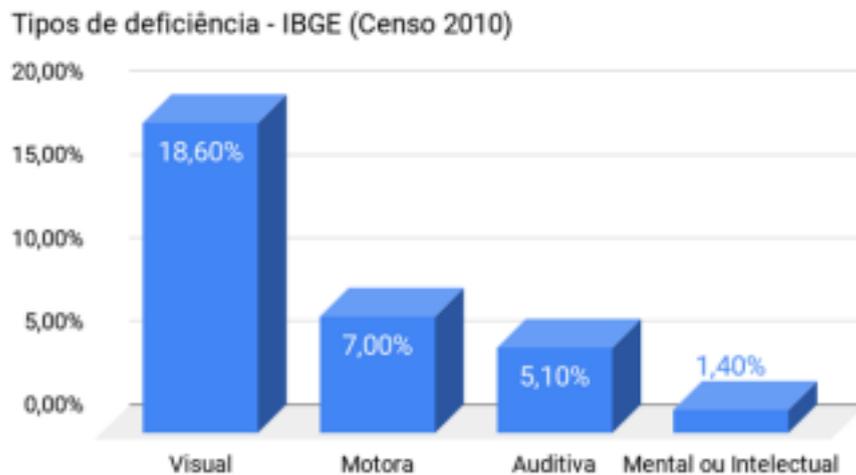


Figura 1.1: Porcentagem da população, por tipo e grau de dificuldade e deficiência (Brasil - 2010). A mesma pessoa pode ter mais de uma deficiência. Para a deficiência motora, foi pesquisado se a pessoa tinha dificuldade permanente de caminhar ou subir escadas (avaliada com o uso de prótese, bengala ou aparelho auxiliar, no caso da pessoa utilizá-lo).

Fonte: [36]

Em 2017 o IBGE alterou a forma de interpretar os dados do censo de 2010, criando um novo indicador. Um novo critério foi sugerido pelo Grupo de Washington (GW) de Estatísticas sobre Deficiência, órgão vinculado à comissão de estatística da Organização das Nações Unidas (ONU). Esse novo indicador propõe considerar pessoas que tem muita dificuldade ou não conseguem de modo algum. Com o acato do IBGE, as proporções de pessoas com deficiência na população é de 6,7%, bem inferior aos 23,92%.

Conforme o Decreto Federal 5.296, de 2 de dezembro de 2004, pessoas com deficiência física se enquadram nas seguintes categorias: alteração completa ou parcial de um ou mais segmentos do corpo humano, acarretando o comprometimento da função física, apresentando se sob a forma de paraplegia, paraparesia, monoplegia, monoparesia, tetraplegia, tetraparesia, triplegia, triparesia, hemiplegia, hemiparesia, ostomia, amputação ou ausência de membro, paralisia cerebral, nanismo, membros com deformidade congênita ou adquirida, exceto as deformidades estéticas e as que não produzam dificuldades para o desempenho de funções.

O conceito de deficiência vem se modificando. O decreto acima aborda a deficiência como somente patologia física que origina uma incapacidade. E segundo

de Funcionalidade, Incapacidade e Saúde (CIF), divulgada pela Organização Mundial da Saúde (OMS) em 2001, entende-se a deficiência física como resultado tanto das limitações das funções e estruturas do corpo quanto da influência de fatores sociais e ambientais sobre essa limitação [37].

Atualmente, a OMS possui o plano de ação global 2014-2021 para alcançar o bem-estar e os direitos humanos das pessoas com deficiência. Esse plano solicita que os Estados-membros removam barreiras e melhorem o acesso aos serviços e programas de saúde, fortaleçam e ampliem a reabilitação, criem dispositivos de assistência, entre outros [38].

Com base nos dados estatísticos supracitados, nos fundamentos do Plano Nacional dos Direitos da Pessoa com Deficiência<sup>10</sup>, que garante o desenvolvimento e a inovação em tecnologia assistiva<sup>11</sup>, na CIF, classificação desenvolvida pela OMS e no seu plano de ação global 2014- 2021, faz-se necessário o amplo desenvolvimento de dispositivos, equipamentos e técnicas para prover assistência e reabilitação e, garantir qualidade e padrão de vida, como também estudar múltiplas funções mecânicas e bioquímicas do corpo humano.

## 1.2 Motivação

O grupo multidisciplinar da UFSJ formado pelo Departamento das Ciências da Educação Física e Saúde (DCFES), Departamento de Ciências Naturais (DCNAT) e Departamento de Engenharia Elétrica (DEPEL), propôs a criação de um sistema, utilizando o ciclo ergômetro Wagan 2773<sup>12</sup>, para medir e analisar de forma precisa o torque total de uma pessoa com deficiência física. O torque é calculado pelo resultado da soma da força de entrada menos a força de saída, multiplicado pelo raio da roda do ciclo ergômetro. Esse sistema, além disso, também tem o propósito de controlar tais forças e o torque de frenagem, de forma a não comprometer os sistemas osteo muscular e cardiovascular, bem como caracterizar doenças do sistema neuromuscular e funções musculares.

Este trabalho motiva-se em razão da proposta acima; pelas pessoas que podem ser beneficiadas com o uso do ciclo ergômetro, no que concerne à inclusão social e

## promoção da qualidade

<sup>10</sup>Fonte: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_Ato2011-2014/2011/Decreto/D7612.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2011-2014/2011/Decreto/D7612.htm) <sup>11</sup>Tecnologia assistiva (TA) é uma expressão recente referente a um conceito ainda em pleno processo de construção, cuja seguinte definição é proposta por Teófilo Galvão Filho: "[...] um tipo de mediação instrumental, está relacionada com os processos que favorecem, compensam, potencializam ou auxiliam, também na escola, as habilidades ou funções pessoais comprometidas pela deficiência, geralmente relacionadas às funções motoras, visuais, auditivas e comunicativas." <sup>12</sup>Fonte: <https://wagan.com/>

Magalhães, E. P.  
7 1.3. Objetivo geral

de vida; em virtude das diversas contribuições terapêuticas; pelo diagnóstico e tratamento de múltiplas patologias; pela busca da evolução tecnológica em prol da sociedade. Diante disso, este trabalho apresenta o desenvolvimento de um sistema eletro-mecânico de baixo custo de produção e de alta precisão e confiabilidade de medição.

### 1.3 Objetivo geral

Implementar um sistema eletro-mecânico de baixo custo de produção e de alta qualidade e confiabilidade de medição no ciclo ergômetro Wagan 2773. O ciclo ergômetro Wagan 2773 não possui sistema que meça, controle e transmita dados de carga de fricção somados aos dados de carga produzida contra a inércia da roda para caracterizar doenças do sistema neuromuscular e funções musculares de forma precisa de pessoas com deficiência motora.

### 1.4 Objetivos específicos

- Programar um sistema em linguagem de alto nível para o desenvolvimento completo de redutor de velocidade acionado por qualquer tipo de motor elétrico, cujo projeto deve abordar o cálculo de engrenagens, de eixos, de resistências à fadiga e de fator de segurança. Esse sistema deve realizar o cálculo eficiente e sistemático de um trem de engrenagens para alcançar um valor específico de estágios, que além disso, reduza o tamanho do redutor em proporções tão próximas entre estágios quanto possível.
- Projetar e construir um sistema de carregamento por fricção que utiliza um redutor de velocidade para o ciclo ergômetro Wagan 2773. Tal redutor tem o propósito de possuir resistência mecânica para sua aplicação, fácil manutenção,

baixo custo de produção, tamanho reduzido, eficiência de transmissão e características para ser adaptado em diversos modelos de ciclo ergômetro.

- Projetar e implementar uma unidade central de processamento, controle e transmissão de dados de carga total para o ciclo ergômetro Wagan 2773. Tal unidade tem o propósito de possuir baixo custo, alto desempenho metrológico em relação ao sistema de medição de carga e ser utilizada em dois modelos diferentes de Arduino: Due e Mega. Em relação ao sistema de medição da carga de fricção, determinado o critério de  $(\pm 0,005)$ , cujo

Magalhães, E. P.  
Capítulo 1. Introdução 8

é a capacidade nominal da célula de carga, a tolerância da carga deve ser de  $\pm 0,01$  e o erro máximo admissível apresentado por esse sistema deve ser de  $\pm 0,001$  em toda sua faixa de utilização.

- Criar um supervisor para monitoramento e análise da força humana com uma interface de fácil leitura. Essa interface deve controlar, apresentar e salvar os dados de carga durante a execução do exercício físico no ciclo ergômetro.
- Buscar a inovação e vigorar a ideia de melhoria contínua da tecnologia para ciclo ergômetro já existente, principalmente que diz respeito à um sistema eletro-mecânico de fácil remoção para verificação e manutenção regulares.

## 1.5 Organização do trabalho

Esta dissertação está organizada em 6 capítulos. O capítulo 1, esta introdução, apresenta o objeto de estudo, os objetivos e o problema que motivou o desenvolvimento deste trabalho. O capítulo 2 apresenta uma revisão da literatura relativa à evolução do ciclo ergômetro. O capítulo 3 apresenta a fundamentação teórica quanto ao embasamento matemático e físico utilizados neste trabalho. O capítulo 4 descreve a metodologia das etapas e procedimentos do processo de desenvolvimento da implementação do sistema de interesse. O capítulo 5 expõe os resultados obtidos a partir da metodologia empregada. E o capítulo 6, finalmente, apresenta e destaca as conclusões, considerações finais e sugestões para trabalhos futuros.

## Fundamentação Teórica

Diversos tipos de ciclos ergômetros de fricção foram projetados em relação ao seu uso. Seu mecanismo principal de frenagem pode ser eletromagnético, mecânico ou aerodinâmico. Os travamentos são baseados na transformação da potência de saída produzida no calor por forças de atrito dissipativas [1]. Neste capítulo são apresentadas as seguintes seções: um breve relato sobre a evolução do ciclo ergômetro, a teoria que explica o funcionamento do ciclo ergômetro carregado por fricção, as equações de dimensionamento de um redutor de velocidade de engrenagens cilíndricas de dentes retos, o embasamento estatístico utilizado para quantificar dados e os tipos de filtros, bem como a escolha do filtro para este trabalho.

### 2.1 Breve relato sobre o passado, o presente e o futuro do ciclo ergômetro carregado por fricção

O interesse em desenvolver equipamentos tanto para controlar o movimento mecânico, como o mecanismo de freio, quanto para medir o trabalho e a energia de um indivíduo, vem do período de uma das grandes transformações econômicas, políticas e sociais, conhecida como Revolução Industrial. Este capítulo tem o objetivo de apresentar um breve relato sobre a evolução do ciclo ergômetro carregado por fricção em uma linha cronológica. Nesta seção é apresentado, de forma resumida, um estudo sobre os ciclos ergômetros carregados por fricção realizado por [1].

### Ciclo ergômetro de Prony

Os primeiros ciclos ergômetros, freio de Prony e freios de corda, foram derivados dos dinamômetros e freios propostos por engenheiros para as primeiras máquinas industriais no século XVIII [1]. Na Áustria, um ergômetro de manivela chamado *Ergostat*, baseado no princípio do freio de Prony, foi utilizado no estudo de exercícios realizados com os braços [39]. O mesmo tipo de ergômetro de manivela foi usado por Zuntz (1899) em Berlim. E segundo [1], é provável que o primeiro ciclo ergômetro tenha sido construído na França por E. Bouny em colaboração com J.E. Marey, pioneiros da análise de movimento [40, 41]. Esse ciclo ergômetro foi feito de uma bicicleta cuja roda comum foi substituída por um volante e um freio Prony montado no mesmo eixo. O trabalho realizado nesse dispositivo foi comparado com as medidas simultâneas de força por meio dos pedais ergométricos de Marey modificados por Bouny [1].

Trabalhando com uma das primeiras empresas transatlânticas de cabos, W. Thomson registrou uma patente em 1858 para a melhoria da frenagem do sistema de instalação de cabos [1]. O freio de fricção consistia em um cabo enrolado na circunferência de uma roda, com um peso aplicado em uma extremidade e uma balança de mola fixada na outra extremidade.

### Ciclo ergômetro de Amar

Em 1909, Amar [42] estudou a eficiência da máquina humana por meio de um ciclo ergômetro feito de um quadro de bicicleta com um volante de 36  no lugar da roda comum, conforme ilustrado pela Figura 2.1. Uma fita de aço foi

colocada na circunferência do volante com uma extremidade presa à um dinamômetro de tração e outra extremidade presa à uma plataforma para pesos. A diferença do freio de fricção projetado por W. Thomson, foi a plataforma de pesos presa à extremidade frouxa da fita.

Em 1929, Dickinson [43] substituiu um dinamômetro de mola por um peso para melhorar a precisão da estimativa de trabalho com baixo torque de frenagem em seu estudo sobre a eficiência da pedala de bicicleta. Em 1935, Holzer e Kalinka [44] apresentaram um ciclo ergômetro baseado no mesmo mecanismo: a força  $F_{pedala}$  igual a um peso  $P$  e  $F_{fricção}$  foi medido com um dinamômetro, como no ciclo ergômetro de Amar. No entanto, em 1962, Mellerowicz, utilizando o ciclo ergômetro de Holzer e Kalinka, substituem  $F_{pedala}$  e  $F_{fricção}$  como segue:  $F_{pedala}$  igual a um peso

Magalhães, E. P.

11 2.1. Breve relato sobre o passado, o presente e o futuro do ciclo ergômetro carregado por

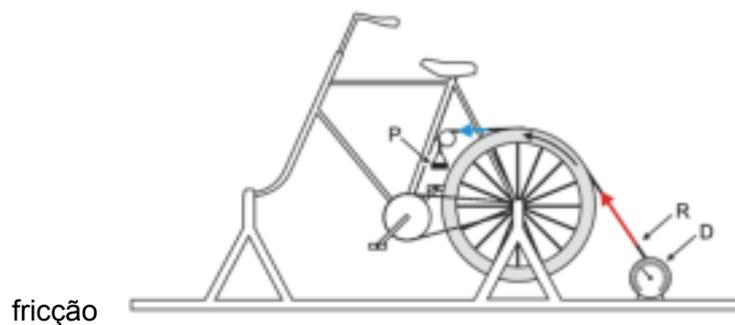


Figura 2.1: Ciclo ergômetro de Amar. As setas vermelhas e azuis correspondem as forças  $F_{pedala}$  e  $F_{fricção}$ , apertada e frouxa, respectivamente.  $F_{pedala}$ ,  $F_{fricção}$  e  $F_{pedala}$ , correspondem ao dinamômetro, à plataforma de peso e à fita de aço, respectivamente. Fonte: [1].

padrão e  $F_{pedala}$  foi medido com um dinamômetro de acordo com o freio de fricção projetado por W. Thomson.

Ciclo ergômetro de Fleisch

Carpentier e Thomson [45] apresentaram o mesmo tipo de dinamômetro de freio ilustrado pela Figura 2.2 em 1962. Esse tipo de dispositivo consiste em duas rodas do mesmo diâmetro, colocadas lado a lado em um eixo rotativo. A roda da esquerda (roda rápida) é rigidamente fixada ao eixo, a roda da direita (roda solta) corre livremente no eixo. As duas são controladas por pesos.

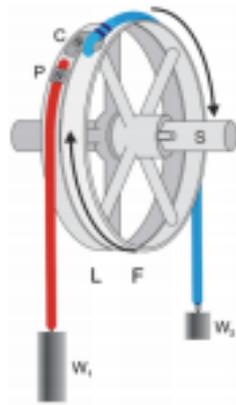


Figura 2.2: Dinamômetros de freio de Thomson.  $S$  corresponde à roda solta e  $L$  corresponde à roda rápida, rigidamente fixada ao eixo  $S$ .  $P$  é a fixação do cabo (em vermelho).  $F$  é a conexão entre a roda solta e o cabo (em azul) que fricciona na roda rápida Fonte: [1].

Fleisch, que inventou o pneumotacômetro diferencial em 1925, apresentou um ergômetro carregado por fricção, cujo torque de frenagem era constante. Esse ciclo ergômetro, ilustrado pela Figura 2.3, foi baseado no freio Carpentier-Thomson. A força de frenagem que atua no

Magalhães, E. P.  
Capítulo 2. Fundamentação Teórica 12

volante  $T$  é igual à diferença entre  $T_1$  e  $T_2$ , que depende do coeficiente de atrito  $\mu$  e do ângulo de abraçamento  $\alpha$  da correia  $B$  ao redor da roda rápida  $L$ .

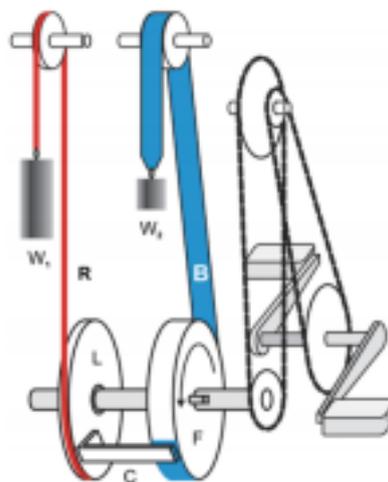


Figura 2.3: Ciclo ergômetro de Fleisch. Rodas rápida e frouxa  $L$  e  $F$ , respectivamente. Conexão  $R$  entre a roda  $L$  e a correia  $B$ , presa ao peso  $W_1$  na outra extremidade.  $T_1$  e  $T_2$  são iguais a  $T_1$  e  $T_2$ , respectivamente. Para maior clareza, a distância entre  $L$  e  $F$  foi aumentada. Fonte: [1].

Se  $T_1$  e  $T_2$  são definidos pelos pesos  $W_1$  e  $W_2$ , o valor de  $T$

é constante se  $\mu$  aumentar adequadamente quando  $\theta$  diminuir e vice-versa. O peso  $P_1$  é preso a um cabo  $\mu$  enrolado em uma roda solta  $\mu$  que está ligada à correia  $\mu$  por um elo rígido  $\mu$ . Portanto, as forças que atuam na correia  $\mu$  da roda rápida são: peso  $P_2$ , a força de atrito  $\mu$  e a tração exercida pela conexão  $\mu$ . Como a tração exercida pela conexão  $\mu$  é igual ao peso  $P_1$ ,  $\mu$  é igual à diferença entre  $P_1$  e  $P_2$ . Quando o  $\mu$  é menor que a diferença  $P_1 - P_2$ , a massa  $P_1$  se move para baixo e a conexão  $\mu$  se move para cima: o enrolamento da correia em torno de  $\mu$  e  $\mu$  aumenta. Inversamente, quando o  $\mu$  é maior que a diferença  $P_1 - P_2$ , a massa  $P_1$  se move para cima e a conexão  $\mu$  se move para baixo. Ambos os enrolamentos em torno da correia em torno de  $\mu$  e  $\mu$  aumenta ou diminui [1].

Segundo [1], era difícil definir um determinado torque de frenagem com as invenções anteriores, pois era impossível mudar o  $\mu$  sem modificar o  $\mu$ . Já o ciclo ergômetro de Fleisch apresentava as seguintes vantagens: rigidez no torque e facilidade na definição do torque de frenagem, pois o  $\mu$  é igual a  $P_1 - P_2$ . No entanto, esse ciclo ergômetro apresentou a desvantagem de ser limitado à alguns laboratórios, provavelmente por ser grande quando comparado ao ciclo ergômetro de equilíbrio sinusal, proposto alguns anos depois.

Magalhães, E. P.

13 2.1. Breve relato sobre o passado, o presente e o futuro do ciclo ergômetro carregado por

fricção Ciclo ergômetro Ergoméca™

Em 1983, Brue et al. [46] apresentaram um ciclo ergômetro carregado por fricção projetado para testes aeróbicos e anaeróbicos, cujo ajuste da tensão da correia é realizado por um acionador conforme ilustrado pela Figura 2.4. Esse ciclo ergômetro permitiu o uso de uma grande variedade de cargas (0 – 196  $\mu$ , com incrementos de 2,5  $\mu$ ) por meio de um mecanismo de balança romana. Além do volante de ferro, o ciclo ergômetro foi construído com um volante de alumínio leve. Esse ciclo ergômetro foi utilizado em muitos estudos sobre o desenvolvimento da potência anaeróbica máxima durante o crescimento em meninos e meninas Bedu et al. [47], Van Praagh et al. [48]. Quando  $\mu$  era maior que  $\mu - \mu$ , o acionador subia e a tensão da correia diminuía. Quando o  $\mu$  era menor que  $\mu - \mu$ , o acionador se movia para baixo e a tensão da correia aumentava.

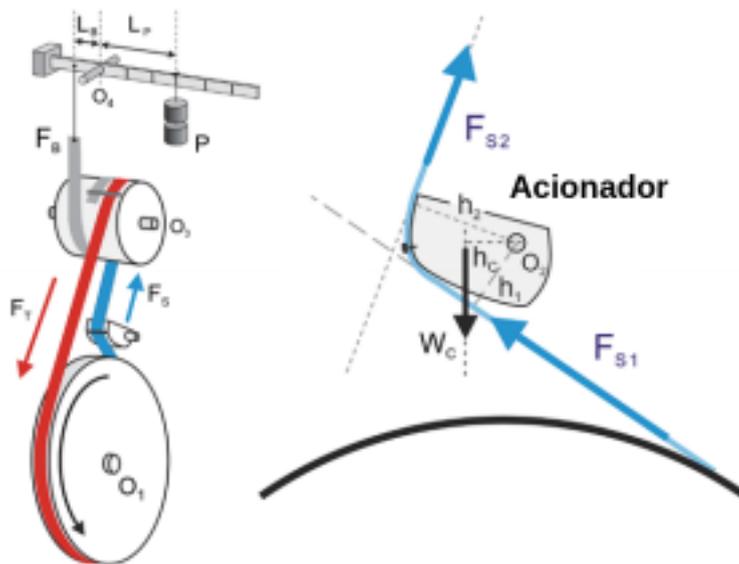


Figura 2.4: Ciclo ergômetro Ergoméca™.  $L_1$  e  $L_2$  braços de forças  $F_1$  e  $F_2$ ;  $F_3$  e  $F_4$ , tensões nas extremidades apertadas e frouxas do cinto;  $O_1$ ,  $O_2$  e  $O_3$ , eixos do volante, acionador e roda, respectivamente; pivô  $O_4$  da balança romana; braços de alavanca,  $L_1$  e  $L_2$  de  $F_1$  e  $F_2$ , respectivamente;  $W_c$  e  $F_{s1}$  peso do acionador e seu braço de alavanca. Adaptado de: [1].

## 2.1.2 Presente

### Ciclo ergômetro de ciclo sinusal de von Döbeln

von Döbeln [49] projetou um ciclo ergômetro cuja diferença entre  $F_1$  e  $F_2$  e o valor de  $F_3$  é automaticamente dado por um sistema de equilíbrio sinusal conforme Figura 2.5. O torque resultante  $F_3(L_1 - L_2)$  exercido pela correia na roda foi contrabalançado pelo torque exercido

Magalhães, E. P. Capítulo 2. Fundamentação Teórica 14

pelo sistema de equilíbrio sinusal  $F_4 \cdot L_4$ . No ciclo ergômetro de von Döbeln, a tensão da correia, o torque do freio e a posição do pêndulo são ajustados de acordo com a distância entre o eixo da roda  $O_1$  e o eixo do volante (A na Figura 2.5). As forças gravitacionais exercidas no cinto frouxo e apertado e sua diferença pode ser considerada insignificante. Quanto maiores as tensões nas correias, leve e apertada, maior a força de atrito no eixo da roda  $O_1$ . No entanto, essa força de atrito foi minimizada por rolamentos de esferas [1].

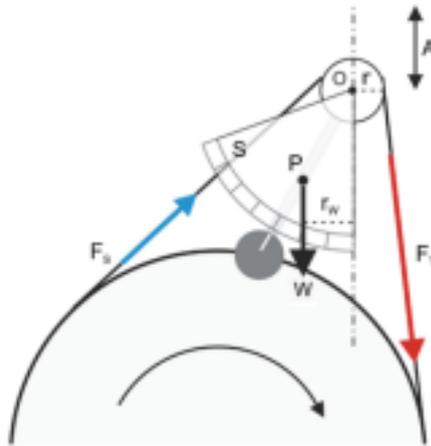


Figura 2.5: Ciclo ergômetro de Von Döbeln.  $O$  é o centro de massa do pêndulo,  $S$  é a escala de força,  $P$  é o eixo da roda. Fonte: [1]

Após essa publicação, um ciclo ergômetro de equilíbrio sinusal, baseado no modelo proposto por von Döbeln, foi fabricado pela Monark™ e amplamente utilizado em testes físicos de atletas. A Monark™ implementou um sistema de pressão para apertar a correia frouxa. Desse modo, a distância entre o eixo da roda e o eixo do volante foram alterados com ajustes mecânicos como pode ser observado na Figura 2.6. Em comparação com o ciclo ergômetro de Fleisch, no ciclo ergômetro de equilíbrio sinusal, a força de atrito  $f_w$  varia se o coeficiente de atrito não for constante. Mudanças de temperatura afetam o coeficiente de atrito, por exemplo. Além disso, segundo [1], não é possível ajustar a força do freio antes de pedalar com o ciclo ergômetro de equilíbrio sinusal, porque a resistência deve ser ajustada enquanto o volante está em movimento [1]. Ou seja, os ciclo ergômetros de Fleisch e de von Döbeln apresentavam problemas de regulagem na tensão da carga.

#### Ciclo ergômetro com cesta de pesagem

Após o ciclo ergômetro anterior, a Monark™ propôs outro ciclo ergômetro, modelo 864. Esse utilizava um cesto de pesos e é ilustrado pela Figura 2.7. Nesse dispositivo, o torque

Magalhães, E. P.

15 2.1. Breve relato sobre o passado, o presente e o futuro do ciclo ergômetro carregado por

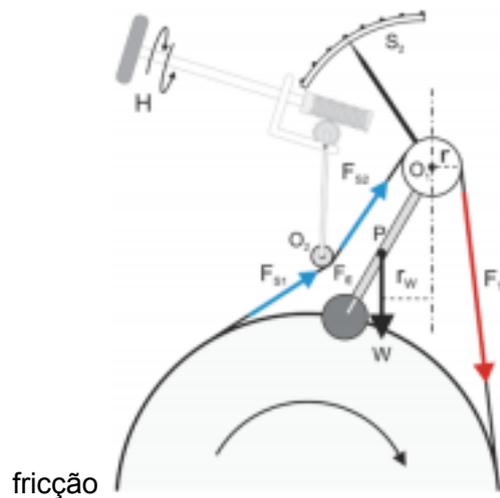


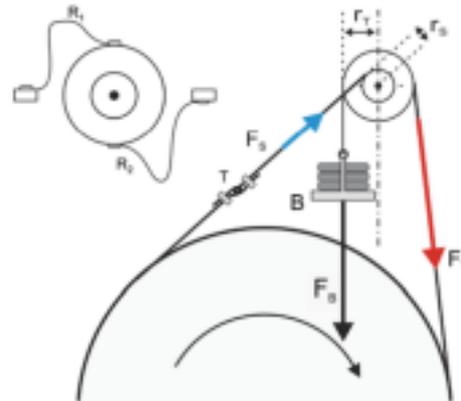
Figura 2.6: Ciclo ergômetro de equilíbrio sinusal Monark: 1, eixo da roda, 2, eixo da roda pressionando a correia frouxa; 3, 4 e 5, peso, centro de gravidade e alavanca do pêndulo; Tensão 6 e 7 das extremidades apertadas e frouxas; 8, tensão da correia frouxa corrigida pela força 9 exercida pela roda; 9, manípulo para ajuste manual do torque de frenagem. A escala de força não é apresentada; escala de força secundária 10 legível pelo sujeito que pedala.

resultante exercido na roda pela correia é contrabalançado pelo torque 9 exercido por uma cesta, cujo peso 4 é ajustado com massas adicionais. Pequenas fitas (R1 e R2) limitam o deslocamento vertical da cesta. A tensão do cinto é ajustada, antes do exercício, por meio de um esticador.

Diferente do modelo de equilíbrio sinusal proposto por von Döbeln, nesse dispositivo, o raio da polia é diferente para a correia apertada e a corda solta. Quando a tensão 6 é maior que a diferença entre 7 e 8, a cesta se move para baixo, o que provoca um enrolamento da correia em torno de uma polia grande (9) e um desenrolamento do cabo em torno da polia menor (10). Portanto, a tensão do cabo da correia aumenta até que a diferença entre 7 e 8 seja igual a 9. Inversamente, quando a 9 é menor que a diferença 7 - 8, o cesto se move para cima e a tensão do cabo diminui.

### 2.1.3 Futuro

Segundo [1], os atuais ciclos ergômetros de carregamento por fricção são projetados para serem atraentes e seguros, mas não precisos. As estruturas, como a carenagem e o corpo rígido que suporta os sistemas, limitam os riscos de acidentes, pois são robustas. As peças do sistema não foram projetadas para serem facilmente removidas para verificação e manutenção regulares. Ou seja, a tecnologia utilizada nos ciclos ergômetros atuais torna a manutenção mais



Capítulo 2. Fundamentação Teórica 16

Figura 2.7: Correia vermelha: apertada. Correia azul: frouxa. O raio  $r$  é menor que o raio  $R_1$ .  $F_1$  e  $F_2$  são fitas que limitam os deslocamentos verticais do cesto. Forças  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$  exercidas na polia pela carga do cesto, pelas extremidades apertadas e leves do cabo da correia, respectivamente;  $\alpha$  é um esticado. Fonte: [1].

difícil, devido aos elementos incorporados ao mecanismo tradicional. Segundo [1], espera-se que um ciclo ergômetro carregado por fricção seja projetado especificamente para estudos médicos e fisiológicos, cuja abordagem seja precisão, manutenção e calibração. As peças devem ser substituídas por elementos leves, que são mais fáceis de reparar e que permitam a troca de maneira simples. Ainda, [1] ressalta que, a configuração do torque pode ser aprimorada por um mecanismo que permite o ajuste da tensão da correia e sugere alterações nos ciclos ergômetros apresentados acima.

## 2.2 Princípio de funcionamento do ciclo ergômetro carregado por fricção

A Figura 2.8 ilustra o princípio de funcionamento do ciclo ergômetro carregado por fricção, cuja correia é compreendida por um ângulo  $\alpha$  relativamente ao centro do cilindro rotativo. A Figura 2.8 mostra o diagrama de corpo livre, exibindo o conjunto completo de forças. Na Figura 2.8 (a) tem-se o ângulo apontado por  $\alpha$ , denominado ângulo de abraçamento. Observa-se que a correia tangencia a roda nos pontos A e B. Tal conjuntura faz com que a força de tração da correia varie em função de  $\alpha$  e da força de atrito.

As forças atuantes nesse sistema são compreendidas por meio de uma análise infinitesimal da correia, ilustradas pela Figura 2.8 (b). Entre a correia e o cilindro formam-se forças de interação que possuem uma componente normal e uma tangencial à superfície, em que a segunda só existe quando se admite a existência

de atrito entre a correia e a roda. As forças atuantes sobre a seção infinitesimal são: força de tração  $T_1$  à extremidade esquerda, força de tração  $T_2 + dT$  à

Magalhães, E. P.

17 2.2. Princípio de funcionamento do ciclo ergômetro carregado por fricção

(a) Visão macro do sistema de frenagem (b) Análise infinitesimal da correia

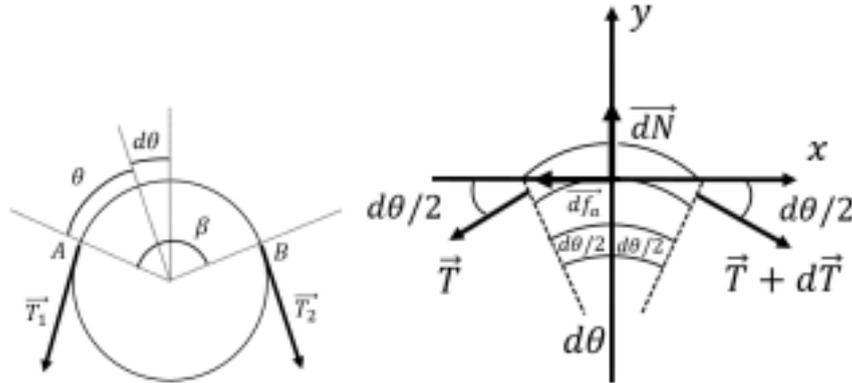


Figura 2.8: Análise do sistema de frenagem por fricção: (a) ilustração macro de uma sistema acionado por uma roda e uma correia. (b) diagrama de corpo livre nos eixos x-y que exibe um conjunto de forças atuantes no sistema de frenagem por fricção quando uma correia é compreendida por um ângulo  $\theta$ . Representação das forças de tração  $T_1$  e  $T_2 + dT$ , do ângulo de abraçamento  $\theta$ , da força de atrito  $df$  e da força normal  $dN$ .

extremidade direita, força normal  $dN$  à superfície de contato de reação da roda sobre a correia e força de atrito  $df$  tangente à superfície de contato. Admitindo-se que a força de tração varie ao longo do ângulo de abraçamento, na extremidade direita do elemento infinitesimal, a força de tração é igual à existente na extremidade esquerda incrementada do diferencial de força  $dT$ . O estabelecimento das condições de equilíbrio das projeções das forças sobre os eixos x-y, resulta no seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} (T_1 + T_2 + dT) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - T_1 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - dN \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - df \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) &= 0 \quad (2.1) \\ (T_1 + T_2 + dT) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - T_1 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + dN \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - df \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) &= 0 \quad (2.2) \end{aligned}$$

Devido à condição infinitesimal,  $d\theta \approx 0$ . Logo,  $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \approx 1$  e  $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \approx \frac{\theta}{2}$  (2.3)

Desse modo, o sistema de equações anterior torna-se

$$T_2 - T_1 = 0 \quad (2.4)$$

Magalhães, E. P.  
Capítulo 2. Fundamentação Teórica 18

$$T_2 - 2T_1 \cos \alpha - T_2 \cos \alpha = 0 \quad (2.5)$$

Com infinitésimos de  $2^{\text{a}}$  ordem,  $T_2 \cos \alpha$  e  $T_1 \cos \alpha$ , são desprezíveis em relação aos de  $1^{\text{a}}$  ordem, nesse caso,  $T_2$  e  $T_1$ , então o sistema de equações torna-se

$$T_2 = T_1 \quad (2.6)$$

$$T_2 = T_1 \quad (2.7)$$

De acordo a definição, a força de atrito entre a correia e a roda é

$$F_a \leq \mu T_1 \quad (2.8)$$

onde  $\mu$  é o coeficiente de atrito entre as superfícies da correia e da roda. Substituindo as Equações 2.6 e 2.7 na Equação 2.8, obtém-se

$$T_2 \leq \mu T_1 \quad (2.9)$$

Integrando essa inequação entre  $T_2 = 0$  e  $T_2 = T_1$ , aos quais correspondem à  $\alpha = \alpha_1$  e à  $\alpha = \alpha_2$ , respectivamente, obtém-se

$$T_2 \leq T_1 e^{\mu \alpha} \quad (2.10)$$

que resulta na expressão que relaciona as forças de tração de entrada e de saída atuantes na correia, tendo como parâmetros o coeficiente de atrito e o ângulo de abraçamento. Esse último é expresso em radianos. A força total desse sistema é calculada pela soma da força  $T_2$  mais a força  $T_1$ . E o momento de frenagem ou

torque total da roda é dado pela Equação 2.11, cujo  $r$  é o raio da roda.

$$T = (T_2 - T_1)r \quad (2.11)$$

Magalhães, E. P.

## 19 2.3. Redutor de velocidade 2.3 Redutor de velocidade

O redutor de velocidade é um dispositivo mecânico geralmente utilizado para multiplicar a quantidade de torque gerado por uma fonte de energia de entrada a fim de aumentar a quantidade de trabalho utilizável. Nesta seção é apresentado o projeto de redutor de velocidade, especificamente das engrenagens cilíndricas de dentes retos. Além disso, todas as subseções dessa seção estão contidas dentro do programa criado em linguagem MATLAB.

Segundo [4], para o dimensionamento correto do redutor de velocidade, deve-se observar as dimensões da caixa de redução, o tipo de geometria das engrenagens, o tipo de material utilizado na fabricação dos elementos e o processo de fabricação, uma vez que são aspectos técnicos que influenciam no resultado do produto final.

### 2.3.1 Dimensionamento de engrenagem

Engrenagens são elementos mecânicos que melhor se adaptam ao que diz respeito à transmissão de torques e velocidades angulares entre eixos [50].

Com relação à geometria, as engrenagens são classificadas em: cilíndricas de dentes retos, de dentes helicoidais e de dentes internos; cônicas; coroa/sem-fim e cremalheira. Este trabalho tratará apenas das engrenagens cilíndricas de dentes retos devido ao seu alto rendimento - de 96% a 99%, à confiabilidade mecânica e à extensa faixa de razão de transmissão de potência.

Para dimensionar a engrenagem é preciso determinar vários parâmetros, principalmente o número de dentes, o ângulo de pressão, o módulo e a largura.

#### Ângulo de pressão

O ângulo de pressão,  $\phi$ , é um parâmetro básico que representa a inclinação da linha de ação das forças em relação à linha perpendicular entre os centros das engrenagens. É o parâmetro que define quanto torque será transmitido em função da

potência, pois torque é a força transmitida multiplicada pelo raio da base e raio da base é o produto do raio primitivo pelo cosseno do ângulo de pressão. A Tabela 2.1 apresenta as opções de ângulos de pressão que estão disponíveis no programa. E segundo [51], o ângulo mais comumente utilizado na literatura é o ângulo de 20°.

Magalhães, E. P.  
Capítulo 2. Fundamentação Teórica 20

Tabela 2.1: Sistema de dentes padronizados para engrenagens cilíndricas de dentes retos. Onde  $\phi$  é o passo diametral utilizado no sistema inglês de medidas e  $m$  é o módulo utilizado no sistema internacional de medidas. Para o sistema de dente -  $\phi$ , profundidade completa significa maior relação de contato, curto significa mais força e vice-versa. Fonte: [4].

Sistema de dente ( $\phi$ )	Ângulo de pressão (graus)	Adendo	Dedendo
Profundidade completa	20	1/P ou 1m	1,25/P ou 1,25m
	22 (1/2)	1/P ou 1m	1,25/P ou 1,25m 1,35/P ou 1,35m
	25	1/P ou 1m	1,25/P ou 1,25m 1,35/P ou 1,35m
Curto	20	0,8/P ou 0,8m	1P ou m

### Módulo

O módulo,  $m$ , é um parâmetro que deve ser definido com base na usinagem das engrenagens, pois é o parâmetro básico para a dimensão da roda dentada. Além disso, por meio do módulo e do ângulo de pressão é possível determinar o acoplamento entre engrenagens. A Tabela 2.2 apresenta o cálculo dos diâmetros da engrenagem em função do módulo  $m$  e do número de dentes  $Z$ .

Tabela 2.2: Parâmetros da engrenagem cilíndrica de dentes retos que estão em função do módulo e número de dentes. O módulo é o parâmetro que define o acoplamento entre as engrenagens e está relacionado ao processo de usinagem. Fonte: [4].

Parâmetro	Equação
Diâmetro primitivo	$D_p = mZ$
Diâmetro externo	$D_e = m(Z + 2)$
Diâmetro interno	$D_i = m(Z - 2,5)$
Altura do dente	$h_d = A_{dendo} + D_{dedendo}$
Passo	$p = \phi m$
Folga no pé do dente	$e = 0,25m$

### Largura

A largura -  $b$ , da engrenagem, está relacionada com a resistência dos dentes aos esforços durante a transmissão de potência. Se a largura é pequena, a pressão sobre os dentes é grande, logo, a engrenagem pode não suportar os esforços. Se a

largura é grande, a pressão diminui e a resistência aumenta, logo, as engrenagens podem suportar os esforços, porém, as dimensões do trem de engrenagem também aumentam. Em vista disso, deve-se avaliar a largura da engrenagem em função do espaço disponível sempre relacionado ao objetivo de elemento robusto e

Magalhães, E. P.  
21 2.3. Redutor de velocidade

compacto. Sobre sua definição, a largura é um parâmetro de entrada definido previamente pelo projetista.

### Interferência

Quando se projeta uma engrenagem com perfil de dentes em envolvente de círculo, espera-se que os perfis conjugados dos pares de dentes em contato sejam conjugados e continuamente tangentes. A interferência é o contato entre perfis de dentes que não são conjugados [4]. E o contato das engrenagens inicia-se quando o topo do dente movido contata o flanco do dente motor. O efeito dado pela interferência é que a ponta em involuta ou a largura da engrenagem movida tende a cavar para fora o flanco da engrenagem motora. O cálculo da interferência, número de dentes da engrenagem par, é calculado pelas Equações 2.12 e 2.13, cuja Equação 2.12 está para razões de engrenamento 1:1 e Equação 2.13 está para razões de engrenamento maiores que 1.

$$\begin{aligned}
 & \frac{2}{m} = 2 \frac{2}{m} \\
 & 3 \sin^2 \frac{2}{m} (1 + \sqrt{1 + 3 \sin^2 \frac{2}{m}}) \quad (2.12) \\
 & \frac{2}{m} = 2 \frac{2}{m} \\
 & (1 + 2 \frac{2}{m}) \sin^2 \frac{2}{m} (\frac{2}{m} + \sqrt{\frac{2}{m}^2 + (1 + 2 \frac{2}{m}) \sin^2 \frac{2}{m}}) \quad (2.13)
 \end{aligned}$$

onde  $\frac{2}{m}$  é o tipo de profundidade do dente: completa ou curta.

### Tensão de flexão de Lewis

A tensão de flexão depende da geometria, da forma do dente da engrenagem e da força atuante no dente. E uma das primeiras análises de tensões em engrenagens foi estudada por Wilfred Lewis (1892) [4]. O estudo por ele apresentado considera o

dente como sendo uma viga engastada e sujeita a uma carga distribuída ao longo de sua extremidade. A Equação 2.14 representa tal teoria.

$$\sigma_{\text{flexão}} = \frac{W_t}{b} \cdot Y_L \quad (2.14)$$

onde  $W_t$  é a carga tangencial aplicada no dente da engrenagem,  $b$  é a largura da engrenagem,  $m$  é o módulo e  $Y_L$  é o fator de forma de Lewis. Esse último é tabelado em função

Magalhães, E. P.  
Capítulo 2. Fundamentação Teórica 22

do número de dentes, do ângulo de pressão e da profundidade do dente. E a tensão de flexão representa a força máxima exercida na ponta do dente.

#### Tensão de flexão de Barth

A equação de Lewis calcula apenas o estresse estático devido à flexão, enquanto a carga real é de natureza dinâmica [4]. Carl G. Barth (século XIX) introduziu um fator de segurança na Equação 2.14, levando em consideração a natureza dinâmica da carga de flexão, chamado fator de velocidade, que varia de acordo com o acabamento do perfil do dente: fundido, cortado ou fresado, fresado em caracol ou conformado e rebarbado ou retificado [4]. A tensão de flexão de Barth é dada pela Equação 2.15.

$$\sigma_{\text{flexão}} = \frac{W_t}{b} \cdot Y_L \cdot K_v \quad (2.15)$$

onde  $K_v$  é o fator de velocidade.

#### Tensão de contato de Hertz

Quando dois corpos elásticos com superfícies curvas são pressionados, como nas engrenagens, problemas na superfície do dente surgem devido à pressão e são geralmente conhecidos como desgastes. Dessa teoria, Hertz (1882) calculou a pressão máxima na superfície do dente dada pela Equação 2.16:

$$\sigma_{\text{Hertz}} \text{max} = 2 \cdot \dots$$

$$\sigma_{\text{H}} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) \right]^2 + \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right) \right]^2 \cos^2 \phi} \quad (2.16)$$

em que  $\sigma_{\text{Hmax}}$  é a pressão superficial máxima,  $F_{\text{H}}$  é a força que comprime um cilindro com o outro,  $L$  é o comprimento dos cilindros e  $b$  é a semilargura calculada pela Equação 2.17.

$$b = \frac{F_{\text{H}} \cos \phi}{2 \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) \right] + \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right) \right]^2 \cos^2 \phi} \quad (2.17)$$

onde  $\nu_1$ ,  $\nu_2$ ,  $E_1$  e  $E_2$  são respectivamente os coeficientes de Poisson e os módulos de elasticidade do material das engrenagens ímpar e par. Mediante ao rearranjo das Equações 2.16 e 2.17, obtêm-se a Equação 2.18 para o cálculo de tensão de contato de Hertz, em que o sinal negativo é uma convenção.

Magalhães, E. P.

### 23 2.3. Redutor de velocidade

$$\sigma_{\text{H}} = -\frac{F_{\text{H}} \cos \phi}{b} \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) \right]^2 + \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right) \right]^2 \cos^2 \phi} \quad (2.18)$$

em que  $\nu_{\text{H}}$  é o coeficiente de elasticidade,  $\phi$  é o ângulo de pressão e  $\rho_1$  e  $\rho_2$  são os valores instantâneos dos raios de curvatura nos perfis dos dentes das engrenagens ímpar e par respectivamente. A adição do fator de velocidade  $K_{\text{H}}$  na equação 2.18, torna o cálculo da tensão de contato de Hertz para aplicações dinâmicas, cuja alteração é dada pela Equação 2.19.

$$\sigma_{\text{H}} = -\frac{F_{\text{H}} \cos \phi}{b} \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) \right]^2 + \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right) \right]^2 \cos^2 \phi} \quad (2.19)$$

A Equação 2.20 calcula o coeficiente de elasticidade em função das características do material da engrenagem.

$$\frac{1}{E_{\text{H}}} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \quad (2.20)$$

Tensão de flexão e de contato AGMA

responsável em descrever padrões de engrenagens desde 1916, credenciada pela *American National Standards Institute (ANSI)*. Por ser um padrão mundial de análise de elementos mecânicos [51], essa metodologia também foi adotada.

Segundo AGMA, existem problemas que introduzem incertezas no cálculo de engrenagens que precisam ser resolvidos com adição de fatores modificadores. Desse modo, a AGMA modificou as equações de tensão de Barth e de Hertz - flexão e contato, respectivamente - para incluir uma série de fatores de segurança a fim de corrigir tais problemas.

Para AGMA, a Equação 2.23 é a equação do cálculo de tensão flexional baseada na Equação 2.15, em que:  $K_o$ ,  $K_s$ ,  $K_m$ ,  $K_t$ ,  $K_b$  e  $K_x$  são respectivamente fator de sobrecarga, fator de tamanho, fator de distribuição de carga, fator de espessura do aro, fator de correção de tensão e fator de razão de compartilhamento de carga. Na Equação 2.23,  $K_d$  é também um fator dinâmico modificado pela norma 2003-C97, que leva em consideração o efeito da qualidade do dente de engrenagem com relação à velocidade, à carga e ao aumento de tensão [4]. O cálculo de  $K_d$  é dado pela Equação 2.21.

<sup>4</sup>Fonte: <https://www.agma.org/>

$$K_d = \left( \frac{A + \sqrt{200 - B}}{B} \right)^{0,25} \quad (2.21)$$

em que:

$$A = \frac{K_o}{K_s} =$$

$$\left( \frac{K_o}{K_s} + \sqrt{200 - \frac{K_o}{K_s}} \right)^{0,25}$$

$$B = 0,25 (12 -$$

$$\frac{K_o}{K_s})^{2/3}$$

$$K_d = 50 + 56(1 - \frac{K_o}{K_s}) \quad (2.22)$$

$J$  é o número de qualidade e  $V$  [m/s] é a velocidade tangencial no diâmetro primitivo externo da engrenagem.

$$K_d = \frac{50 + 56(1 - \frac{K_o}{K_s})}{\left( \frac{K_o}{K_s} + \sqrt{200 - \frac{K_o}{K_s}} \right)^{0,25}} \quad (2.23)$$

Existem várias falhas de fadiga superficial e uma delas é a falha de crateramento AGMA. Essa falha é causada pelas repetições de tensões elevadas no contato do dente e é dada pela Equação 2.24

$$\sigma_{\text{eixo}} = -\sigma_{\text{flexão}} \pm \tau_{\text{torção}} \sqrt{1 + \frac{1}{4} \left( \frac{\sigma_{\text{flexão}}}{\tau_{\text{torção}}} \right)^2} \quad (2.2)$$

### 2.3.2 Limite de resistência à fadiga AGMA

Elementos mecânicos estão sujeitos às solicitações variáveis e podem se romper de forma progressiva, pois operam submetidos aos esforços combinados de torção e de flexão alternada. Sendo assim, as análises de resistência à fadiga AGMA devem ser realizadas [4].

O cálculo do limite de resistência à fadiga corrigido pela AGMA é dado pela Equação 2.26, que possui os seguintes elementos modificadores: fator de modificação de condição de superfície  $K_f$ , fator de modificação de tamanho  $K_t$ , fator de modificação de carga  $K_L$ , fator de modificação de temperatura  $K_T$  e fator de confiabilidade  $K_R$ . O parâmetro  $S'_e$  é o limite de resistência à fadiga do corpo de prova no ensaio de flexão rotativa para ligas de aço, dado pela Equação 2.25 que está em função da tensão de ruptura do material [4].

$$S'_e = \begin{cases} S_u & \text{para } S_u \leq 1400 \text{ MPa} \\ 700 \text{ MPa} & \text{para } 1400 \text{ MPa} < S_u \leq 2000 \text{ MPa} \\ 0,50 S_u & \text{para } S_u > 2000 \text{ MPa} \end{cases} \quad (2.25)$$

Magalhães, E. P.

25 2.3. Redutor de velocidade

$$S_e = S'_e K_f K_t K_L K_T K_R \quad (2.26)$$

### 2.3.3 Dimensionamento de eixos

O elemento eixo está sujeito à flexão devido às cargas transversais e à torção, devido ao torque em transmissão. Durante a operação do redutor de velocidade ocorrem essas duas combinações de cargas, pois o torque transmitido está associado às forças nos dentes das engrenagens [51]. Caso o eixo seja estacionário, o carregamento é estático. Em razão disso, o eixo não é um elemento de transmissão, pois não há transmissão de torque. Caso o eixo seja rotativo, o carregamento é dinâmico e há transmissão de torque [51].

Carregamento estático: tensão de cisalhamento máxima

Para o carregamento estático, o dimensionamento é baseado na teoria das vigas, relacionada com a tensão de cisalhamento máximo, dado pela Equação 2.27.

$$\frac{\sigma_{\max}}{2} \sqrt{\frac{3}{2} \left( \frac{M}{W} \right)^2 + \left( \frac{T}{W_p} \right)^2} \leq \frac{\sigma_{\text{ecoamento}}}{n} \quad (2.27)$$

onde  $\sigma_{\text{ecoamento}}$  é a tensão de escoamento do material,  $n$  é o fator de segurança,  $M$  é o momento fletor máximo e  $T$  é o momento torsor máximo. Ressalta-se que o momento fletor máximo é calculado pelo diagrama de corpo livre e o momento torsor é o torque dado por cada estágio do redutor de velocidade.

#### Carregamento dinâmico: ASME

Para o carregamento dinâmico, o eixo está submetido às flexões e torques médios e alterna dos. A *American Society of Mechanical Engineers* (ASME) é uma associação responsável por elaborar padrões para a Engenharia Mecânica desde 1880, credenciada pela *American National Standards Institute* (ANSI) [51]. Por ser um padrão mundial de análise de elementos mecânicos e conter um enfoque simplificado para projeto de eixos sob carregamento dinâmico, adotou-se a norma B106.1M-1985/ASME [51]. Assim sendo, a Equação para o cálculo do diâmetro mínimo é dada por 2.28, e pode ser usada como a equação de projeto para determinar o diâmetro do eixo para qualquer combinação de carregamento de flexão e de torção.

Magalhães, E. P.  
Capítulo 2. Fundamentação Teórica 26

$$d = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \left[ \frac{K_f M_a}{2} \left( \frac{1}{S_e} \right)^2 + \frac{K_t T_a}{2} \right]} \quad (2.28)$$

onde  $S_e$  é o fator de segurança,  $K_f$  é o fator de concentração de tensão à fadiga flexional alternante,  $M_a$  é o momento flexor alternante,  $K_t$  é o

fator de concentração de tensão à fadiga torcional alternante,  $K_{fT}$  é o momento torsor alternante,  $K_{fM}$  é o fator de concentração de tensão à fadiga flexional média,  $M$  é o momento flexor médio,  $K_{fT}$  é o fator de concentração de tensão à fadiga torcional média,  $M$  é o momento torsor médio,  $\sigma_{lim}$  é o limite de resistência à fadiga e  $\sigma_{rupt}$  é a tensão de ruptura do material.

### 2.3.4 Cálculo do momento de inércia de um redutor de velocidade

O momento de inércia de um redutor de velocidade acionado por um motor é ilustrado pela Figura 2.9 e, devido às engrenagens necessárias para conduzir uma carga, a inércia total refletida no motor é expressa pela Equação 2.29.

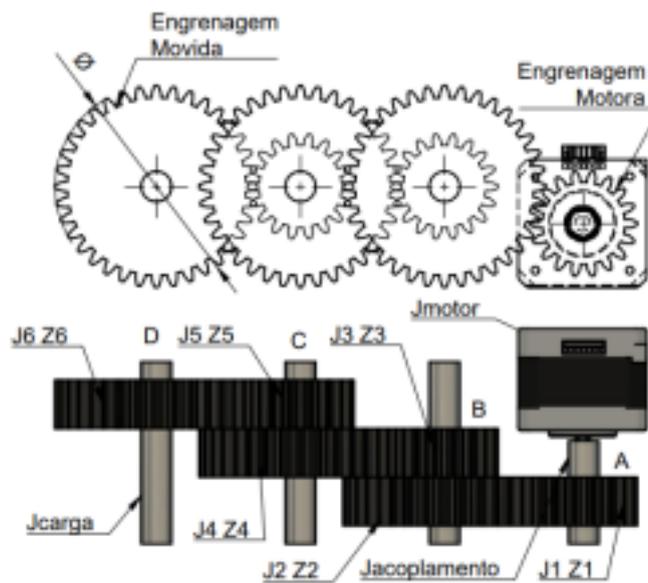


Figura 2.9: De cima para baixo: vista frontal e superior dos corpos de um redutor com seus respectivos momentos de inércia -  $J_i Z_i$ . Imagem ilustrativa e representativa da Equação 2.29. Onde  $Z_i$  são as engrenagens.

Magalhães, E. P.

27 2.4. Análise estatística  $J_{ref} = J_{motor} +$

$$J_{ref} = J_{motor} +$$

$$+ (J_{Z2} + (J_{Z4} \left( \frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 + J_{Z3} + J_{Z5} \left( \frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 \left( \frac{Z_2}{Z_3} \right)^2 \left( \frac{Z_3}{Z_4} \right)^2 \left( \frac{Z_4}{Z_5} \right)^2 \left( \frac{Z_5}{Z_6} \right)^2 \right) \left( \frac{Z_1}{Z_2} \right)^2 \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned}
 & \left( \frac{J_6}{6} + \frac{J_3}{3} \right)^2 \\
 & + \left( \frac{J_1}{1} + \frac{J_4}{4} + \frac{J_5}{5} + \frac{J_6}{6} \right)^2
 \end{aligned}$$

A seleção do motor ideal para uso em uma aplicação de controle de movimento é a primeira parte de um problema no sistema de controle de movimento, tal como afirma [52]. Para a especificação de motores de passo, recomenda-se que a inércia movida não seja superior em dez vezes à inércia motora [52]. Essa relação é dada pela Equação 2.30, em que a inércia movida é a inércia total menos a inércia do motor.

$$J_{\text{movida}} < 10 J_{\text{motor}} \quad (2.30)$$

## 2.4 Análise estatística

Quando se trata de medição, efetivamente nada é perfeito. A metrologia é a ciência da medição e medir é o procedimento pelo qual o valor momentâneo de uma grandeza física é obtido como múltiplo de uma unidade, estabelecida por um padrão [53].

Nesta seção são apresentados os conceitos estatísticos utilizados para quantificar os eventos numéricos associados aos problemas de engenharia.

### 2.4.1 Desvio-padrão amostral

O desvio-padrão amostral fornece o grau da dispersão em torno da média populacional de uma variável aleatória [53], cujo cálculo é dado pela Equação 2.31.

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (2.31)$$

onde  $\bar{x}$  é a média aritmética,  $x_i$  são os valores observados durante a medição e  $n$  é o número de medições.

Incerteza de medição é o parâmetro que caracteriza a dispersão dos valores atribuídos ao mensurando [53]. Em um processo de medição ou de calibração existem diversas fontes de incerteza que são baseadas em séries de medição, informações do instrumento calibrado, padrões utilizados, condições ambientais de laboratório, entre outros. Sendo assim, as incertezas de medição, geralmente, podem ser de dois tipos, são elas:

- Tipo A: incerteza-padrão de medição estimada a partir da distribuição estatística dos valores provenientes de séries de medições [54]. Essa incerteza é calculada de acordo com a variabilidade do mensurando. Neste trabalho, como os pesos-padrão são invariáveis, o cálculo de incerteza-padrão, expressado como um desvio-padrão, é dado pela Equação 2.32.

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.32)$$

onde  $s$  é o desvio padrão amostral e  $n$  é o número de medições utilizadas para calcular a média aritmética.

- Tipo B: incerteza-padrão estimada a partir de funções de densidade probabilística baseadas na experiência ou na especificação do fabricante [54]. As funções de densidade de probabilidade tipo B são representadas pela Figura 2.10.

(a) Função de densidade probabilística retangular. (b) Função de densidade probabilística triangular.

Figura 2.10: Representação das funções de densidade probabilística para avaliação da incerteza tipo B. As duas funções modelam informações à respeito do mensurando, cuja largura,  $2u$ , fornece uma medida quantitativa do mensurando. Para essas duas funções a largura possui o mesmo tamanho: de -1 à 1.

Pode-se observar na Figura 2.10 que as duas funções possuem a mesma largura  $\Delta x$ , parâmetro associado à resolução do instrumento. A distribuição triangular, pela sua forma, está mais concentrada (menos dispersa) em torno do seu valor médio. Portanto, seu desvio padrão é menor em relação à retangular para o mesmo valor de  $\Delta x$ . A posição do centro da função corresponde à melhor estimativa para o valor do mensurando. Já a sua largura está associada ao grau de conhecimento à respeito do mensurando. Quanto mais estreita a função de densidade de probabilidade, maior o conhecimento sobre o mensurando [55].

A maneira de combinar os dois tipos depende da correlação existente entre as fontes de incertezas, cujo resultado final de incerteza deve ser apresentado na forma de uma combinação de incertezas tipo A e B, denominada incerteza combinada, calculada pela Equação 2.33.

$$\Delta x_{\text{combinada}} = \sqrt{\Delta x_A^2 + \Delta x_B^2} \quad (2.33)$$

onde  $\Delta x_A$  é a incerteza tipo A e  $\Delta x_B$  é a incerteza tipo B.

### 2.4.3 Curva de erros

A curva de erros é o gráfico que representa a distribuição dos erros sistemáticos e aleatórios ao longo da faixa de medição do instrumento, normalmente levantada por meio de padrões de diferentes valores [53]. Sua construção é dada por uma linha central - tendência do instrumento -, por um limite superior - soma da tendência com a repetitividade do instrumento e por um limite inferior - subtração da tendência com a repetitividade do instrumento.

Tendência

A tendência, de acordo com [53], é a estimativa do erro sistemático calculada pela Equação 2.34.

$$\Delta x_{\text{tendência}} = \bar{x} - x_{\text{padrão}} \quad (2.34)$$

onde  $\bar{x}$  é a média aritmética e  $x_0$  é o valor verdadeiro convencional do mensurando.

Magalhães, E.  
P.

## Capítulo 2. Fundamentação Teórica 30 Repetitividade

A repetitividade representa a faixa simétrica de valores dentro da qual, com uma probabilidade estatisticamente definida, se situa o erro aleatório da indicação. Seu cálculo é dado pela Equação 2.35.

$$R = \pm t \cdot s \quad (2.35)$$

onde  $t$  é o coeficiente de *Student* para uma determinada probabilidade e  $s$  é a incerteza padrão obtida a partir da amostra com  $n - 1$  graus de liberdade.

Quando são realizadas medições repetidas do mesmo mensurando, a repetitividade da média deve ser utilizada e é dada pela Equação 2.36

$$R_{\bar{x}} = t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (2.36)$$

## 2.5 Filtros

Nesta seção são apresentados alguns tipos de filtro, uma breve comparação entre os filtros analógico e digital e suas formas de implementação.

### 2.5.1 Tipos de filtro

Os filtros rejeitam ruídos indesejados dentro de uma determinada faixa de frequência. São projetados de acordo com a banda e a frequência de corte. O intervalo de frequências de um sinal que passa por um filtro é considerado banda passante. O intervalo de frequências de um sinal, que é fortemente atenuado por um filtro, é considerado banda de parada. E entre a banda passante e a banda de parada tem-se a banda de transição, em que as sucessões de atenuação são ocorridas. A frequência de corte é a borda da banda passante onde há uma redução de 3 dB na amplitude do sinal (aproximadamente 70,7% da magnitude da banda de passagem) [56]. A banda passante representa o intervalo de frequências

de um sinal que pode passar por um filtro, com pouca ou nenhuma alteração de amplitude.

Os filtros podem ser classificados sob vários aspectos, mas destacam-se seus três principais: função, tipo de tecnologia e função de aproximação. No que se refere à função, as diferentes res postas no domínio da frequência distinguem os filtros em passa-baixa, passa-alta, rejeita-faixa

Magalhães, E. P.  
31 2.5. Filtros

e passa-faixa [57]. Com relação à tecnologia, os filtros podem ser classificados em analógicos ou digitais. Os analógicos são subdivididos em passivos ou ativos. Os passivos são projetados com resistores, capacitores e indutores. Já os ativos, são projetados com esses elementos e circuitos ativos chamados de *ampOps* [58]. Segundo [57], filtros ativos apresentam as seguintes vantagens sobre filtros passivos: eliminação de indutores, que podem ser volumosos; desenvolvimento de projetos sofisticados, que utilizam associação de elementos em cascata; amplificação de sinal (ganho), que é viável para sinais de baixa amplitude; e o emprego de diversas topologias. Entretanto, filtros ativos exigem fonte de alimentação - às vezes simétrica - e são limitados à tecnologia dos *ampOps*.

Os filtros digitais utilizam o cálculo numérico computacional para filtrar um sinal e por isso são programáveis. A Tabela 2.3 faz uma comparação entre os filtros analógico e digital.

Tabela 2.3: Comparação entre filtros analógico e digital. Observa-se que existem características notáveis, como o erro de desvio, o envelhecimento e o ruído aditivo, que beneficia um processamento de sinais ao optar pelo filtro digital. Fonte: [5].

Características	Filtro Analógico	Filtro Digital	Complexidade de projeto	Alto para filtros de alto desempenho	Baixa Custo	Alto Baixo Latência	Baixa Alta
Ruído aditivo	Ruído térmico	Ruído de quantização	Proteção de Entrada	ADC	Sim	Não	
Erro de desvio	Sim	Não	Envelhecimento	Sim	Não	Erro de correspondência multicanal	
							Sim Não

O último aspecto de classificação, citado como função de aproximação, refere-se ao método de projeto para se obter a função de transferência do filtro. Várias especificações, na fase de projeto, são estabelecidas para se chegar ao modelo matemático que descreve o comportamento do filtro. As funções de aproximação podem ser: *Butterworth*, *Chebyshev Tipo I*, *Chebyshev Tipo II*, *Elíptico*, *Bessel*, entre

outros. Cada um representa uma determinada característica de otimização. Brevemente, *Butterworth* proporciona o melhor nivelamento da banda de passagem, *Chebyshevs* proporcionam inclinações mais íngremes na banda de transição, *Elíptico* proporciona ondulações na banda de passagem com uma queda acentuada e *Bessel* proporciona uma resposta de fase bastante plana na banda de passagem [59]. Dessas classificações, o *Butterworth* tem sido amplamente utilizado em aplicações com células de carga [60].

Devido à facilidade de implementação, às invariações dos parâmetros físicos, ao

baixo custo,

Magalhães, E.

P.

## Capítulo 2. Fundamentação Teórica 32

ao baixo ruído aditivo, aos erros de desvio e à melhor eficiência, para este trabalho escolheu-se a tecnologia digital para filtrar o sinal da célula de carga.

### 2.5.2 Projeto de filtro digital para sinal de célula de carga

#### Média móvel ponderada exponencialmente

A média móvel ponderada exponencialmente (MMPE) é um método de processamento de sequência de dados [61]. A MMPE aplica uma ponderação não uniforme aos dados de séries temporais durante sua execução, cujo propósito é de obter medições de alta precisão, como realizado no estudo [62]. Como o próprio nome sugere, os pesos são baseados na função exponencial. O filtro MMPE depende do histórico de valores de entrada e de saída. Tal saída, em sua interação,  $n$ , é a soma ponderada de cada valor de uma entrada passada.

A MMPE para uma série  $\{x_n\}$  pode ser calculada recursivamente pela Equação 2.37.

$$\hat{x}_n = \alpha x_n + (1 - \alpha) \hat{x}_{n-1}, \quad \alpha > 0$$

onde  $x_n$  é a observação em um período de tempo  $n$ ,  $\hat{x}_n$  é o resultado estimado da MMPE também no período de tempo  $n$  e  $\alpha$  é o coeficiente que

representa o grau de ponderação, um fator de suavização constante entre 0 e 1. Um  $\alpha$  alto dá mais peso aos dados recentes e menos peso aos dados mais antigos. Enquanto um pequeno valor de  $\alpha$  (mais próximo de 0) dá mais peso aos dados mais antigos. O  $\alpha$  pode ser compreendido como um tipo de frequência de corte em um filtro passa-baixa.

A relação discretizada de 2.37 é dada pela Equação 2.38.

$$y[n] = (1 - \alpha)x[n] + \alpha y[n-1] \quad (2.38)$$

onde  $x[n]$  são as amostras de entrada e  $y[n]$  são as amostras de saída. Aplicando a definição da transformada Z e utilizando a propriedade de mudança de tempo, tem-se a função de transferência do filtro MMPE dada pela Equação 2.39.

$$\begin{aligned} Y(z) &= \alpha Y(z)z^{-1} + (1 - \alpha)X(z) \\ Y(z)(1 - \alpha z^{-1}) &= (1 - \alpha)X(z) \\ Y(z) &= \frac{1 - \alpha}{1 - \alpha z^{-1}} X(z) \end{aligned} \quad \text{Magalhães, E. P.} \quad (2.39)$$

### 33 2.5. Filtros

A fim de expressar a resposta em frequência do filtro, avalia-se a função de transferência para  $z = e^{j\omega}$  e obtém-se a Equação 2.40.

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1 - \alpha}{1 - \alpha e^{-j\omega}} \quad (2.40)$$

Aplicando o módulo ao quadrado em  $H(e^{j\omega})$  e utilizando a fórmula de Euler para escrever a função exponencial como função seno e cosseno, tem-se a Equação 2.41.

$$\begin{aligned} |H(e^{j\omega})|^2 &= \frac{(1 - \alpha)^2}{(1 - \alpha \cos(\omega))^2 + ((1 - \alpha) \sin(\omega))^2} \end{aligned} \quad (2.41)$$

Simplificado a Equação 2.41, obtém-se a Equação 2.42, que se refere à amplitude do sinal do filtro MMPE.

$$|H(e^{j\omega})|^2 = \frac{(1 - \alpha)^2}{1 - 2\alpha \cos(\omega) + \alpha^2}$$

$$1 - 2(1 - \alpha) \cos(\alpha) + (1 - \alpha)^2 \quad (2.42)$$

Sabe-se que a frequência de corte de um filtro é definida como a frequência de meia potência. Para o filtro passa-baixa de primeira ordem, meia potência equivale aproximadamente -3,01 dB. Assim sendo, para o filtro MMPE, a frequência de corte é dada pela Equação 2.43.

$$\alpha = \arccos \left( \frac{(1 - \alpha)^2 + 2(1 - \alpha) \cos(\alpha) - 2}{1 - \alpha} \right) \quad (2.43)$$

Convertendo a Equação 2.43 de radianos para Hertz, tem-se a frequência de corte para o filtro de primeira ordem dada pela Equação 2.44.

$$\alpha = \arccos \left( \frac{1 - \alpha^2}{1 - \alpha} \right) \quad \text{onde } \alpha \text{ é a frequência de amostragem.} \quad (2.44)$$

$$2 \alpha \cos^{-1} \left( \frac{1 - \alpha^2}{1 - \alpha} \right)$$

Como exemplo: caso  $\alpha$  seja 0,35, para uma frequência de amostragem de 1000 Hz, a frequência de corte do filtro de primeira ordem para uma magnitude de -3,01 dB é ilustrada pela Figura 2.11.

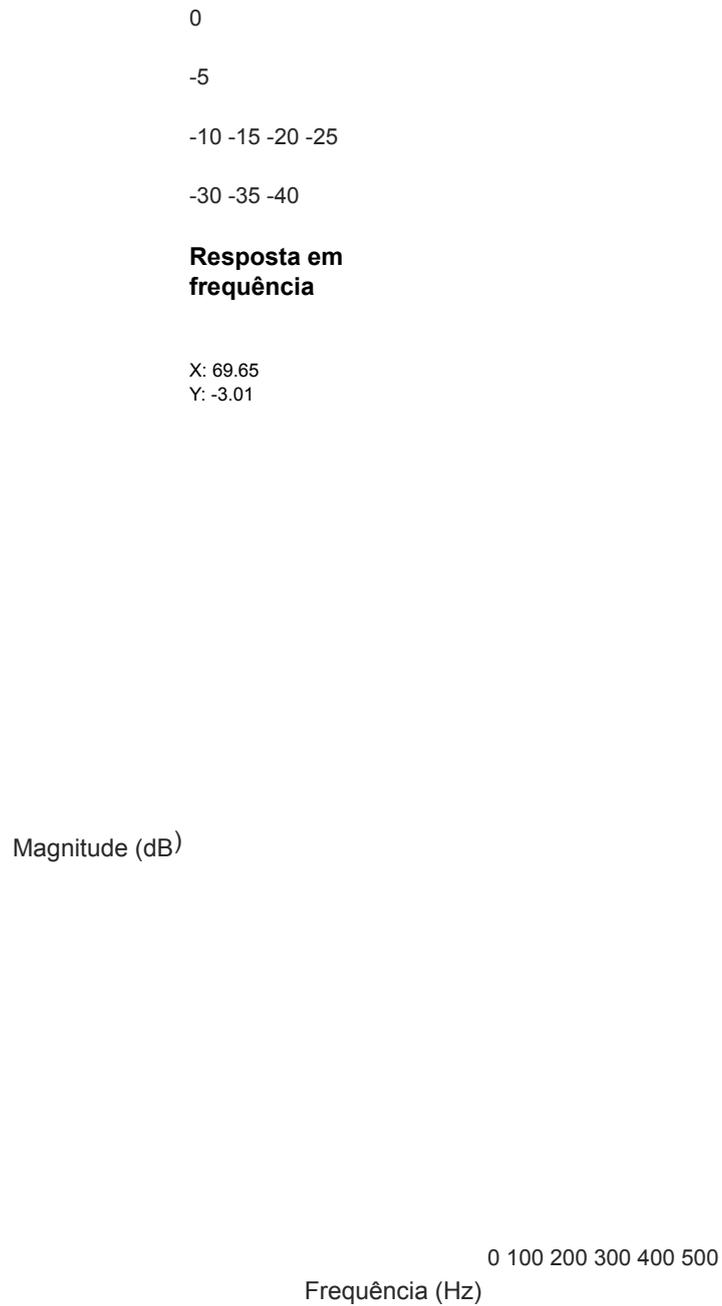


Figura 2.11: Resposta em frequência de um filtro de primeira ordem para  $\alpha$  igual a 0,35 e frequência de amostragem de 1000. A linha vertical designa a frequência de corte de 69,65 para  $-3,01$ . Observa-se claramente o comportamento de um filtro passa-baixa de primeira ordem utilizando MMPE.

## **Materiais e Metodos ´**

Neste capítulo são apresentadas as etapas e os procedimentos para o desenvolvimento do sistema proposto, que inclui a descrição dos equipamentos, dos *softwares* e materiais para a implementação de um sistema de automação no ciclo ergômetro Wagan 2773, em função dos recursos disponíveis nos laboratórios da UFSJ. São descritos também os métodos e técnicas de modelagem tridimensional, de processamento de sinais, de desenvolvimento eletrônico e de programação em linguagem de alto nível, bem como o desenvolvimento de um supervisor. Este trabalho foi desenvolvido utilizando os seguintes bancos de dados: os repositórios institucionais da UFSJ, (Universidade Federal de Minas Gerais) UFMG, (Universidade Federal do Rio de Janeiro) UFRJ e (Universidade de São Paulo) USP; a Biblioteca Digital de Teses e Dissertações; a SciELO e o portal Periódicos Capes.

### **3.1 Sistema proposto**

A proposta deste trabalho é projetar e implementar um sistema de automação no ciclo ergômetro Wagan 2773<sup>1</sup> para controlar e medir a força total do deficiente físico.

O Wagan 2773, utilizado no DCFES, não possui nenhum sistema eletro-mecânico de controle e de medição de carga. Para o sistema eletro-mecânico proposto, um redutor de velocidade, acionado por um motor de passo será acoplado ao ciclo ergômetro para operar como sistema de carregamento por fricção, cuja função é controlar a tensão da correia sobre a roda. A quantificação da força total será realizada por uma célula de carga também acoplada ao ciclo ergômetro. O processamento, o controle e a transmissão do sinal de força serão realizados por uma unidade central, também <sup>1</sup>Fonte: <https://wagan.com/>

acoplada ao ciclo ergômetro, desenvolvida especialmente para Arduino Due baseado em Atmel SAM3X8E ARM Cortex-M3 e para Arduino MEGA 2560 baseado em ATmega 2560. Ade mais, é proposto que todos os sistemas mecânicos e elétricos sejam de baixo custo, portáteis e de alta qualidade metrológica, a fim de prover portabilidade, facilidade durante a montagem, transporte e apoiar à comunidade científica para estudos de doenças do sistema neuromuscular. A complexidade do sistema é ilustrada pela Figura 3.1.

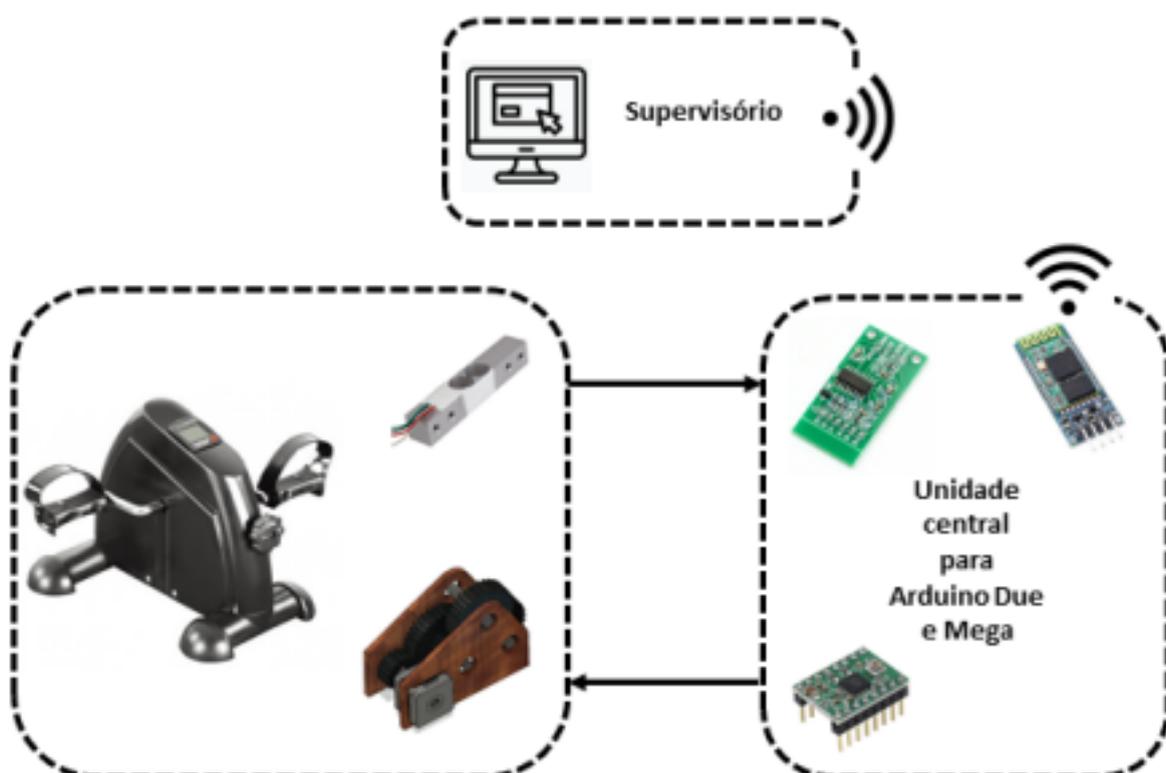


Figura 3.1: Esquema do sistema de automação proposto. Diagrama de blocos das interações do sistema eletro-mecânico.

### 3.2 Instrumentos, *softwares* e dispositivos elétricos e mecânicos

Nesta seção, são apresentados todos os materiais que auxiliaram no desenvolvimento do sistema eletro-mecânico para o ciclo ergômetro Wagan 2773. Sendo assim, a Figura 3.2 apresenta o fluxograma criado para desenvolver este trabalho.

Magalhães, E. P.

37 3.2. Instrumentos, *softwares* e dispositivos elétricos e mecânicos

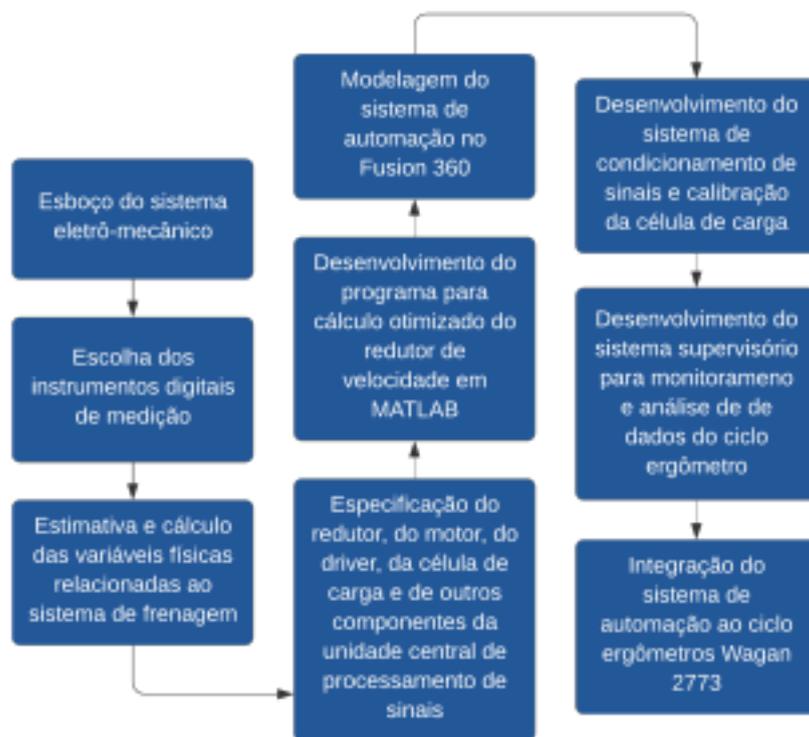


Figura 3.2: Fluxograma das etapas de desenvolvimento do sistema de automação. A primeira etapa refere-se ao desenho da ideia do sistema, considerando a estrutura e os componentes do sistema. A segunda etapa refere-se à escolha dos instrumentos que medirão as grandezas físicas do projeto. A terceira etapa diz sobre os procedimentos matemáticos e físicos adotados para estimar as variáveis que especificaram os componentes do sistema. A quarta etapa apresenta a especificação do sistema eletro-mecânico. A quinta etapa refere-se ao programa criado em MATLAB para otimizar o cálculo extenso de redutor de velocidade. O sexto passo diz sobre a modelagem do esboço e de todos os componentes calculados nas etapas anteriores, principalmente a modelagem do redutor de velocidade. O sétimo passo refere-se ao desenvolvimento de circuitos, placas e afins para sistema eletrônico. O oitavo passo diz sobre a criação de um supervisorio em LABView e finalmente, o nono passo apresenta a

integração de todos os componentes.

### 3.2.1 Instrumentos digitais de medição: balanças e paquímetro

Para medir peso em condição dinâmica, foi utilizada a balança de gancho Weiheng; para medir peso em condição estática, utilizou-se a balança de precisão Milla e para medir com primento, foi utilizado o paquímetro Caliper. Todas as características desses instrumentos são dadas pela Tabela 3.1. Escolheu-se um paquímetro digital para evitar erros de paralaxe durante as medições.

Para os propósitos deste trabalho, adota-se a seguinte definição: todas as medidas relacionadas à tração foram quantificadas por uma balança de gancho, devido a não disponibilidade de um dinamômetro preciso e de alta capacidade nominal em laboratório. Além disso, como a in

Magalhães, E. P.  
Capítulo 3. Materiais e Métodos 38

certeza do instrumento de medição não pode ser zero, consideraram-se as incertezas-padrão de cada balança como sendo uma distribuição retangular em função da resolução do instrumento (Veja Seção 2.4.2).

Tabela 3.1: Características dos instrumentos industriais utilizados durante o desenvolvimento deste trabalho. Algumas informações que não estão presentes nessa tabela não foram encontradas junto ao fabricante, sendo, então, necessário estabelecê-las.

	Balança Weiheng	Balança Milla	Paquímetro
Capacidade nominal	50	10	150
Resolução	0,005	0,001	0,01
Precisão	-	-	0,02
Incerteza-padrão	$\pm 1,44 \times 10^{-3}$	$\pm 2,88 \times 10^{-3}$	$\pm 0,01$
Repetibilidade	-	-	0,01

(a) Balança Weiheng (b) Balança Milla (c) Paquímetro Caliper



Figura 3.3: Instrumentos calibrados e utilizados durante o desenvolvimento deste trabalho. Ressalta-se a importância do uso de instrumentos digitais previamente calibrados para evitar erros de paralaxe.

### 3.2.2 Softwares: Fusion 360, MATLAB e LabVIEW

#### Fusion 360

Com o avanço da tecnologia, os programas de modelagem computacional tornaram-se mais eficazes para solucionar problemas de engenharia. Esses programas diminuem custo e tempo em testes experimentais. Para projetos complexos, como é o caso deste trabalho, modelagens computacionais podem proporcionar excelentes resultados, devido à precisão dos encaixes de elementos mecânicos [63].

Assim sendo, escolheu-se o Fusion 360<sup>2</sup> como programa de modelagem tridimensional para criar um modelo realista do ciclo ergômetro Wagan 2773, bem como integrar de forma precisa os elementos eletro-mecânicos.

<sup>2</sup>Fonte: <http://https://www.autodesk.com>

Magalhães, E. P.

#### 39 3.2. Instrumentos, *softwares* e dispositivos elétricos e mecânicos MATLAB

O MATLAB® é um sistema de alta performance que integra análise numérica, cálculo de matrizes, processamento de sinais e construção de gráficos, projetado para uso científico e industrial. Esse sistema, criado para solucionar problemas do mundo real, permite a resolução de problemas em apenas uma fração do tempo que se gastaria em outros programas, pois as soluções dos problemas são expressas como são escritas matematicamente [64].

Neste trabalho, o MATLAB® R2017b foi utilizado como ferramenta de cálculo para todas as etapas deste trabalho.

#### LabVIEW

Alguns sistemas microcontrolados, como o Arduino, não possuem uma interface prática e sofisticada para visualização de grandezas físicas, sendo necessário outro sistema para realizar tal função. Um dos mais conhecidos e versáteis *softwares* é o LabVIEW®. Ele possui um sistema de programação em blocos para programar vários tipos de sistemas supervisórios. É dotado de diversos recursos disponíveis como mostradores, gráficos, botões, indicadores, função de entrada, entre outros. Outra grande vantagem é a facilidade de comunicação serial ou paralela que utiliza

portas dedicadas do computador ou *Universal Serial Bus* (USB). Essas características tornam esse *software* uma ótima opção para a elaboração de sistemas de medição e controle.

Neste trabalho, o LabVIEW® 2009<sup>3</sup> foi utilizado como ferramenta para elaborar o supervi sório de monitoramento e análise de força humana, bem como o torque e o tempo.

### 3.2.3 Motor de passo e *driver* A4988

O motor de passo tornou-se cada vez mais utilizado nos últimos anos devido à adequação de seu uso sob controle digital. Um motor de passo, como o próprio nome sugere, não gira continuamente, mas move-se em uma série de pequenos passos por meio de pulsos elétricos [65].

Diante das variedades de motores elétricos, o motor de passo foi escolhido devido às suas vantagens e às necessidade para este trabalho: sistema de controle de malha aberta resultante de controle simples; eliminação da necessidade de recalibração constante, frequentemente exigida <sup>3</sup>Fonte: <https://www.ni.com/pt-br.html>

Magalhães, E. P.  
Capítulo 3. Materiais e Métodos 40

em sistemas servomotores; compatibilidade com sistema de controle baseado em microcontro ladores; constante de tempo pequena e, portanto, não sofre atraso na resposta, o que é típico de servomotores orientados por *feedback*; alta precisão no controle de posição; rigidez mecânica; longa vida útil e torque de retenção relativamente alto [65]. Sendo assim, utilizou-se o motor de passo Nema 17 modelo KTC42HS48<sup>4</sup> da empresa Kalatec® cujas características são dadas pela Tabela 3.2.

Tabela 3.2: Características do motor de passo Nema 17 KTC42HS48.

Características técnicas	Valores
Flange	42
Comprimento da carcaça do motor	48
Diâmetro do eixo do motor	5
Diâmetro do eixo da saída do redutor	8
Passo	1,8°
Fase	Duas fases
Torque de retenção	5
Ligações possíveis	Bipolar-Serie
Corrente	1,6
Inercia	68
Temperatura de operação	(- 20 a + 50) °C
Classe de isolamento	Classe B (130 °C)

Um dos pontos mais importantes a serem observados sobre motor de passo é seu modo de funcionamento. O motor de passo não pode ser acionado utilizando uma fonte de energia como outros motores. É necessário um circuito de acionamento específico, cujas características produzem efeitos no seu desempenho. Diante dessa condição e baseando-se na corrente máxima do motor de passo de 1,6 A, escolhido para acionar o redutor de velocidade, especificou-se o *driver* A4988<sup>5</sup>. Esse circuito de acionamento possui uma corrente máxima de saída de 2 A e uma tensão de alimentação que varia de 8 V a 35 V, cujos valores estão acima dos parâmetros necessários para acionar o motor de passo. Além disso, o circuito de acionamento apresenta as seguintes vantagens: tamanho compacto, baixo custo, sistema de fornecimento de energia eficiente para o acionamento, modo de direcionamento de fluxo de corrente ligação bipolar, cinco modos de passo, controle sobre o tamanho do passo, proteção contra sobrecarga e alimentação de 5 V. Tanto o motor de passo quanto o seu *driver* são ilustrados pela Figura 3.4.

<sup>4</sup>Fonte: <https://www.kalatec.com.br/>

<sup>5</sup>Fonte: <https://www.pololu.com/>

Magalhães, E. P.

41 3.2. Instrumentos, *softwares* e dispositivos elétricos e mecânicos

(a) Motor de passo Nema 17 KTC42HS48. (b) *Driver* A4988.



Figura 3.4: Sistema eletro-mecânico do redutor de velocidade. (a) motor acionador do redutor de velocidade. (b) circuito acionador do motor de passo.

### 3.2.4 Célula de carga

Célula de carga é um transdutor utilizado para converter energia mecânica em energia elétrica. Possui a função de medir força da ordem de  $10^{-2}$  a  $10^7$  Newtons de acordo com o tipo de operação (tensão e/ou compressão), de material elástico e de sensor. Quanto ao tipo de sensor, as células de cargas são classificadas em:

hidráulica, pneumática, *strain gage*, capacitivas, de cristal piezoelétrico, de balanço de força eletrostática ou eletromagnética, magnetoelástica e giroscópica [66].

A célula de carga, ilustrada pela Figura 3.5 (a), foi escolhida baseando-se na capacidade máxima nominal de carga de 20 kg em função do cálculo de tensão máxima da correia ao frear a roda; na tensão de alimentação de 5 V; no tipo de estrutura de flexão que utiliza sensores *strain gages* e no peso de 0,031 kg para minimizar a interferência na operação do sistema de freio. Todas as características da célula de carga utilizada neste trabalho são dadas pela Tabela 3.3.

(a) Célula de carga tipo viga. (b) Célula de carga tipo botão.



Figura 3.5: Células de carga que podem ser utilizadas no ciclo ergômetro. A célula tipo viga foi escolhida para ser utilizada no ciclo ergômetro, entretanto, adaptou-se o sistema de suportes para abranger a célula de carga tipo botão. Fonte: [2].

Magalhães, E. P.  
Capítulo 3. Materiais e Métodos 42

O *strain gage* é colado em um corpo metálico e seu princípio de funcionamento está baseado na mudança da resistência ôhmica correlacionada com a quantidade de deformação do corpo metálico [66]. À medida que o corpo sofre deformação mecânica, os sensores fornecem uma saída diferencial de tensão proporcional à força aplicada na célula. Em repouso, a saída diferencial de tensão em seus terminais é nula. A proporcionalidade se deve à configuração de *strain gages* em ponte de Wheatstone, uma função linear da força total resultante da quantidade desses sensores. A ilustração de uma célula de carga que utiliza *strain gages* é apresentada pela Figura 3.6.

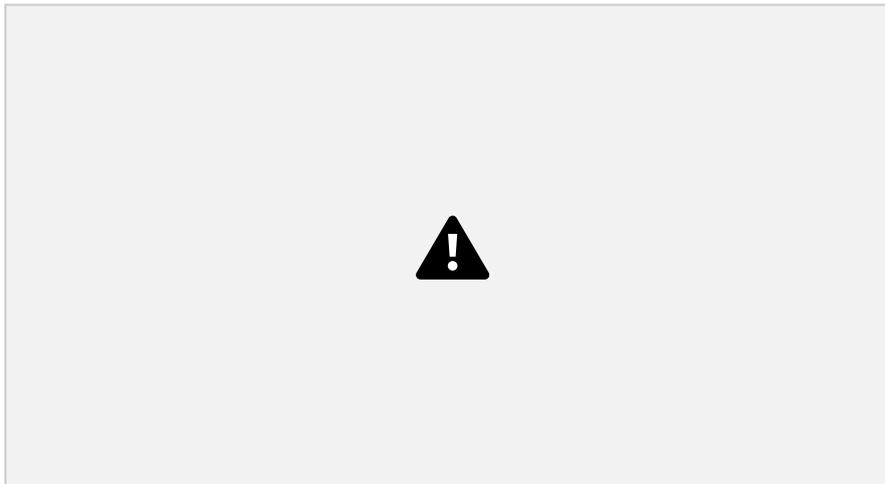


Figura 3.6: Ilustração completa dos sensores *strain gages* colados na célula de carga. A ponte de Wheatstone é evidenciada como parte do filamento do *strain gage*.

Tabela 3.3: Características da célula de carga da Figura 3.5 (a).

Características técnicas	Valores
Carga nominal	20 000 000
Sensibilidade	$(1 \pm 0,15)$ 0000 / 00
Tensão de funcionamento recomendada	3 - 12 00
Não-linearidade	0,05%
Tensão máxima de operação	15 00
Impedância de entrada	$410 \pm 30$ 00h00
Impedância de saída	$350 \pm 3$ 00h00
Resistência de Isolamento	$> 2000$ 0000h00 (50 00)
Faixa de compensação de temperatura	$-10^{\circ}\text{C} - 40^{\circ}\text{C}$
Faixa de temperatura operacional	$-20^{\circ}\text{C} - 60^{\circ}\text{C}$
Faixa de sobrecarga segura	$< 120\%$ da carga nominal
Faixa máxima de sobrecarga	$> 150\%$ da carga nominal
Classe de proteção	IP65
Material liga	de alumínio
Dimensões (C x L x H)	80 x 12,7 x 12,7 0000
Peso	0,031 000000

Magalhães, E. P.

43 3.2. Instrumentos, *softwares* e dispositivos elétricos e mecânicos

Observa-se na Tabela 3.3 que: se a sensibilidade é de  $(1 \pm 0,15)$  0000/00 , quando a célula de carga está sujeita à tensão de excitação de 5 00 e à força de 20 0000000, o resultado proporcional da sua tensão de saída é de  $(5 \pm 0,75)$  0000 .

### 3.2.5 Conversor analógico-digital Hx711

O conversor analógico-digital (ADC) é um dispositivo eletrônico que gera uma representação digital a partir de uma grandeza analógica, normalmente um sinal

representado por um nível de tensão. Os parâmetros mais importantes dos quais seu desempenho depende são: resolução, tempo de conversão e taxa de atualização [67]. Existe uma grande quantidade de tecnologias de conversores, cuja comparação foi realizada por [68], são elas: *flash*, *sar*, *dual slope*, *pipeline* e *sigma-delta*. Segundo [67], a melhor arquitetura para conversores a ser utilizada em sistemas de pesagem é o *sigma-delta*, devido ao seu baixo ruído, alta linearidade às baixas taxas de atualização. Com base nas informações de [67], especificou-se a arquitetura *sigma-delta* para o ADC.

Em razão da disponibilidade em laboratório, do baixo custo, da taxa de atualização de 10  $\mu\text{s}$  - tipicamente para células de carga, da resolução de 24 bits e da alimentação de 5  $\text{V}$ , foi utilizado o conversor analógico-digital Hx711 da empresa Avia Semiconductor ®. Esse ADC permite realizar uma leitura diferencial em seus dois canais disponíveis (canais A e B) e programar um amplificador de ganho programável. O canal A possui ganho ajustável de 128  $\text{V}/\text{V}$  ou 64  $\text{V}/\text{V}$ , já o canal B possui ganho fixo de 32  $\text{V}/\text{V}$ . A configuração de pinos e o arranjo interno do Hx711 são exibidos pela Figura 3.7. Observa-se que, nos pinos INNA e INPA, há um filtro passa-baixa do tipo R-C para ruídos de alta frequência. Os filtros são formados pelo capacitor de 0,1  $\mu\text{F}$  e pelos resistores de 100  $\text{k}\Omega$ .

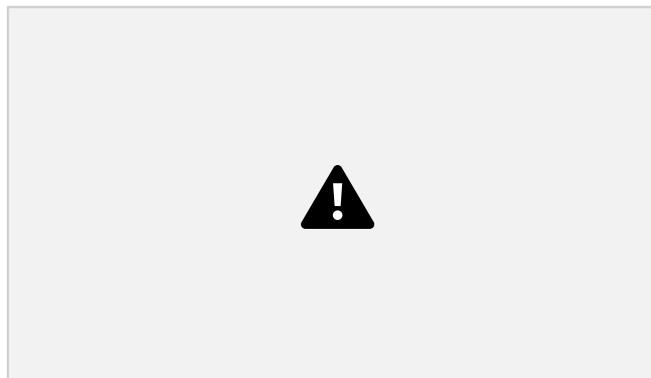


Figura 3.7: Configuração de pinos e arranjo interno do Hx711 da Avia Semiconductor.

Fonte: [3]

Magalhães, E.

P.

O processamento do sistema de condicionamento de sinais, o controle do circuito acionador do motor de passo e o sistema de comunicação sem fio, implicam na utilização de um micro controlador sofisticado, por exemplo, o Arduino. Destinado aos diversos tipos de aplicações e públicos, o Arduino é a plataforma de prototipagem eletrônica mais utilizada na engenharia, devido à flexibilidade de configuração, ao baixo custo de implementação e à viabilidade que diz respeito à condição do que é exequível [69]. Existem diversos modelos de Arduino dispo níveis no mercado, que se diferenciam geralmente pela quantidade de memória, capacidade de processamento de dados e quantidade de pinos de entrada e saída.

Dentre os disponíveis no laboratório, optou-se pelo Arduino Due, ilustrado pela Figura 3.8 (a), devido ao seu avanço tecnológico em relação aos demais. Justifica-se sua escolha por viabilizar a implementação dos filtros digitais e a conexão com outros dispositivos. Ressalta-se que o Arduino Mega, ilustrado pela Figura 3.8 (b), também pode ser utilizado neste trabalho, pois possui algumas semelhanças com o Arduino Due.

Além das características destacadas acima, o Arduino é um dispositivo capaz de estender suas aplicações com o uso de *shields* (do inglês: escudos). Esses escudos são conectados sobre o Arduino para expandir sua utilização. Por fim, sua programação é realizada essencialmente em linguagem  $C++$ , cujas rotinas são produzidas e executadas em um ambiente de desen volvimento integrado (IDE).

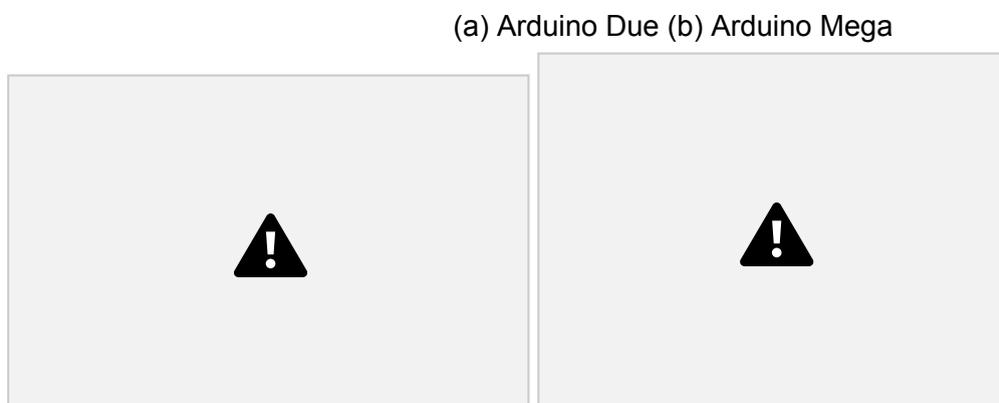


Figura 3.8: Microcontroladores.

O módulo HC-05 provê conexão e transmissão de dados entre o Arduino e outros dispositivos, como computadores e celulares, por meio de frequência de rádio de curto alcance. Esse módulo utiliza a tecnologia *Bluetooth* e possui as seguintes características: banda de 2,4 GHz, encriptação e autenticação de dados, alimentação de 5 V, alcance de transmissão de 10 m, baixo consumo de energia devido à baixa corrente de 35 mA e operação em modo mestre-escravo [70]. Diante dessas informações e da possibilidade de controlar o sistema eletro-mecânico do ciclo ergômetro de forma remota, bem como transmitir os dados do sensor, atuador e microcontrolador citados acima, especificou-se esse módulo, ilustrado pela Figura 3.9.

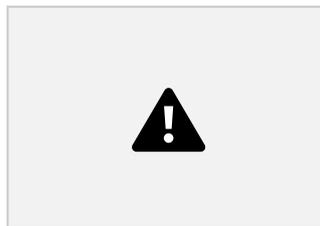


Figura 3.9: Módulo *bluetooth* HC-05.

### 3.3 Sistema de carregamento por fricção

Nesta seção, serão descritos os dois procedimentos experimentais adotados para especificar o redutor de velocidade e a célula de carga, são eles: estimativa do coeficiente de atrito estático entre a correia e a roda e estimativa da tensão de entrada dada pela Equação 2.10.

#### 3.3.1 Estimativa do coeficiente de atrito estático entre a correia e a roda

A presença do coeficiente de atrito está no contato superficial entre a correia e a roda como pode ser observado na Figura 2.8 (b). Para encontrar, portanto, o coeficiente de atrito estático, foi realizado 151 vezes o seguinte procedimento experimental: fixou-se o ciclo ergômetro no sentido vertical e, com um conjunto de pesos-padrão de 10 kg preso à extremidade da correia e com a balança de ganho Weiheng presa à outra extremidade da correia, pressionou-se a superfície da roda contra a superfície da correia. A partir da condição em que o ângulo de abraçamento da correia fosse de 180°, tracionou-se o lado da balança até que o peso entrasse na iminência do movimento, conforme o procedimento ilustrado pela

Figura 3.10. A cada iminência, mediu-se

o valor dado pela balança e calculou-se a média aritmética do conjunto de valores. Após esse procedimento, uma análise estatística dos resultados foi realizada.

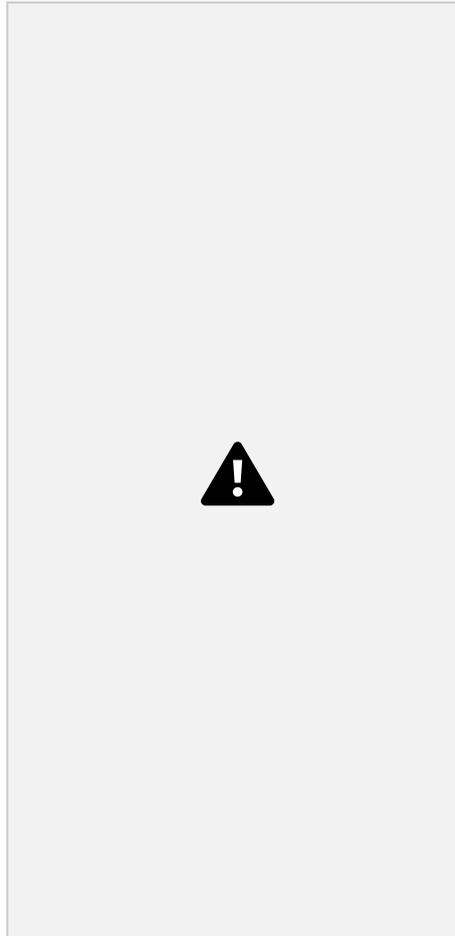


Figura 3.10: Procedimento experimental para estimar o coeficiente de atrito estático. Para travar a roda, utilizou-se um material rígido. Condição necessária para realização desse procedimento: ângulo de abraçamento da correia de 180°. Os pesos estão dentro da cesta.

Linearização da equação do sistema de carregamento por fricção

A Equação 2.10, que relaciona as forças do sistema de carregamento por fricção, tem a forma exponencial. Aplicando o logaritmo natural em ambos os lados dessa equação e isolando o coeficiente de atrito estático  $\mu$ , tem-se a linearização do sistema de carregamento por fricção:

$$\ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) = \mu \left( \frac{2\pi R}{d} \right)$$

onde  $\alpha$  é o ângulo de abraçamento em radianos,  $\bar{r}$  é a média aritmética das medidas do primeiro procedimento e  $\sigma$  é o peso-padrão de valor conhecido.

Magalhães, E. P.