2014: Trabalho de Conclusão de Curso do Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT
Universidade Federal de São João del-Rei - UFSJ
Sociedade Brasileira de Matemática - SBM

PROBABILIDADE: UMA PROPOSTA INTERDISCIPLINAR COM ATIVIDADES NA ÁREA DE BIOLOGIA

Rinaldo Pereira Barbosa [1]
Andréa Cristiane dos Santos Delfino[2]

Resumo: O estudo da Probabilidade está interligado dentro das áreas de Ciências e suas Tecnologias, conforme já propõe os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNs). A interdisciplinaridade é uma forma de associação entre áreas do conhecimento, necessário para os nossos dias atuais. Esta contextualização vem sendo cada vez mais exigida, prova disto são as questões que envolvem probabilidade, conjuntamente, com outra área do conhecimento que foram cobradas em algumas provas do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem). Dada a relevância do assunto, neste trabalho pretende-se apresentar atividades que exploram a interdisciplinaridade entre probabilidade e a disciplina de biologia.

Palavras-chave: Probabilidade. Interdisciplinaridade. Biologia.

1 Introdução

A teoria de probabilidade está associada a fenômenos aleatórios. Por meio dela é possível quantificar incertezas associadas a estes fenômenos. Os primeiros registros sobre cálculos de probabilidades estavam ligados a jogos de azar, mas toda a teoria está embasada nos axiomas de Kolmogorov.

A probabilidade é aplicável em qualquer área do conhecimento. A proposta de interdisciplinaridade vem corroborar com o que já é exposto nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (2013). A interdisciplinaridade visa manter uma relação entre áreas distintas e, nos dias atuais, é necessário estimular o quanto antes os alunos do Ensino médio a associar tais possibilidades.

A Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, mas também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. No que diz respeito ao caráter instrumental da Matemática no Ensino

[1]Aluno de Mestrado Profissional em Matemática, Turma 2012
Instituição: Universidade Federal de São João del-Rei - UFSJ
E-mail: rinaldopb@oi.com.br
[2]Orientador do Trabalho de Conclusão de Curso
Departamento de Matemática e Estatística - DEMAT, UFSJ
E-mail: andrea@ufsj.edu.br

Médio, ela deve ser vista pelo aluno como um conjunto de técnicas e estratégias para serem aplicadas a outras áreas do conhecimento, bem como para a atividade profissional. Não se trata de os alunos possuírem muitas e sofisticadas estratégias, mas sim de desenvolverem a iniciativa e a segurança para adaptá-las a diferentes contextos, usando-as adequadamente no momento oportuno.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, no que se relaciona às competências indicadas na Base Nacional Comum, correspondentes à área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, trazem, como proposta de ensino, uma explicitação das habilidades básicas, das competências específicas, que se espera que sejam desenvolvidas pelos alunos em Biologia, Física, Química e Matemática nesse nível escolar, em decorrência do aprendizado dessas disciplinas e das tecnologias a elas relacionadas (PCNs do Ensino Médio, 2013, p. 04).

Uma das propostas dos Parâmetros Curriculares Nacionais (2013) é de certa forma, também organizar o aprendizado de suas disciplinas, ao manifestarem a busca de interdisciplinaridade e contextualização e ao detalharem, entre os objetivos educacionais amplos desse nível de ensino, uma série de competências humanas relacionadas a conhecimentos matemáticos e científico-tecnológicos (PCNs do Ensino Médio, 2013, p. 04).

Questões que envolvem probabilidade são frequentemente cobradas no Enem e estas além de serem cobradas na área de Matemática também podem estar presentes em outras áreas do conhecimento. Nos anos 2007 à 2012 questões que envolvem probabilidade com outras áreas do conhecimento foram abordadas no referido exame.

Dentre as várias disciplinas que nos possibilitariam trabalhar interdisciplinarmente com a probabilidade foi escolhido a disciplina de Biologia. Sendo assim, o objetivo deste trabalho é apresentar algumas atividades que exploram a interdisciplinaridade entre estas duas áreas.

2 Probabilidade

Segundo Iezzi *et al* (2010), os primeiros registros ligados à teoria da probabilidade aparecem na obra do italiano Girolamo Cardano (1501-1576), sobre jogos de azar. Cerca de cem anos depois, Blaise Pascal (1623-1662) deu novo impulso ao desenvolvimento da teoria da probabilidade, por meio das cartas que trocou com Pierre de Fermat (1601-1665), em que discutiam problemas ligados a jogos. Em sua obra sobre o triângulo aritmético, datada de 1654, há também alguns tópicos sobre probabilidade.

No entanto, o primeiro artigo completo sobre o assunto só foi escrito em 1713, por Jacques Bernoulli ou Jacob Bernoulli (1654-1705), na obra Ars Conjectandi (arte de conjecturar), que continha, inclusive, uma detalhada exposição sobre permutações e combinações. A partir de então, outros matemáticos dariam valiosas contribuições para o desenvolvimento da teoria das probabilidades, cujas aplicações nas diversas áreas do conhecimento não tardariam a ser reconhecidas.

2.1 Definições básicas de probabilidade

Antes de formalizar o conceito de probabilidade faz-se necessário a apresentação de algumas definições básicas. As definições sobre experimentos aleatórios, espaço amostral e evento serão descritos segundo Meyer (2012).

Definição 2.1 ***Experimento aleatório*** *são experimentos que ao serem repetidos sob as mesmas condições produzem resultados que variam de uma observação para outra. Será denotado por E.*

Definição 2.2 ***Espaço amostral*** *é o conjunto de todos os resultados possíveis de E. O espaço amostral será representado por S.*

Definição 2.3 ***Evento*** *é qualquer subconjunto do espaço amostral S. O evento será denotado por uma letra maiúscula do alfabeto.*

2.2 Definição axiomática de probabilidade

O enfoque utilizado para a apresentação da definição da probabilidade será por meio dos axiomas de Kolmogorov. Os axiomas de probabilidade estabelecidos por Andrei Nikolaevich Kolmogorov $(1903 - 1987)$ permitiram o desenvolvimento de toda a teoria de probabilidade (Alencar, 2008)

Definição 2.4 *Dado um experimento aleatório E e S o espaço amostral associado a E, a cada evento A associaremos um número real representado por P(A) e denominado probabilidade de A, que satisfaça os seguintes axiomas:*

1. $0 \leq P(A) \leq 1$
2. P(S) = 1
3. Se A e B forem eventos mutuamente exclusivos, $(A \cap B = \phi)$, então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

2.2.1 Principais teoremas

Teorema 2.1 *Se ϕ é o conjunto vazio, então P(ϕ) = 0*

Demonstração: Para qualquer evento A, pode-se escrever $A = A \cup \emptyset$. Sendo A e $\emptyset$ mutuamente exclusivos, ou seja, $A \cap \emptyset = \emptyset$. Em decorrência do Axioma 3, podemos escrever que $P(A) = P(A \cup \emptyset) = P(A) + P(\emptyset)$. Portanto $P(\emptyset) = 0$. $\square$

Teorema 2.2 *Se A^c é o complemento do evento A, então P(A^c) = 1 - P(A)*

Demonstração: Pode-se escrever $S = A \cup A^c$. Note que A e A^c são mutuamente exclusivos, portanto pelo Axioma 3, pode-se escrever $P(A \cup A^c) = P(A) + P(A^c)$

$P(S) = P(A) + P(A^c)$

Do Axioma 2 decorre que $P(S) = 1$

Portanto, $1 = P(A) + P(A^c)$.

Logo: $P(A^c) = 1 - P(A)$

$\square$

Teorema 2.3 *Se A e B são dois eventos quaisquer então:*
P(A ∪ B) = P(A) + P(B) - P(A ∩ B)

Demonstração: Pode-se escrever os eventos $(A \cup B)$ e B como dois eventos mutuamente exclusivos da seguinte forma: $(A \cup B) = A \cup (B \cap A^c)$ e $B = (A \cap B) \cup (B \cap A^c)$.

Consequentemente, pelo Axioma 3, temos que
P$(A \cup B) = P(A) + P(B \cap A^c)$ e

$P(B) = P(A \cap B) + P(B \cap A^c)$.

Logo, $P(A \cup B) - P(B) = P(A) - P(A \cap B)$.

Portanto, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

□

Teorema 2.4 *Se* $A \subset B$, *então* $P(A) \leq P(B)$

Demonstração: O evento B pode ser decomposto em dois eventos mutuamente exclusivos, na seguinte forma: $B = (A \cap B) \cup (B \cap A^c)$, como $A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$. Então $B = A \cup (B \cap A^c)$. Pelo Axioma 3, temos que $P(B) = P(A) + P(B \cap A^c)$.
Decorre do Axioma 1, $P(B \cap A^c) \geq 0 \Rightarrow P(B) - P(A) \geq 0 \Rightarrow P(A) \leq P(B)$.

□

2.3 Eventos equiprováveis

Esta seção será descrita segundo Morettin (2010). Considere o espaço amostral $S = \{s_1, s_2, \ldots s_n\}$ associados a um experimento aleatório (E).

Chamaremos $P(s_i) = p_i$, $i = 1, \ldots, n$. Logo $\sum_{i=1}^{n} P(s_i) = \sum_{i=1}^{n} p_i = 1$

Os eventos serão ditos equiprováveis quando todos têm a mesma probabilidade de ocorrer. Desta forma os eventos s_i, $i = 1, \ldots, n$ serão equiprováveis se $P(s_1) = P(s_2) = \ldots P(s_n) = p$.

Note que $\sum_{i=1}^{n} p = 1 \Longrightarrow np = 1$, portanto, $p = \dfrac{1}{n}$.

Logo a probabilidade de cada ponto amostral é $1/n$.

Consideremos agora um evento $A \subset S$. Suponha-se também que A tenha r pontos amostrais. Então $A = \{s_1, s_2, \ldots, s_r\}$, $1 \leq r \leq n$.

Para calcular a probabilidade de A ocorrer, deve-se realizar o seguinte:
$P(A) = \sum_{i=1}^{r} P(s_i) = \sum_{i=1}^{r} p = r \times p = r \times \dfrac{1}{n}$.

Reescrevendo temos que $P(A) = \dfrac{r}{n}$

Este método de calcular P(A) é frequentemente enunciado da seguinte maneira:

$$P(A) = \frac{N.C.F.(número\ de\ casos\ favoráveis\ do\ evento\ A)}{N.T.C.(número\ total\ de\ casos)} \qquad (1)$$

No cálculo de probabilidade, estamos interessados em calcular a probabilidade de um determinado evento.

As seções 2.4, 2.5, 2.6, serão descritas segundo Meyer (2012).

2.4 Probabilidade condicional

Definição 2.5 *Sejam dois eventos, A e B, associados ao experimento E. Denota-se $P(A|B)$ a probabilidade condicionada do evento A, quando B tiver ocorrido, por:*

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad P(B) \neq 0 \tag{2}$$

do mesmo modo define-se:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \quad P(A) \neq 0 \tag{3}$$

2.5 Teorema do produto

Uma importante consequência da definição da probabilidade condicional é o Teorema do produto ou Teorema da multiplicação. O Teorema do produto expressa a probabilidade simultânea entre dois eventos, quais sejam A e B, da seguinte forma:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Longrightarrow P(A \cap B) = P(B).P(A|B) \tag{4}$$

2.6 Independência Estatística

Os eventos A e B são independentes se e somente se

$$P(A \cap B) = P(A).P(B) \tag{5}$$

Uma consequência imediata dessa definição é que se A e B forem independentes, então,

$$P(A|B) = P(A) \text{ e } P(B|A) = P(B)$$

Do resultado imediatamente acima, temos que se A e B são independentes, então

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \times P(B)}{P(B)} = P(A)$$

Isto significa que a ocorrência de um evento A não é afetada pela ocorrência de um evento B, ou seja A e B são independentes. O mesmo pode ser feito com $P(B|A)$.

3 Atividades

Nesta seção serão apresentadas atividades que mostram a interdisciplinaridade entre a probabilidade aplicado na área de biologia.

As definições de gameta, genótipo, homozigose, heterozigose, gene dominante e gene recessivo são apresentadas de acordo com Lopes (2010).

Gameta: São células sexuais que, pelo processo da fecundação, se unem a uma outra célula dando origem a um novo ser.

Genótipo: É a constituição genética do indivíduo. Usualmente o gene é representado por letras maiúsculas e minúsculas, que identificam os genes. Exemplos: AA; Aa ; aa; BB ; Bb ; bb ; CC; Cc, cc; DD; Dd; dd.

Homozigose: É quando temos genes alelos iguais. Exemplos: AA; aa; BB; bb; CC; cc; DD; dd.

Heterozigose: É quando temos genes alelos diferentes. Exemplos: Aa; Bb ; Cc ; Dd.

Gene dominante: É o gene que manifesta sua característica mesmo na presença de seu alelo diferente. Exemplos: Um indivíduo Aa, a característica manifestada pertence ao Gene A.

Gene recessivo: É o gene que só manifesta sua característica na ausência de seu alelo diferente. Exemplos : Um indivíduo a manifesta a característica dada pelo gene a.

3.1 Atividade 1 - Primeira Lei de Mendel.

Esta atividade foi adaptada de Lopes (2010).

Mendel fez experimentos com ervilhas por ser uma planta com uma grande variedade, ciclo reprodutivo curto e alta produtividade.

Como as plantas de ervilha possuem os órgãos de reprodução protegidos dentro da pétala, então ocorre a auto fecundação. Isto significa, que se a forma da vagem é rugosa, então a planta só produzirá vagens rugosas.

O próximo passo de sua experiência foi analisar a característica; cor da semente. Escolheu-se para tanto, uma planta com semente verde e outra amarela. Na sequência, polinizou a planta de semente verde com o polén da planta de semente amarela. O resultado foi plantas de sementes amarelas. Verificou-se por meio deste resultado que a planta de semente amarela era dominante em relação a verde. Quando ele inverteu o cruzamento, obteve o mesmo resultado.

No entanto, quando Mendel cruzou os descendentes do cruzamento entre plantas de sementes verdes com as plantas de sementes amarelas, obteve-se proporções de aproximadamente 3 para 1.

Atividade

Em nossa atividade vamos considerar a característica forma da vagem, que pode ser lisa ou rugosa.

Do experimento realizado por Mendel, sabe-se que a característica forma da vagem lisa é dominante sobre a forma da vagem rugosa. A característica dominante é a característica que é possível ser notada. A característica forma de vagem lisa será denotada por R. A característica forma da vagem rugosa é recessiva, característica que não é possível ser notada, será denotada pela letra r.

Cada característica é formada pela polinização entre o órgão masculino (gameta masculino) e o feminino (gameta feminino). No caso da planta com forma da vagem lisa, sua representação é RR, pois um R se refere ao gene do gameta masculino e o outro ao gene do gameta feminino. Para a planta rugosa a constituição dos gametas é rr.

1.) Numa planta com a forma da vagem lisa, qual a probabilidade de formação desta característica?

Solução:

Numa planta com forma da vagem lisa temos os gametas RR. Como os gametas femininos e masculinos só produzem a característica R, então,

$P(RR) = 1 \times 1 = 1$

Logo, temos que 100% dos indivíduos têm constituição RR, que representa a característica de ser planta com forma da vagem lisa.

2.) Supondo que haja o cruzamento entre as plantas com características da forma da vagem lisa (RR) com a da forma da vagem rugosa rr.

a) Quais são os possíveis resultados deste cruzamento?
b) Calcule a probabilidade de formação individual de cada alelo de um par resultante do cruzamento.

Solução do item (a)

Os possíveis resultados entre o cruzamento entre RR e rr são:

$$S = \{Rr, Rr, Rr, Rr\}$$

Ou seja, 100% dos indivíduos são Rr.

Solução do item (b)

Neste caso temos somente indivíduos Rr, sendo assim a probabilidade de formação dos gametas individualmente é:

$\text{P(gameta R)} = \frac{1}{2}$ $\qquad\qquad$ $\text{P(gameta r)} = \frac{1}{2}$

3) Considerando o cruzamento entre indivíduos Rr com Rr.

a) Quais são os possíveis resultados deste cruzamento?
b) Calcule a probabilidade da ocorrência de cada par de gametas.
c) Calcule a probabilidade da ocorrência de plantas com a forma de vagem lisas.
d) Calcule a probabilidade da ocorrência de plantas com a forma de vagem rugosas.

Solução do item (a)

Os possíveis resultados entre o cruzamento entre Rr e Rr são:

$$S = \{RR, Rr, Rr, rr\}$$

Solução do item (b)

Como os eventos são independentes, então podemos escrever que:

$\mathrm{P(RR)} = \mathrm{P(R)} \times \mathrm{P(R)} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$\mathrm{P(Rr)} = \mathrm{P(R)} \times \mathrm{P(r)} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$\mathrm{P(rr)} = \mathrm{P(r)} \times \mathrm{P(r)} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

Também podemos apresentar estes resultados como no Quadro 1.

QUADRO 1: Cruzamento entre Rr × Rr

	R	r
R	1/4	1/4
r	1/4	1/4

Solução do item (c)

Para a planta ser lisa teremos: RR ou Rr. Sendo assim, a probabilidade de correr plantas lisas é dada por:

$\mathrm{P(lisa)} = \mathrm{P}(RR) + \mathrm{P}(Rr)$

$\mathrm{P(lisa)} = \frac{1}{4} + \frac{2}{4}$

$\mathrm{P(lisa)} = \frac{3}{4}$

Solução do item (d)

Para a planta ter a forma da vagem rugosa, deverá ocorrer o par rr. Sendo assim, $\mathrm{P(rugosa)} = \mathrm{P(rr)} = \frac{1}{4}$

3.2 Atividade 2 - Probabilidade do nascimento de uma criança albina.

Para ilustrar a probabilidade condicional utilizou-se um exemplo de Silva Júnior & Sasson (1990).

Exemplo: Um casal tem pigmentação normal, porém os pais de ambos são heterozigotos para o albinismo. Nestas condições, qual é a probabilidade de nascer uma criança albina (não importando o sexo)?

Na Figura 1, o círculo representa o sexo feminino e o quadrado o sexo masculino. A característica dominante para pigmentação da pele é representada por A e a característica recessiva é representada por a.

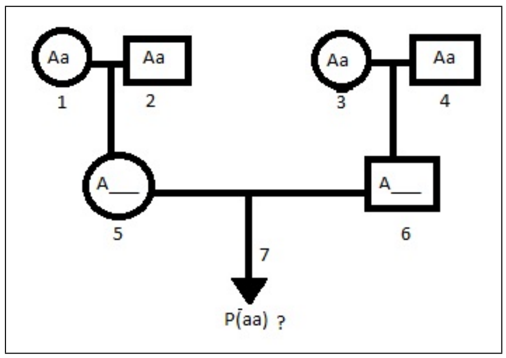

FIGURA 1: Heredograma sobre a pigmentação da pele.

Solução:

As possibilidades de descendentes do casal (1) e (2) e do casal (3) e (4), para a característica estudada são: S= $\{AA, Aa, aA, aa\}$, para ambos casais.

Para que o filho, (7), seja albino, o casal (5) e (6) devem ser necessariamente heterozigotos, ou seja, Aa. Os descendentes possíveis de (5) e (6), sendo ambos heterozigotos são: $S = \{AA, Aa, Aa, aa\}$. Nestas condições teremos o indivíduo $\{aa\}$.

Observe que para a criança (7) ser albina, três condições devem ser preenchidas: a mãe (5) e o pai (6) devem ser heterozigotos e o filho (7) deve receber os genes aa.

A probabilidade dos indivíduos (5) e (6) serem heterozigotos, sabendo que eles são normais para a pigmentação da pele é uma probabilidade condicional.

Para obter esta probabilidade será definido o evento N: ocorrer descendentes com pigmentação normal = $\{AA, Aa, Aa\}$.

Também será definido o evento H: ocorrer um par heterozigoto =$\{Aa, Aa\}$.

A probabilidade do indivíduo ser heterozigoto (H) sabendo que ocorreu pigmentação normal (N) da pele, é uma probabilidade condicional, dada por:

$$P(H|N) = \frac{P(H \cap N)}{P(N)} = \frac{\frac{2}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3}$$

Sendo assim, a probabilidade da criança (7) ser albino é dada por:

$$\text{P (filho aa)} = \text{P (Mãe, Aa)} \times \text{P (Pai, Aa)} \times \text{P(filho, aa)} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{9}$$

3.3 Atividade 3 - Genética e suas curiosidades.

Esta atividade é parte de um trabalho de genética proposto por Oyakawa *et al* (2013).

Utilizando o cálculo de probabilidade podemos descrever possíveis características genéticas, como tipo sanguíneo e fator *Rh*, e até mesmo características de fácil percepção, como: redemoinho do cabelo no sentido anti-horário ou horário, lóbulo da orelha solto ou preso, face oval ou quadrada, polegar esquerdo ou direito sobre o topo quando os dedos das mãos entrelaçados, cílios longos ou curto, enrola a língua em forma de *U* ou não, possui sarda ou não.

QUADRO 2: Traço humano com padrão simples de herança.

Dominante	Recessivo
Redemoinho do cabelo no sentido anti-horário	Redemoinho do cabelo no sentido horário
Lóbulo da orelha solto	Lóbulo da orelha preso
Face oval	Face quadrada
Polegar esquerdo sobre o topo quando dedos das mãos entrelaçados	Polegar direito sobre o topo quando dedos das mãos entrelaçados
Cílios longos	Cílios curtos
Enrola a língua em forma de U	Não enrola a língua em forma de U
Possui sardas	Não possui sardas

Materiais: (para cada grupo)
a) Duas caixas de papelão;
b) Quatro bolas, sendo duas azuis e duas rosa;
c) Fita crepe e caneta.

Procedimento:

a) As duas bolas azuis representam a forma alélica do gene masculino (homozigoto ou heterozigoto) e as duas bolas rosa representam a forma alélica do gene feminino (homozigoto ou heterozigoto).

b) As bolas serão retiradas de cada caixa, sendo uma caixa representando o gene do pai e a outra, representando o gene da mãe para determinar a composição genética do filho(a) de acordo com as características especificadas na tabela acima.

c) Dividir a turma em grupos e cada grupo irá fazer as atividades sugeridas para depois compararmos os resultados obtidos entre os grupos.

Através do sorteio das bolinhas com a respectiva identificação das características genéticas, com base nos dados dos pais dispostos no Quadro 3:

QUADRO 3: Características genéticas e físicas dos Pais.

Pai		Mãe	
Constituição Genética	Aparência Física	Constituição Genética	Aparência Física
Homozigoto recessivo (rr)	Redemoinho do cabelo no sentido horário	Heterozigota (Rr)	Redemoinho do cabelo no sentido anti-horário
Heterozigoto (Ll)	Lóbulo da orelha solto	Homozigota recessiva (ll)	Lóbulo da orelha preso
Homozigoto recessivo (ff)	Face quadrada	Homozigota dominante (Ff)	Face oval
Heterozigoto (Pp)	Polegar direito sobre o topo quando dedos das mãos entrelaçados	Homozigota recessiva (pp)	Polegar esquerdo sobre o topo quando dedos das mãos entrelaçados
Heterozigoto (Cc)	Cílios longos	Heterozigota (Cc)	Cílios longos
Heterozigoto (Uu)	Enrola a língua em forma de U	Homozigota recessiva (uu)	Não enrola a língua em forma de U
Homozigoto dominante (SS)	Possui sardas	Homozigota recessiva (ss)	Não possui sardas

1. Na caixa escrita, PAI, colocar as duas bolas azuis colando em cada uma delas uma fita adesiva com a respectiva letra, de acordo com a composição alélica do Quadro 3, relacionando uma característica específica. Por exemplo, as bolas azuis com as letras (L e l) representam os alelos, para a característica lóbulo da orelha solto. Para a característica sexo com as letras (X e Y) representam o par de cromossomos masculino.

2. Na caixa escrita, MÃE, colocar as duas bolas rosa colando em cada uma delas uma fita adesiva com a respectiva letra, de acordo com a composição alélica do Quadro 3, relacionando a uma característica específica. Por exemplo, as bolas rosa com as letras (Rr) Redemoinho do cabelo no sentido anti-horário. Para a característica sexo com as letras (XX) representam o par de cromossomos feminino.

QUADRO 4: Características do Filho.

Constituição genética	Aparência Física
	sexo..............
	Redemoinho do cabelo no sentido............
	Lóbulo da orelha ....
	Face ....
	Polegar ....sobre o topo quando dedos das mãos entrelaçados
	Cílios ....
	...................a língua em forma de U
	............................sardas

A partir das informações descritas acima, formulou-se as questões, que serão apresentadas a seguir.

1) Comparar o descendente produzido pelo seu grupo com os descendentes construídos pelos demais grupos da classe.

a) Anotar a proporção de descendentes masculinos e femininos obtidos.
b) Anotar, para cada uma das demais características, a proporção de aparecimento dos respectivos fenótipos.
c) Verificar se houve diferenças entre as proporções dos fenótipos nas diferentes características. Em caso afirmativo, formular hipóteses que expliquem essas diferenças.

2) A partir da constituição genética do casal, calcular a probabilidade de aparecimento na descendência de:

a) uma criança com o redemoinho do cabelo no sentido anti-horário.
b) um menino com o lóbulo da orelha solto.
c) uma menina com o lóbulo da orelha preso.
d) um menino com sarda e o lóbulo da orelha preso.
e) uma menina com cílios longos, sarda, face quadrada e que não enrola a língua em forma de U.

Solução do item (a)

Sabendo que o pai tem o redemoinho do cabelo no sentido horário (rr), e a mãe tem o redemoinho do cabelo no sentido anti-horário (Rr); tem-se os possíveis resultados entre o cruzamento: $S = \{Rr, Rr, rr, rr\}$

$$\text{P(Rr)} = \frac{2}{4}$$

Solução do item (b)

A probabilidade de ser menino é $P(menino) = \frac{1}{2}$.

O lóbulo da orelha do pai é solto (Ll) e a mãe tem o lóbulo da orelha preso (ll). Os possíveis resultados do o cruzamento são: $S = \{Ll, Ll, ll, ll\}$
Então a probabilidade do indivíduo ter lóbulo da orelha solta é:

$$\text{P(lóbulo da orelha solta)} = P(Ll) = \frac{2}{4}.$$

Supondo independência entre os eventos, tem-se

$$\text{P(menino e lóbulo da orelha solta)} = P(menino) \times P(Ll) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$$

Solução do item (c)

A probabilidade de ser menina é $P(menina) = \frac{1}{2}$.
Probabilidade do indivíduo ter lóbulo da orelha presa é:

$$\text{P(lóbulo da orelha presa)} = P(ll) = \frac{2}{4}.$$

Supondo independência entre os eventos, tem-se

$$\text{P(menina e lóbulo da orelha solta)} = P(menina) \times P(ll) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{4} = \frac{1}{4}.$$

Solução do item (d)

A probabilidade de ser menino é $P(menino) = \frac{1}{2}$.

Sabendo que o pai possui sarda (Ss), e a mãe não possui sarda (ss), tem-se os possíveis resultados do cruzamento S = {Ss, Ss, Ss, Ss}
Então a probabilidade de ter sarda é: P(sarda) = P(Ss) = 100% = 1.

A probabilidade de ter o lóbulo da orelha preso é:

$$\text{P(lóbulo da orelha presa)} = P(ll) = \frac{2}{4}.$$

Supondo independência entre os eventos, tem-se
P(menino e sarda e lóbulo da orelha preso)= $P(menino) \times P(Ss) \times P(ll) = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{2}{4} =$
.

Solução do item (e)

A probabilidade de ser menina é $P(menina) = \frac{1}{2}$;

Sabendo que o pai e a mãe possuem cílios longos, os resultados possíves do cruzamento entre $Cc \times Cs$ é S = { CC, CC, Cc, Cc}, ou seja a probabilidade do indivíduo ter sardas é de 100%.

Considerando que pai possui sardas (SS) e a mãe não possui sardas (ss), os possíveis resultados entre o cruzamento são: $S = \{Ss, Ss, Ss, Ss\}$.

Então a probabilidade de possuir sardas é: P(Ss) = 100% = 1.

Sabendo que o pai possui a face quadrada (ff), e a mãe possui a face oval (Ff); tem-se os possíveis resultados do cruzamento $S = \{Ff, Ff, ff, ff\}$.
Então a probabilidade de ter a face quadrada é: P(ff) $= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Considerando que o pai enrola a língua em forma de U, (Uu), e a mãe não enrola a língua em forma de U, (uu), os possíveis resultados do cruzamento são: $S = \{Uu, Uu, uu, uu\}$

Então a probabilidade de não enrolar a língua em forma de U é $P(uu) = \frac{2}{4}$.

Supondo eventos independentes, tem-se:

$$\text{P(menina e ter cílios longos e sarda e face quadrada e que não enrolar a língua em forma de U)} = p(menino) \times (Cc) \times P(Ss) \times p(ff) \times P(uu) = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{1}{8}$$

4 Considerações Finais

A realidade do ensino, nos dias atuais, é fortemente marcada pela excessiva fragmentação dos conteúdos, embora a LDB, PCNs, matriz de referência do ENEM e o Conteúdo Básico Comum do Estado de Minas Gerais (2005) enunciem a importância da interdisciplinaridade e a contextualização do conhecimento, como um recurso para a escola tirar o aluno da condição de simples expectador e tornando-o protagonista do aprendizado.

Diante desta situação foi proposto algumas atividades sobre probabilidade evidenciando um grande elo com a genética, com o objetivo de dar maior significado ao conhecimento para o aluno, criando assim uma relação de reciprocidade entre as disciplinas de Matemática e Biologia.

Espera-se que este trabalho sirva de referência e estímulo a outros professores, não só em aplicar atividades interdisciplinares como estas propostas, mas também ousem buscar novas propostas que deixem os conteúdos do Currículo do Ensino Médio mais interativo e mais significativo para o aprendizado do aluno.

5 Agradecimentos

Ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). À Universidade Federal de São João Del Rei (UFSJ) pela estrutura oferecida. À CAPES, pela concessão da bolsa de estudos. A professora Andréa Cristiane pela orientação e paciência. Aos professores do Departamento de Matemática e Estatística da UFSJ/PROFMAT, pelos ensinamentos transmitidos. A secretária da UFSJ/PROFMAT pela prestabilidade. Aos professores participantes da banca de defesa pelas contribuições dadas. Aos colegas de curso que foram grandes companheiros nesta jornada. A minha esposa e companheira Catia e ao meu filho Luiz Henrique que sempre me apoiaram nesta importante etapa da minha vida. Aos meus pais que foram as primeiras pessoas a me apoiarem a cursar Matemática e ao meu irmão pelo apoio.

Referências

ALENCAR, M. S. **Probabilidade e processos estocásticos**. São Paulo, Primeira Edição, Editora Érica, 2008. 286p.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJAN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. **Matemática: ciência e aplicações** v. 2: ensino médio, 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010, 320p.

LOPES, S.; ROSSO, S. **Bio**. v. 2, 1 ed., São Paulo, Saraiva, 2010, 480p.

MEYER, P. L. **Probabilidade: aplicações à estatística** Rio de Janeiro, Segunda Edição, LTC, 2012. 426p.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. Conteúdo Básico Comum: Matemática. Minas Gerais, 2005.

MORETTIN, L. G. **Estatística básica: probabilidade e inferência**, São Paulo, Pearson Printice Hall, 2010. 375p.

OYAKAMA, J. , SILVA, R. S. A. , PEREIRA, M. A. Q. R.; DESSEN, E. M.B. **Família Silva e seus genes**. Disponível em
<http://genoma.ib.usp.br/educacao/CASAL_SILVA_procedimento.pdf >.
Acesso em 23/11/2013

Parâmetro Nacional Curricular do Ensino médio. Disponível
em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf >.
Acesso em 23/11/2013.

SILVA JÚNIOR, C.; SASSON, S. **Biologia**. v. 3, 6 ed. São Paulo, 1990. 370p.