Universidade Federal
de São João del-Rei

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL-REI
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT
Campus Santo Antônio

ALEX NEVES SILVA

UMA PROPOSTA DE MOTIVAÇÃO VISANDO DESPERTAR O INTERESSE PELA MATEMÁTICA.

São João del-Rei
2018

Universidade Federal de São João del-Rei
Departamento de Matemática e Estatística
Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT

ALEX NEVES SILVA

UMA PROPOSTA DE MOTIVAÇÃO VISANDO DESPERTAR O INTERESSE PELA MATEMÁTICA.

Dissertação apresentada ao programa de Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT da Universidade Federal de São João del-Rei na área de concentração em Matemática, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática

Orientador: Prof. Dr. Francinildo Nobre Ferreira

São João del-Rei
2018

Universidade Federal de São João del-Rei
Departamento de Matemática e Estatística
Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT

Defesa da Dissertação de Mestrado de **Alex Neves Silva**, intitulada **uma proposta de motivação visando despertar o interesse pela matemática**, orientada pelo **Prof. Dr. Francinildo Nobre Ferreira**, apresentada à banca examinadora em 06de dezembro de 2018.

Os membros da Banca Examinadora consideraram o candidato___________________________

____

Prof. Dr. Francinildo Nobre Ferreira

Universidade Federal de São João del-Rei

____

Prof. Dr. Ronaldo Ribeiro Alves

Universidade Federal de São João del-Rei

____

Prof. Dr. Sandro Rodrigues Mazorche

Universidade Federal de Juiz de Fora

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho ao Divino Espirito Santo que esteve comigo em toda essa jornada, fazendo que eu conseguisse enxergar soluções que sem ele eu não conseguiria.

Aos meus familiares, nas pessoas de minha mãe, Marília Neves Silva, e meu pai, Manoel José da Silva, que me apoiaram nesta jornada.

Ao Meu irmão Alberth Alves Silva que por morar em São João del-rei tanto me ajudou verificando as datas das provas de acesso ao Profmat e com discussões acaloradas sobre as matérias do mestrado.

À minha namorada, Elaine Cristina, por toda paciência que teve nessa nossa caminhada.

Ao meu filho, Gabriel Meireles Prado Neves, que doou parte do tempo que eu deveria estar com ele para meus estudos e muitas vezes ficou ao meu lado enquanto eu estudava. E a todos meus eis alunos, uma das razões pela qual depositei todo meu esforço e meu compromisso para a realização deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

Na execução desde sonho aprendi que um sonho que se sonha só é só um sonho, mas um sonho que se sonha junto é realidade. Há anos sonho com esse título, mas somente com muita ajuda ele se tornou possível. Agradeço a todos que propiciaram a realização desde sonho, principalmente:

Aos meus familiares: meus pais (Manoel José da Silva e Marília Neves Silva), meus irmãos (Alberth Alves Silva e Alisson Neves Silva), meu filho (Gabriel Meireles Prado Neves) e minha namorada (Elaine Cristina Gonçalves) com todo amor e gratidão.

Aos meus colegas da turma 2016, por toda ajuda. Fizemos grandes laços de amizade, dividimos o estresse dos estudos e a ansiedade nas vésperas de provas. Multiplicamos estudos, choros e rezas. Juntos conseguimos luz e sabedoria! Vencemos!

A todos os professores da turma 2016 do mestrado PROFMAT na UFSJ, que conduziram o curso com apoio inestimável. Aos funcionários, Márcio, Meira e Kátia, da secretaria do PROFMAT/UFSJ pela disponibilidade e presteza.

Agradeço ao meu orientador e também professor do curso, Prof. Dr. Francinildo Nobre Ferreira, pela dedicação, pelo constante apoio e pela competência com que conduziu este trabalho deixando muitas e enriquecedoras sugestões para sua construção.

Aos membros da banca, pelas análises, sugestões e pelas correções enriquecedoras.

À CAPES, pela concessão de apoio financeiro durante o curso.

Aos meus diretores nas pessoas de Roberto Rodrigues da Escola Estadual Joaquim Nabuco e Renata Almada da Escola Municipal Raio de Sol, vocês entenderam minha dificuldades de tempo.

“Sempre me pareceu estranho que todos aqueles que estudam seriamente esta ciência acabam tomados de uma espécie de paixão pela mesma. Em verdade, o que proporciona o máximo de prazer não é o conhecimento e sim a aprendizagem, não é a posse, mas a aquisição, não é a presença, mas o ato de atingir a meta."

Carl Friedrich Gauss

RESUMO

Este trabalho consiste em uma pesquisa bibliográfica buscando temas para serem explorados visando despertar nos alunos dos ensinos fundamental e médio interesse pela matemática. Procuramos destacar vários ambientes onde há presença da matemática e que pode ser explorada pelos alunos sob orientação do professor. Facilitando a pesquisa do professor que deseje motivar seus alunos na busca pelo interesse pela matemática. Destacamos, também, formas de motivar a aprendizagem matemática mediante o uso de filmes, livros ou através do conhecimento das premiações que podem ser conseguidas nesta área. Apresentamos também uma proposta de valorização e popularização de matemática nas escolas e/ou municípios.

Palavras-chave: Motivação, despertar, interesse, feira de matemática.

ABSTRACT

This work consists of a bibliographical research looking for themes to be explored aiming to awaken in the students of the fundamental and average interest in mathematics. We tried to highlight several environments where there is presence of mathematics and that can be explored by students under the guidance of the teacher. Facilitating the research of the teacher who wishes to motivate his students in the search for interest in mathematics. We also highlight ways to motivate mathematical learning through the use of films, books or through the knowledge of the awards that can be achieved in this area. We also present a proposal for the valorization and popularization of mathematics in schools and / or municipalities.

Keywords: Motivation, awakening, interest, mathematics fair.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES:

LISTA DE TABELAS:

Sumário

INTRODUÇÃO

Ao longo da história o processo de ensino-aprendizagem de matemática tem sido objeto de estudo na filosofia, psicologia, pedagogia e sociologia. A união entre psicologia e educação possibilitou teorias psicológicas sobre a educação, como o caso das teorias de Piaget (1976), Vygotsky (2010), Skinner (1991), Bruner (2006) e Ausubel (1980), que ajudaram na construção das teorias da educação e na busca do entendimento de processos de desenvolvimento cognitivo e de ensino e aprendizagem em matemática.

Posteriormente e, em alguns momentos paralelamente, políticas e reformas educativas emergiram em vários países, inclusive no Brasil.

> Os pressupostos da teoria behaviorista de Skinner, presentes na formação dos professores e na prática pedagógica, também se encontra presente no âmbito dos sistemas de educação na elaboração das avaliações externas como a Provinha Brasil - Avaliação Nacional da Alfabetização – ANA - Prova Brasil, e várias dentre outras que são realizadas para os alunos do Ensino Fundamental das escolas públicas das redes municipais, estaduais e federal, com o objetivo de avaliar a qualidade do ensino ministrado nas escolas públicas (SANTOS; JUNQUEIRA; OLIVEIRA, 2015, p. 185).

As avaliações externas se fortaleceram e se tornaram prenunciadores da qualidade educacional. A consequência, no Brasil, foi a elaboração da Lei de Diretrizes Básicas (LDB), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), o Plano Nacional de Educação (PNE) e o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) visando nortear a educação.

> As médias de desempenho do Saeb, juntamente com os dados sobre aprovação, obtidos no Censo Escolar, compõem o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb). (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira [INEP], 2018).

Podemos observar o IDEB brasileiro dos últimos anos na Tabela 1: **IDEB** e verificar que enquanto o aluno avança nos anos de escolaridade esse índice diminui. Isto nos leva a compreender que os alunos estão desenvolvendo menos competências e habilidades à medida que vão passando dos anos iniciais do Ensino Fundamental para os anos finais e para o Ensino Médio.

Anos Iniciais do Ensino Fundamental														
IDEB Observado							Metas							
2005	2007	2009	2011	2013	2015	2017	2007	2009	2011	2013	2015	2017	2019	2021
3.8	4.2	4.6	5.0	5.2	5.5	5.8	3.9	4.2	4.6	4.9	5.2	5.5	5.7	6.0
Anos Finais do Ensino Fundamental														
3.5	3.8	4.0	4.1	4.2	4.5	4.7	3.5	3.7	3.9	4.4	4.7	5.0	5.2	5.5
Ensino Médio														
3.4	3.5	3.6	3.7	3.7	3.7	3.8	3.4	3.5	3.7	3.9	4.3	4.7	5.0	5.2

Tabela 1: IDEB
Fonte: Elaborada pelo autor a partir dos dados disponíveis em: <http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultadoBrasil.seam?cid=1002063>. Acesso em: 8 set. 2018.

Ao analisarmos os resultados do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa), elaborado pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) de 2015, constatamos que o Brasil está estacionado há dez anos entre os países com pior desempenho. O mais preocupante, é que em matemática o país apresentou a primeira queda desde 2003. Também foi constatado que sete em cada dez alunos brasileiros, com idade entre 15 e 16 anos, estão abaixo do nível básico de conhecimento.

Várias situações levam a esse panorama, mas aqui abordaremos apenas um deles. O tratado pela Revista do Professor de Matemática[1], nela segundo Dante (1985), em todos os níveis de ensino é comum que professores e textos resolvam algum exercício-modelo mostrando como se faz, pedindo em seguida que o estudante resolva alguns problemas semelhantes. Realidade ainda frequentemente encontrada nos dias atuais. Esse autor ainda defende que apesar de certa necessidade de automatização, um caminho mais significativo é o de aproveitar a curiosidade do estudante, especialmente nos primeiros níveis, incentivar sua iniciativa de exploração e redescoberta de conceitos, leis, padrões de regularidade, etc.

Procurando contribuir para a melhoria da educação brasileira, particularmente no que diz respeito ao ensino de Matemática, os nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (BRASIL, 1997, p. 7) destaca que ao concluir o ensino fundamental o aluno seja capaz de

> utilizar as diferentes linguagens – verbal, matemática, gráfica, plástica e corporal – como meio para produzir, expressar e comunicar suas ideias,

[1] RPM – Revista do professor de matemática

> interpretar e usufruir das produções culturais, em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação.

Utilizar a linguagem matemática para interpretar o mundo é o que preconiza Freire (2013), considerado um dos pensadores mais notáveis na história da pedagogia mundial. Em entrevista, ele declarou:

> eu acho que uma preocupação fundamental não apenas dos matemáticos, mas de todos nós, sobretudo dos educadores a quem cabe certas decifrações do mundo. Eu acho que uma das preocupações deveria ser essa: a de propor aos jovens, estudantes, alunos e aos educandos que antes e ao mesmo tempo que descobrem que quatro por quatro são dezesseis. Descobrem também que há uma forma matemática de estar no mundo (FREIRE, 2013, set., 23).

Além de utilizar da matemática para entender o mundo, os PCNs estabelecem que esta deve ser utilizada para desenvolver no educando seu sentimento de confiança para agir com perseverança na busca de conhecimento.

> desenvolver o conhecimento ajustado de si mesmo e o sentimento de confiança em suas capacidades afetiva, física, cognitiva, ética, estética, de inter-relação pessoal e de inserção social, para agir com perseverança na busca de conhecimento e no exercício da cidadania;" (BRASIL, 1997, p. 7).

Assim, o educando poderá descobrir a forma matemática de estar no mundo da qual fala Freire (2013). Esta forma segundo o Ministério da Educação (BRASIL, 1997, p. 7) é

> questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação.

Freire (2013) nos dá exemplo de qual é a forma matemática de estar no mundo.

> Quando a gente olha o relógio, por exemplo, a gente já estabelece a quantidade de minutos que a gente tem para, se acordou mais cedo, se acordou mais tarde, para saber exatamente a hora em que vai chegar à cozinha, que vai tomar o café da manhã, a hora que vai chegar o carro que vai nos levar ao seminário, para chegar às oito. Quer dizer, ao despertar os primeiros movimentos, lá dentro do quarto, são movimentos matematicizados. Para mim essa deveria ser uma das preocupações, a de mostrar a naturalidade do exercício matemático.

Esta visão da forma matemática de estar no mundo é compartilhada pelo psicólogo e filósofo suíço Piaget (1976). Para ele,

> A aprendizagem matemática constrói-se através da curiosidade e do entusiasmo das crianças e cresce naturalmente a partir das suas experiências [...] A vivência de experiências matemáticas adequadas desafia as crianças a explorarem ideias relacionadas com padrões, formas, número e espaço duma forma cada vez mais sofisticada (PIAGET, 1976, p. 73).

Neste mesmo sentido, Polya (1995, p. v.) descreve como um professor deve agir para incutir no educando o prazer pelo raciocínio matemático.

> Um professor de Matemática tem, assim, uma grande oportunidade. Se ele preenche o tempo que lhe é concedido a exercitar seus alunos em operações rotineiras, aniquila o interesse e tolhe o desenvolvimento intelectual dos estudantes, desperdiçando, dessa maneira, a sua oportunidade. Mas se ele desafia a curiosidade dos alunos, apresentando-lhes problemas compatíveis com os conhecimentos destes e auxiliando-os por meio de indagações estimulantes, poderá incutir-lhes o gosto pelo raciocínio independente e proporcionar-lhes certos meios para alcançar este objetivo”.

Encontramos em Ávila (1983) que a importância da matemática não reside única e exclusivamente no raciocínio lógico-dedutivo, pois isto nos daria uma visão parcial, já que o pensamento matemático vai muito além do raciocínio lógico-dedutivo. Nele há também muito de intuição, imaginação e visualização geométrica. Muito frequentemente, o raciocínio demonstrativo apenas legitima o conhecimento já adquirido através de outros recursos – os mais férteis da criatividade intelectual.

Entendemos que uma atuação motivadora que cative no aluno a vontade de aprender matemática deve ser baseada na emoção da descoberta. Vemos que na educação de hoje, o professor precisa vender o seu peixe. Uma forma de fazê-lo é mostrando as várias facetas desta matemática. Para isso, é necessário que o professor fique por dentro dos avanços importantes desta tão linda ciência, sejam eles de milênios atrás, séculos, anos, meses, dias ou que ainda estão por vir. Devemos conhecer as histórias das dificuldades, dos esforços, do tempo gasto pela matemática para resolver problemas em toda a sua evolução e de sua grandeza nas realizações da humanidade.

O objetivo principal desse trabalho é propor formas de motivar o para despertar no aluno o interesse pela matemática. Queremos mostrar aspectos divertidos e provocantes da matemática para tentar tornar um pouco mais interessante o que é aprendido na escola. Vemos que é possível mostrar essa ciência de forma investigativa. Para que o educando divirta-se e tenha vontade de saboreá-la.

Apresentaremos um aspecto da matemática semelhante ao de uma fruta saborosa aos nossos olhos, mas não saborearemos a mesma. Queremos que o aluno, a partir desse aspecto, sinta-se com vontade de degustá-la.

Pretendemos com esse trabalho sugerir alternativas para que o professor possa, inclusive, propor e desenvolver ações para uma popularização da matemática na escola, ou quem sabe no seu município. Podendo instigá-la para seus alunos da mesma forma que um feirante instiga os compradores a levarem seus produtos.

Nesse trabalho estamos congregando algumas motivações já apresentadas por outros autores para que o professor encontre aqui um instrumento para contribuir com seu trabalho e o ajude a enriquecer suas aulas, como esta pesquisa proporcionou às minhas aulas.

1 ALGUNS AMBIENTES ONDE A MATEMÁTICA HABITA

Nesta seção, apresentaremos alguns dos ambientes onde a matemática se encontra. Sabemos que estes ambientes são impossíveis de serem enumerados. Contudo, para facilitar a pesquisa de um professor que deseje motivar seus alunos no despertar para a matemática, apresentaremos aqui uma pequena amostra do que vários docentes estão fazendo.

Buscamos divulgar a matemática de uma forma diferente do que geralmente é tratada em salas de aulas de várias escolas do Ensino Fundamental e Médio. Propomos a realização de feiras de matemática, um recurso que ainda é pouco utilizado, e por isso os alunos e até mesmo professores encontram poucas experiências interessantes para reproduzir nas feiras. O professor poderá, além de fazer uma feira de matemática, pode realizar uma mostra de vídeos produzidos pelos alunos, escolher um tema e a partir das referências, eles podem pesquisar onde a matemática está presente. Prática que eu mesmo estou organizando com meus alunos, mas devido ao tempo diminuto para elaboração desse trabalho não citarei aqui nenhuma de minhas experiências.

1.1 A matemática na folha de papel

Você alguma vez já se perguntou qual o motivo do papel que comumente usamos ter o formato que tem? O papel ao qual nos referimos recebe denominação A4 e tem o formato de um retângulo cujas medidas são 210 milímetros por 297 milímetros.

Segundo Mello (2008), os formatos das folhas de papel da série A, Figura 1: **Papel série A**, vieram resolver o seguinte problema: qual será as dimensões de uma folha retangular de modo que, quando ela for dividida ao meio, os dois novos retângulos obtidos mantenham a razão entre altura e largura da folha original?

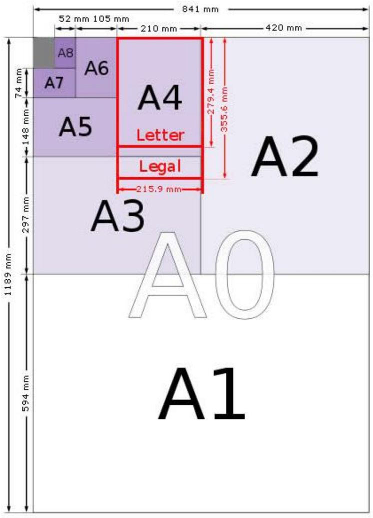

Figura 1: Papel série A
Fonte: <https://www.tamanhosdepapel.com/a-papel-tamanhos.htm>. Acesso em: 8 set. 2018

Mello (2008) demonstra como chegamos às medidas para as folhas da série A que vão de A0 até A10. O autor discute as vantagens dessa série, sobretudo para ampliação e redução, comenta sobre outros formatos B e C e, por fim aponta qual é o padrão internacional para o tamanho de papéis e quais países o utilizam e quais não o utilizam.

1.2 A matemática na beleza

Como já mencionamos anteriormente, a matemática tenta discernir um padrão em tudo. Podemos dizer que um olhar matemático enxerga um padrão em tudo, ou em quase tudo. Do mesmo modo que pessoas com algum distúrbio em sua visão precisam de lentes para melhor observar e analisar objetos e formas por exemplo. Os matemáticos por muitas vezes necessitam de algumas ferramentas que os possibilitem enxergar o padrão daquilo que é olhado. A matemática possibilitou a descoberta de um padrão na beleza, ou pelo menos um dos padrões, como o retângulo áureo[2] e a espiral, Figura 2, presente na arte, como no quadro, de Leonardo da Vinci, Mona Lisa também conhecida como A Gioconda ou ainda Mona Lisa del Giocondo.

[2]Um retângulo áureo, ou retângulo dourado, ou ainda retângulo de ouro é um retângulo cujos lados a e b estão na proporção áurea, isto é $a/b=\Phi=1.61803\ldots$ Disponível em: <(http://knoow.net/cienciasexactas/matematica/retangulo-aureo/)>. Acesso em: 8 set. 2018.

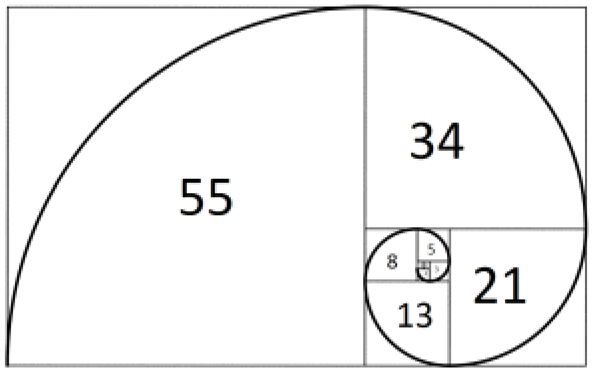

Figura 2: Retângulo de áureo
Fonte: <https://atitudereflexiva.wordpress.com/tag/retangulo-de-ouro/>. Acesso em: 8 set. 2018

Ávila (1985) apresenta dois exemplos dessa beleza o Partenon, templo da deusa Atena, e uma residência suburbana de Paris projetada pelo famoso arquiteto Le Corbusier. Este autor também aborda a relação entre o retângulo áureo, a divisão áurea e a sequência de Fibonacci, além de mostrar como construir o retângulo em questão.

> Na antiguidade, a divisão de um segmento em média e extrema razão tornou-se tão familiar que era conhecida simplesmente como a “seção”, em qualquer qualificativo. O nome “divisão áurea” lhe foi dado por Kepler (1571-1630), que escreveu: ‘A Geometria possui dois grandes tesouros: um é o Teorema de Pitágoras; o outro, a divisão de um segmento em média e extrema razão. Podemos comparar o primeiro a uma porção de ouro e o segundo a uma joia preciosa’ (ÁVILA, RPM 6, 1985).

Já Wagner (1992) discute a relação entre o retângulo áureo e o pentagrama pitagórico. E Carvalho (1994) aponta a relação entre o algoritmo de Euclides, a sequência de Fibonacci e o teorema de Lamé.

1.3 A matemática do globo terrestre

Você já se perguntou qual a forma matemática da terra? A organização da olimpíada brasileira de matemática das escolas públicas (OBMEP) em seu Programa de Iniciação Cientifica (PIC) produziu algumas apostilas (PIC OBMEP) e em uma delas achamos a resposta para a pergunta.

É que segundo Alves (PIC OBMEP 6, 2009, p. 19), a Terra é redonda, mas não é uma esfera perfeita, uma vez que é achatada nos polos. Na verdade, a Terra é aproximadamente um elipsoide. Mas como seu achatamento é muito pequeno, cujo valor foi medido por muitos pesquisadores, a sua superfície pode ser considerada como um globo terrestre. Neste globo, como em qualquer globo matemático, podem ser observados dois polos, a saber: um equador, meridianos como o Greenwich e outras propriedades utilizadas na geografia.

De acordo com Alves (PIC OBMEP 6, 2009, p. 25), o globo também serve para localizar um determinado ponto ou região da Terra. Para isso foram desenvolvidas as coordenadas geográficas, denominadas latitude e longitude. Ele aborda matematicamente os movimentos da Terra – rotação e translação –, fala do meio-dia solar, da curva – elíptica – que a terra descreve no seu movimento em torno do Sol, Figura 3, da trajetória da órbita da Terra – eclíptica –, do plano que contém a trajetória da órbita da Terra, quanto tempo a terra leva para dar uma volta completa em torno do Sol e dessa relação com nosso calendário.

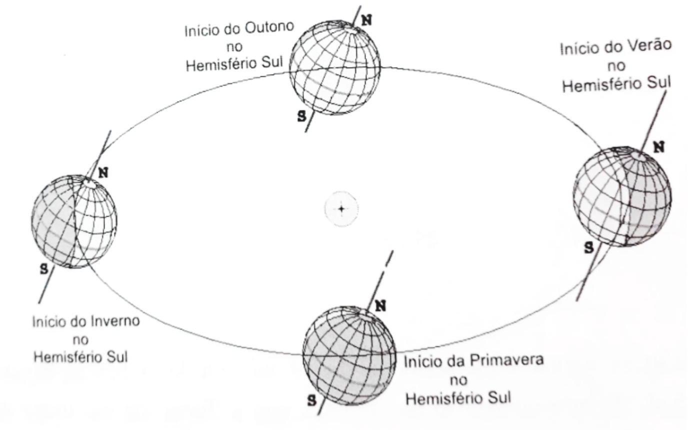

Figura 3: Estações do ano
Fonte: ALVES, PIC OBMEP 6, 2009, p.33.

É discutido como o eixo da Terra não é perpendicular ao plano que contém a trajetória da sua órbita, como isso gera diferenças na quantidade de luz e de calor que os hemisférios recebem e como isso afeta na duração dos dias e das noites. É explicado o que é equinócio e como em algumas regiões da Terra em determinado dia do ano a noite tem 24 horas e em outras, o dia tem 24 horas. Podem ser estudados os fusos horários da Terra a partir dessas informações. O texto traz algumas atividades que podem ser realizadas em sala de aula para falar sobre os itens citados.

1.4 A matemática no GPS

Você sabia que a sigla GPS? Significa *Global Positioning System*, que em português é Sistema de Posicionamento Global. Mas do que se trata? O GPS conta com vinte e quatro satélites artificiais orbitando a uma altura de 20.200 km do nível do mar em torno da Terra. Isto nos permite determinar a posição de receptores em qualquer lugar da Terra.

> O Projeto foi iniciado em 1973 pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos com o propósito de que aeronaves e navios militares pudessem determinar, em qualquer circunstância de tempo, sua posição exata. Ajuda no lançamento de mísseis e a localização de tropas terrestres em movimento foram outras necessidades que motivaram tal projeto (ALVES, PIC OBMEP 6, 2009, p. 65).

Alves (PIC OBMEP 6, 2009, p. 65) apresenta o segmento espacial do GPS composto por vinte e quatro satélites que trafegam em torno da Terra em seis órbitas estáveis, Figura 4, e predeterminadas com quatro satélites em cada órbita. Segundo o autor, os satélites completam a órbita a cada 12 horas e cada satélite tem 28º de visualização sobre a Terra. O autor ainda assegura que todo ponto da superfície terrestre, em qualquer instante, esteja visualizado por pelo menos quatro satélites e em alguns momentos, por até dez satélites.

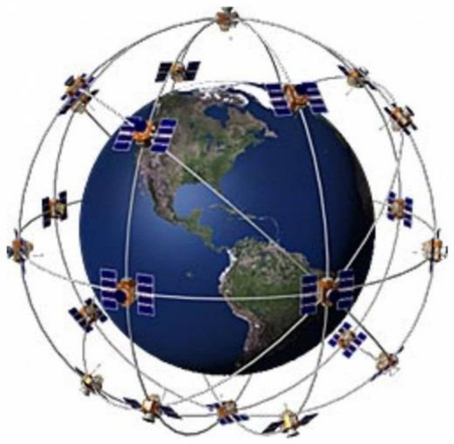

Figura 4: Segmento espacial do GPS
Fonte: <https://20valoresciencias.webnode.pt/a11%C2%BAano/fisica-e-quimica/fisica/gps/>. Acesso em: 8 set. 2018

Mas como o GPS determina a localização de um ponto sobre a superfície terrestre? Alves (PIC OBEMEP 6, 2009, p. 65) nos afirma que cada um dos 24 satélites é programado para emitir por rádio um padrão, chamado de efeméride, que informa a sua posição exata naquele instante. Uma unidade receptora processa os sinais, localiza os satélites e calcula a distância multiplicando o tempo gasto para sinal de rádio sair do satélite e chegar ao receptor pela velocidade do sinal. De posse da posição do satélite e sua distância, obtém-se a equação geral da superfície esférica imaginária que Alves mostra como conseguir. Mas a localização do usuário só é possível porque se utiliza um teorema. Segundo Alves (PIC OBMEP 6, 2009, p. 57), “Se quatro superfícies esféricas se intersectam e seus centros são não coplanares então essa intersecção consiste de um único ponto.

Por isso, são necessários quatro satélites para dar a posição do usuário. Coletando-se sinais emitidos por quatro satélites, o receptor determina a posição do usuário calculando-a como intersecção das quatro superfícies esféricas obtidas. Mas a localização não é dada em coordenadas cartesianas, e sim por meio de coordenadas geográficas – latitude, longitude – e a elevação. Ainda são destacadas seis das diversas situações onde o GPS é utilizado.

1. Roteirista de viagens: determinam além da sua posição dentro de uma cidade, quais as atrações e pontos turísticos mais próximos, hotéis, postos de emergências, etc.
2. Monitoramento de abalos sísmicos: tais abalos são precedidos por alterações no campo gravitacional que distorcem as ondas de rádio permitindo, através do GPS, tentar prever a ocorrência de um terremoto com algumas horas de antecedência.
3. Meteorologia: o GPS gera informações para a previsão de meteorologia, estudo do clima e outros campos de pesquisa relacionados.
4. Localização para resgate: o serviço usa o GPS para guiar helicópteros de socorro até o lugar do acidente.
5. Aplicações industriais: áreas infectadas por pestes são identificadas por fotografias aéreas e, com uso do GPS, um trator pode ser guiado para aplicações de pesticidas.
6. Uso militar: coordenadas de ataque, orientação e controle para mísseis balísticos, marcação para artilharia, bombardeio de aeronaves, defesa aérea, rastreamento de submarinos, localização de minas e radares inimigos, atos terroristas, etc. (ALVES, PIC OBMEP 6, p. 57).

1.5 A matemática nos códigos de barras

Como comentamos anteriormente, a matemática pode estar tão impregnada no nosso dia a dia e seu uso pode ser tão rotineiro que às vezes nem vemos que a estamos utilizando. Mas também acontece de ela estar tão associada a algum objeto que o enxergamos, mas não enxergamos a matemática em si. Para ver a matemática em determinadas coisas, devemos utilizar “um óculos”. Mas não um óculos comum, e sim óculos capazes de nos fazer visualizar a matemática contida nestes objetos, o óculos do conhecimento, uma vez que ele abre os nossos olhos para a matemática do dia a dia. O código de barras, Figura 5, é um exemplo de um objeto onde a matemática está tão emaranhada que muitos nem a percebem. Ele, hoje em dia, está presente em inúmeros produtos, inclusive nas contas que pagamos. Mas como é a presença da matemática no código de barras?

Figura 5: Código de Barras
Fonte: <http://www.vstsolucoesesoftwares.com.br/o-codigo-de-barras-na-nf-e-ean-e-gtin-e-sua-obrigatoriedade/>. Acesso em: 8 set. 2018

A resposta vem com a contribuição de Milies (PIC OBEMEP 6, 2009) que começa contando a história da evolução da tecnologia que possibilitou a criação do código de barras, continua com dados sobre sua evolução e o funcionamento do código utilizado no código de barras. Também apresenta outros códigos numéricos e atividades. Já Araújo (2018) nos conta da regra dos nove fora e sua relação com o código de barras, além de também explicar a matemática contida nele.

1.6 A matemática na semelhança entre figuras

Quando temos que trabalhar o conteúdo de semelhança entre figuras com nossos alunos, muitos livros didáticos começam a falar de semelhança de figuras como a ampliação e a redução de fotos, depois passam para figuras compostas por segmentos, em seguida para polígonos e, por fim, terminam nos triângulos. E desses poucos tratam da relação entre a razão de semelhança dos polígonos com a razão de semelhança de seus perímetros, suas áreas e no caso de figuras tridimensionais como o cubo, de seu volume.

Uma das formas de se inserir esse assunto pode ser utilizando o que Imenes *et al.* (1982) falam,

> Vai lá um dia em que nosso amigo advogado resolve comprar um sitio, de poucos alqueires, com a intenção de construir uma casa e nela passar seus fins de semana. Como não havia nascente no sitio, resolveu mandar cavar um poço, quando ficou sabendo que seu vizinho, um caipira que ali morava há muito tempo, tinha em sua propriedade uma nascente com água boa e farta. Procurou o vizinho e fez a proposta:
>
> - Eu instalo um cano de uma polegada de diâmetro na sua nascente, conduzo a água para o meu sitio e lhe pago x cruzeiros por mês.
>
> A proposta foi aceita na hora.
>
> Passa-se o tempo e o advogado resolve implantar no sitio uma criação racional de porcos e, para isso, iria precisar de mais água. Voltou a procurar o caipira e lhe propôs trocar o cano de uma polegada por um outro de duas polegadas de diâmetro e pagar 2x cruzeiros por mês a ele.
>
> O caipira escutou a proposta, não deu resposta imediata, pensou, e passados alguns minutos respondeu que não aceitava a proposta.
>
> - Mas, como? Perguntou o advogado. Tem água sobrando, por que não me vende mais e assim também ganha mais?

Com esse texto, o autor quer nos mostrar que quando duas figuras são semelhantes, Figura 6, a razão entre suas áreas é igual ao quadrado da razão entre seus comprimentos correspondentes. Para isso, ele nos pede para visualizar dois canos de uma polegada dentro de um de duas polegadas. Portanto, o valor pago seria inferior ao justo. E em Imenes *et al.* (1983), conclui-se a resposta de forma completa.

Figura 6: Semelhança entre figuras
Fonte: <http://www.obmep.org.br/apostilas.htm.>. Acesso em: 8 set. 2018

Ainda falando de semelhança, só que agora de triângulos, encontramos em Rosa (1984) a história de como Eupalinos, que nos dias atuais seria chamado de engenheiro, resolveu o problema de cavar um túnel saindo de um ponto A e, cavando, chegar ao ponto B sem se perder no caminho.

> Retomemos nossa história. Ela se passa em Samos, ano 530 a.C. O poderoso tirano Polícrates se preocupava com o abastecimento de água da cidade. Havia fontes abundantes na ilha, mas ficavam do outro lado do monte Castro; o acesso a elas era muito difícil para os habitantes da cidade. Decidiu-se abrir um túnel. A melhor entrada e a mais conveniente saída do túnel foram escolhidas pelos assessores de Polícrates. Eram dois pontos, que chamaremos de A e B respectivamente. Cavar a montanha não seria árduo, pois a rocha era calcária e não faltavam operários experientes. O problema era achar um modo de sair do ponto A e, cavando, chegar ao ponto B sem se perder no caminho.
>
> Eupalinos, encarregado de estudar a questão, surpreendeu a todos com uma solução simples e prática. Além disso, anunciou que reduziria o tempo de trabalho à metade propondo que se iniciasse a obra em duas frentes, começando a cavar simultaneamente nos pontos A e B, encontrando-se as duas turmas no meio do túnel!
>
> Disse e fez. O túnel, construído há 25 séculos, é mencionado pelo historiador grego Heródoto. Em 1882, arqueólogos alemães, escavando na ilha de Samos, o encontraram. Ele tem um quilômetro de extensão, sua seção transversal é um quadrado com 2 metros de lado, com uma vala funda para os canos d'água e aberturas no teto para renovação do ar e limpeza de detritos (ROSA, RPM 5, 1984).

O autor nos conta que para resolver o problema, foi utilizado semelhança de triângulos. Ele também nos mostra como ela foi utilizada.

1.7 A matemática no jogo de quadrinhos

A matemática está presente nos jogos, por exemplo, o Jogo de Quadrinhos[3]. Neste jogo toda vez que um dos jogadores, ao colocar um segmento, completar um circuito fechado ele tem a obrigação de marcar novo segmento. E quando completar um circuito fechado denominado "quadrinho unitário" ele marca a inicial do seu nome. Ganha o jogador que fechar o maior número de quadrinhos e o jogo termina quando o não houver segmentos possíveis de serem traçados. A Figura 7 apresenta um exemplo de marcações possíveis no jogo do quadrinho.

---

[3] O Jogo de Quadrinhos é jogado num quadriculado de pontos onde cada jogador traça um segmento horizontal ou vertical unindo dois pontos.

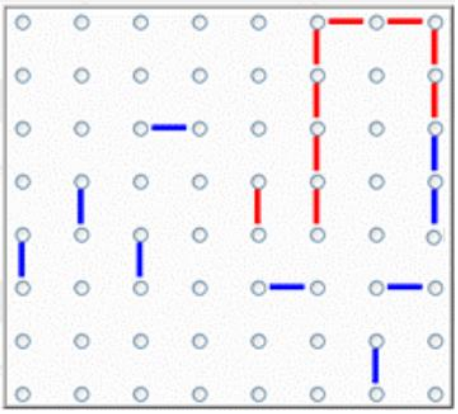

Figura 7: Jogo de Quadrinhos
Fonte: <https://www.maecomprosa.com.br/jogo-dos-pontinhos/.>. Acesso em: 8 set. 2018

Matos (1984) aborda que se os jogadores tiverem a mesma habilidade, um raciocínio lógico-matemático, ganhará quem começa primeiro ou segundo de acordo com a quantidade de quadrinhos que a variante[4] do jogo apresentar.

> Vamos supor, como é natural, que cada jogador proceda da maneira a não entregar quadrinhos; e se for obrigado a entregar alguns, que entregue o menor número possível, isto é, que entregue o corredor que tenha menos quadrinhos a fechar. Chamaremos esse procedimento de perda mínima. Veremos, logo adiante, que tal procedimento não assegura vitória, ou mesmo empate; mas permite prever quem vai ganhar (ou empatar) o jogo (MATOS, RPM 5, 1984).

Além do interesse pelo jogo em si, para nós, professores, o grande interesse do tema é que para provar sua tese o autor utiliza da fórmula de Euler para grafos planos, isto é, o caso plano do teorema de Euler que ensinamos aos nossos alunos para aplicarem em poliedros convexos, como declara Melo (2013).

1.8 A matemática nas chapas perfuradas

A indústria produz chapas metálicas perfuradas de vários tipos e com várias finalidades. Entre elas, estão o filtro de ar do motor de um automóvel ou caminhão, as peneiras para a produção de minérios, carvão, papel, cimento etc. Como nos aponta Imenes (1984), nestas chapas está contida muita matemática. A Figura 8 apresenta chapas com várias formas de perfurações.

[4] O número de pontos que o quadriculado tem.

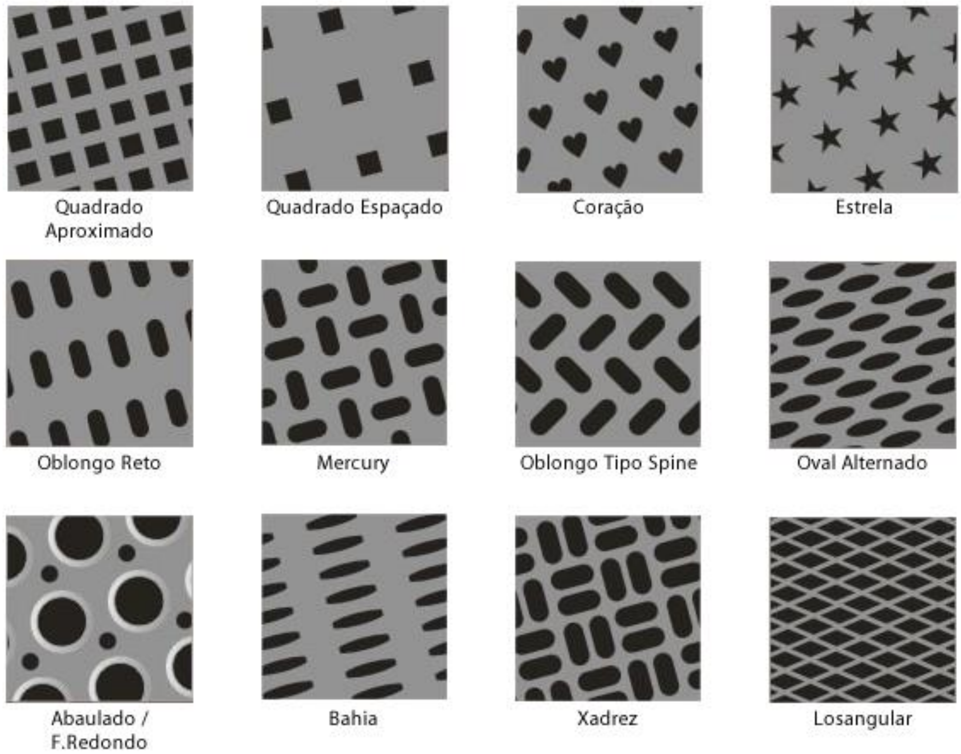

Figura 8: Alguns tipos de chapas perfuradas
Fonte: <http://www.msk.ind.br/produtos3.htm.>. Acesso em: 8 set. 2018

Comecemos com a linguagem utilizada pelos técnicos que trabalham na área. Eles utilizam uma linguagem em que a chapa fica definida por sua espessura, pelo tipo de furo – quadrado, circular, retangular etc. –, pela disposição dos furos, pelo tamanho dos furos, pela distância entre seus centros e pelo material com o qual a chapa é feita – ferro, cobre, alumínio etc. Imenes (1984) nos conta que para as pessoas que trabalham no ramo interessa o cálculo da porcentagem de área perfurada com rapidez. Além disso, ele demonstra como calcular esta razão e obter fórmulas para cada tipo de furo: quadrado, retangular, circular etc.

> Os conceitos envolvidos nestes problemas são acessíveis a alunos de 8ª série do primeiro grau: cálculo de áreas e porcentagens. Convido os colegas, que atuam neste nível de ensino, a levá-los para suas aulas de Geometria quando estiverem calculando áreas. Aposto que algum aluno aparecerá em sala com um pedaço destas chapas e que a aula de Matemática dará mais prazer a todos. O catálogo industrial, no qual aprendi estas coisas que estão neste artigo, me foi presenteado por meu tio Eugênio que durante longos anos de sua vida trabalhou em indústrias metalúrgicas. Sempre fazendo de tudo nelas, mas sempre usando Matemática na sua profissão. Ao se aposentar entregou-me seus livros, revistas, catálogos e apontamentos, dos quais se pode retirar muito material para artigos deste tipo, mostrando como a Matemática é importante na vida das pessoas (IMENES, RPM 5, 1984).

1.9 A matemática no jogo de pôquer

Você já ouviu falar do jogo de pôquer? Ele é muito conhecido mundialmente e aparece em vários filmes. Você sabia que neste jogo tem muita matemática envolvida? Mais precisamente análise combinatória e probabilidade. Neste jogo, podemos encontrar exemplos e problemas a serem utilizados nas aulas de análise combinatória e probabilidade no Ensino Médio. Segundo Rodrigues (1985), que trabalha com esse jogo na sua forma clássica explicando suas regras, suas sequências de cartas, há também no texto, alguns exemplos de como podemos formular problemas e resolvê-los envolvendo o pôquer.

> Do ponto de vista do cálculo de probabilidades existem, portanto, dois problemas distintos a serem considerados. O primeiro deles envolve as probabilidades de que determinadas combinações de cartas sejam obtidas “de mão”, isto é, estejam contidas nas cinco cartas recebidas na primeira fase do jogo. O segundo, bem mais complexo, envolve as probabilidades de melhorarmos o nosso jogo na fase das pedidas e não será tratado neste artigo (RODRIGUES, RPM 6, 1985).

O autor coloca a quantidade de jogos, um conjunto de cinco cartas diferentes que podemos formar com um determinado conjunto de cartas, Royal, Straight Flash etc. Na Tabela 2: **Número de jogos possíveis segundo o número de cartas utilizadas** está um exemplo, nele podemos ver que com um baralho de trinta e duas cartas podemos formar quatro jogos diferentes com o Royal, devemos ressaltar que isto não muda se aumentarmos a quantidade de cartas até chegarmos ao baralho completo com cinquenta e duas cartas.

Para o autor ainda podemos chamar a atenção para uma inversão de posições entre o “fullhand[5]” e o “flush[6]”, à medida que utilizamos mais cartas do baralho. Podemos mostrar que na utilização do baralho completo, o “flush” se torna mais fácil de ser obtido em uma mão do que o “fullhand”. Ele aponta que jogos como o “fullhand” dependem de seleções feitas nos conjuntos de cartas de mesmo valor, enquanto um jogo como o “flush” depende de escolhas feitas nos conjuntos de cartas de mesmo naipe. A tabela 2 apresenta a quantidade de jogos possíveis de se fazer a partir dos números de cartas.

---

[5] É um conjunto de cartas composto por uma trinca (três cartas de mesmo valor) e um par (duas cartas de mesmo valor). Um exemplo é: três valetes e duas damas.

[6] É um conjunto de cartas de um mesmo naipe que não estão em sequência. Assim, por exemplo, um “flush” de espadas poderia ser formado pelo 7, 9, valete, dama e A, todos de espadas.

No.de Cartas / Jogo	32	36	40	44	48	52
"Royal"	4	4	4	4	4	4
"Straight Flash"	16	20	24	28	32	36
Quadra	224	288	360	440	528	624
"Flush"	204	480	980	1820	3132	5108
"Fullhand"	1344	1728	2160	2640	3168	3744
Seguida	5100	6120	7140	8160	9180	10200
Trinca	10752	16128	23040	31680	42240	54912
Dois Pares	24192	36288	51840	712780	95040	123552
Um Par	107520	193536	322560	506880	760320	1098240
Nada deInteresse	52020	122400	249900	463076	798660	1302540
TOTAL	201376	376992	658008	1086008	1712304	2598960

Tabela 2: Número de jogos possíveis segundo o número de cartas utilizadas
Fonte: (RODRIGUES, RPM 6, 1985).

1.10 A matemática no jogo do Nim

Quando falamos que a matemática está em toda parte, queremos mostrar que ela está presente em coisas de forma tão intrínseca que por certos momentos até não a enxergamos. Você conhece o jogo do Nim? O jogo de palitos, como na Figura 9: **Jogo do Nim**, é proveniente da China, daí sua denominação. Mas de que forma a matemática está presente no jogo?

Figura 9: Jogo do Nim
Fonte: <http://www2.ime.unicamp.br/~ma225/jogos/nim.html>. Acesso em: 8 set. 2018

Segundo Melo (1985), com a popularização dos microcomputadores, o jogo passou a fazer parte do repertório de brincadeiras que se podem fazer com estas máquinas. Certa vez, um aluno do Ensino Médio quis saber se existe um método ou fórmula para ganhar do computador. O autor continua a história dizendo que o aluno ficou estupefato com a resposta: se ele for o primeiro a jogar, sempre poderá ganhar, pois o método que lhe dará a vitória é simplesmente um problema de divisão. Assim, qualquer aluno do 6º ano poderá ser um grande vencedor.

Melo (1985) mostra como ganhar. Mas é Raguenet *et al.* (1985) que nos mostra a teoria matemática presente no jogo de Nim e Isnard (1985) nos mostra outras variantes do jogo, que são praticadas nas praias brasileiras, com os palitos substituídos por pontos marcados na areia que vão sendo apagados pelos jogadores, a saber: o Resta-um e o Resta-zero. O autor nos conta as regras dos dois jogos, suas semelhança com o jogo do Nim, como fazer para ganhar sempre e a matemática que está por trás dos jogos. O autor ainda nos diz que o jogo aparece várias vezes no filme "O ano passado em Marienbad" com cartas de baralho no lugar de pontos ou palitos. Já Rodrigues *et al.* (2004) trata do Jogo do Nim e os conceitos de MDC – máximo divisor comum – e MMC – mínimo múltiplo comum.

1.11 A matemática no artesanato

Você já imaginou a matemática que está presente no artesanato? Pois é, mas falaremos de uma arte em especial. Já ouviu falar do *string art*? Segundo Barbosa (2017), o *string art* é uma técnica composta por um emaranhado de linhas regido por pregos como mostra a Figura 10.

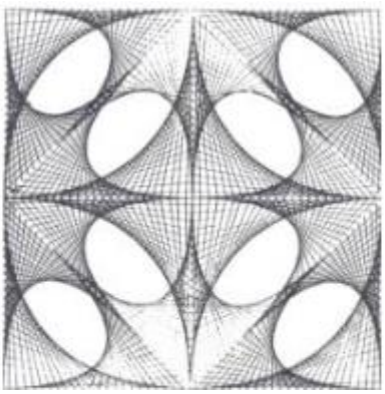

Figura 10: *String art*
Fonte: Imenes (RPM 7, 1985)

Para responder parte da nossa pergunta, podemos utilizar uma atividade proposta por Imenes (1985) para descobrir o número de diagonais de um polígono. O autor propõe a atividade em forma de um jogo e também como atividade artesanal envolvida com a matemática. Além do propósito de descobrir a fórmula para número de diagonais dos polígonos convexos, é interesse do autor que os alunos descubram que o jogo proposto só poderá ser vencido pelos alunos com um polígono de número ímpar de lados, pois o de número par é impossível de se seguir as regras do jogo. Ainda tem o propósito de observação dos alunos nos diferentes trabalhos para que identifiquem em alguns deles, no centro da figura, um núcleo vazio, e em outros o núcleo cheio. Explica os mesmos e responde por que isto acontece.

1.12 A matemática no caleidociclo

Você sabe o que é um caleidociclo? E qual a matemática existente nele? Para responder a primeira pergunta, utilizamos o que Silva (2017) nos diz. Segundo ele, a palavra caleidociclo vem da junção de três termos gregos, kálos, eidos e kiklos. O primeiro significa bonito, o segundo, forma e o terceiro, ciclo ou anel. Silva (2017) ainda nos conta que o caleidociclo é utilizado na apresentação de imagens, principalmente aquelas com simetrias. Segundo este autor um dos trabalhos mais conhecidos é de M. C. Escher. Para responder a segunda pergunta, usaremos as palavras de Schreiner (1986) e Silva (2017), o primeiro diz como construir um caleidociclo, Figura 11, e sua relação com o tetraedro.

Figura 11: Caleidociclo
Fonte: <http://brincandodematematica-jaquelini.blogspot.com/2011/03/os-caleidociclos.html.>. Acesso em: 8 set. 2018

Já o segundo propõe atividades de ensino de simetria axial, simetria rotacional, teorema de Pitágoras, lei dos cossenos, relação fundamental da trigonometria, a relação do caleidociclo[7] com o tetraedro regular e com o tetraedro não regular, volume, área, além de disponibilizar moldes. Há também um apêndice com outros tipos de sólidos geométricos com movimentos que podem ser usados com o mesmo intuito de aplicação diferenciada da geometria espacial.

1.13 A matemática da criptografia

Se você já viu algum filme de espião do tipo 007, você se deparou com agentes que faziam de tudo por uma informação secreta. Pode ser que você se surpreenda em saber que hoje em dia você poderia ser considerado um agente secreto. Não que você faça de tudo por uma informação secreta. Espero que não. Mas se você faz transações bancária em caixas eletrônicos ou faz compras on-line, utiliza correios eletrônicos, ou redes sociais, você está recebendo e enviando uma informação secreta.

Fato é que nos últimos anos a criptografia, a ciência dos códigos secretos, tornou-se cada vez mais importante. Antigamente, os códigos eram importantes, quase que exclusivamente, para fins militares. Hoje, empresas comerciais, pessoas comuns como eu e você utilizamos códigos secretos. Eles estão presentes nos nossos computadores, tablets e smartphones.

Os códigos secretos são utilizados para que criminosos não tenham acesso a nossas contas bancárias, números de cartões de crédito, transações de e-commerce etc. Fazendo evoluir tanto a criptografia como a criptoanálise, a sombria arte da quebra de códigos. E você, gostaria que qualquer um acessasse suas informações? Isto poderia acontecer a qualquer momento entre envio da mensagem e o seu recebimento. A sua privacidade estaria ameaçada caso não usássemos código

[7] Pode-se obter material para construção do caleidociclo em: <http://webeduc.mec.gov.br/portaldoprofessor/matematica/condigital2/midias/experimentos/Geometria_e_arte/construindo.html>. Pode-se também ver vídeos explicando como construí-lo nos endereços: <http://www.youtube.com/watch%3Fv%3DNo8ZBojwaOI>, <https://www.youtube.com/watch?v=XyArt-u_LNE>, <https://www.youtube.com/watch?v=vhbpVQ6HmZI>, <https://www.youtube.com/watch?v=C-11khHsItU>, <https://www.youtube.com/watch?v=-Wu1w1T03hw>.

segredo, mas felizmente, as informações não podem ser acessadas por qualquer um, pois elas são codificadas. Aqui temos outro exemplo de como visualizar e perceber a matemática em atividades cotidianas.

> Os processos pelos quais informações enviadas eletronicamente são codificadas depende, de maneira crucial, do uso da matemática. O mais curioso é que até os anos 1960, a teoria dos números, que é a parte da matemática mais utilizada nas aplicações à criptografia, era considerada quase que destituída de utilidade prática (COUTINHO, 2010, p. i).

De acordo com Coutinho (2010), o método de criptografia Rivest-Shamir-Adleman (RSA), baseado em números primos com cerca de 100 algarismos, é o código mais utilizado em aplicações comerciais. Todavia, Queiroz (2018) desenvolve este conteúdo em duas turmas, uma no Ensino Fundamental e outra no Médio. Costa Jr. (2014) também trata a criptografia dentro da sala de aula, além de tratar de vários métodos de cifra, como os de deslocamento, os por substituição, o de Bifendido de Delastelle, a transposição colunar, a permutação e a Máscara de Matias Sandorf.

Este assunto é tratado também no filme “O Jogo da Imitação” com classificação no Netflix de 12 anos. O filme conta a história de um matemático famoso, Alan Turing, que consegue decifrar o famoso código alemão Enigma. A máquina Enigma, Figura 12, era um dispositivo eletromecânico, desenvolvidos pelo engenheiro Arthur Scherbius, utilizado pela Alemanha para codificar suas mensagens.

Figura 12: A máquina Enigma
Fonte: <http://www.ufrgs.br/alanturingbrasil2012/area2.html>. Acesso em: 8 set. 2018.

Coutinho (PIC OBEMEP 7, 2010) trata da criptografia desde o código de César passando pelo código em bloco, pelo código de chave pública até chegar ao método RSA. Terada (1988) também trata desse tema. A Universidade Federal do Rio Grande do Sul junto com professor Fernando Weber promove um concurso nacional universitário de criptografia de nome Quebrando o Código. O concurso é um desafio para jovens universitários de todo o país, pois os participantes deverão decifrar mensagens cifradas.

1.14 A matemática do Origami

Quando criança você já fez um barco de papel? Um chapéu ou um avião de papel? O que estes três objetos têm em comum? Todos são feitos dobrando papel. Você sabe que dobrar papel é uma arte e que esta arte tem um nome? Você saberia me dizer qual é esse nome? Segundo Siqueira (1990), o nome dela é origami.

> Origami é uma palavra de origem japonesa que significa "dobrar papel". Desde 1876 esta arte faz parte do currículo escolar japonês e no Brasil, aos poucos, ela vai se introduzindo no ensino (SIQUEIRA, RPM 16, 1990).

Siqueira (1990) defende que o origami oferece um farto material para descobertas teóricas, pois para ele, a teoria surge da observação de fatos e da colocação de problemas. Em seu artigo é trabalhado um dos problemas práticos do origami. O problema trata em dobrar uma folha de papel no formato de um quadrado em um número ímpar de retângulos congruentes. Você já tentou realizar essa tarefa? Tente. Os três retângulos ficaram realmente congruentes? Parece fácil. Mas não é. O artigo de Siqueira (1990) tem como objetivo resolver este problema particular e também generalizar o resultado para que se possa dobrar um quadrado em um número qualquer de retângulos congruentes.

1.15 A matemática do amigo oculto

Para quem ainda não brincou de amigo oculto. Amigo oculto é uma brincadeira que geralmente ocorre na época do Natal e consiste em trocar presentes com outras pessoas. O interessante é que você sabe para quem vai dar o presente, mas não sabe de quem vai ganhar. O amigo oculto, por ser divertido, espalhou-se também para outras datas festivas, como o Réveillon e a Páscoa. A brincadeira consiste em que cada participante sorteie um nome, oculte este nome de todos os outros participantes e em um dia, previamente marcado e com a presença dos demais participantes, presenteia a pessoa do nome sorteado. Na hora te entregar os presentes, a pessoa que sorteou o nome diz as qualidades da pessoa sorteada para que os demais tentem adivinhar quem receberá o presente. Fato é que o amigo oculto tornou-se também um hábito bastante comum em empresas e nas famílias. Mas você deve estar se perguntando: Cadê a matemática nisso tudo?

O sorteio do amigo oculto é um problema que Moreira (1989) resolve.

> Seja uma brincadeira de "amigo oculto", na qual n pessoas escrevem seu nome num pedaço de papel e o depositam num recipiente, de onde cada um pega aleatoriamente um dos pedaços de papel. Qual a probabilidade de ninguém pegar seu próprio nome? (MOREIRA, RPM 15, 1989).

1.16 A matemática do dia da semana

Em que dia da semana foi? Em algum momento da sua vida você já fez esta pergunta. Em que dia da semana eu nasci? Em que dia da semana meus pais nasceram? Em que dia da semana o meu time do coração foi criado? Em que dia da semana foi proclamada a independência do Brasil? E Gonçalves (1989) nos ajuda a responder estas perguntas. Ele ainda destaca que seria mais fácil responder à estas perguntas se o ano tivesse exatamente 364 dias. Como 364 é divisível por 7, ano após ano, os mesmos dias do mês cairiam nos mesmos dias da semana. Mas isto não acontece, de acordo com Szpiro (2011, p.17) os astrônomos observaram que o intervalo entre dois equinócios de primavera, um ano, é de 365 dias, 5 horas, 48 minutos e 46 segundos ou 365,242199 dias. Ele ainda aponta que em meados do século I, Júlio César introduziu o calendário que é composto por três anos seguidos com 365 dias cada um, seguido por um ano, chamado bissexto, com 366 dias. Isto nos dá uma média anual de 365,25 dias. O que seria uma aproximação muito boa. E durante o milênio e meio seguinte os anos tiveram essa duração média. No entanto, por volta do final do século XVI, este erro anual de 11 minutos e 14 segundos foi considerado inaceitável pelo Vaticano. Seus especialistas calcularam que, em mil anos, o erro anual acumulado corresponderia a oito dias inteiros.

> O papa Gregório XIII (1502-1585) pensou muito sobre o assunto e, por fim, concluiu que o ano juliano – calculado segundo o calendário de Júlio César – era excessivamente longo. Para corrigir a imprecisão, o papa decidiu ajustar o calendário pulando alguns dos anos bissextos: a cada 25 anos bissextos, o dia adicional originalmente introduzido por César, seria removido. Desta forma, o mês de fevereiro do último ano de cada século – ou seja, cada ano que é divisível por 100 – teria somente 28 dias, embora devesse ser este um ano bissexto. Ao anos cujos dias adicionais fossem removidos poderiam, assim, ser chamados de “anos bissextos encurtados”.

> Portanto, cada século teria 75 anos regulares de 365 dias, 24 anos bissextos de 366 dias e um anos bissexto encurtado de, novamente, 365 dias. Em média, cada ano duraria 365,24 dias.
>
> Contudo, a imprecisão persistia – pequena, mas, ainda assim, imprecisão. Uma outra adaptação se fazia necessária. O papa e seus conselheiros puseram-se a pensar novamente e tiveram outra ideia: reinserir o dia adicional a cada quatro anos bissextos e encurtados. A falha, por assim dizer, seria corrigida e os anos que fossem divisíveis por 400 seriam "anos bissextos encurtados alongados". Como o ano 1600 se aproximava, foi declarado como o primeiro "ano bissexto encurtado alongado". O próximo seria o ano 2000. (SZPIRO, 2011, p.18).

A duração média de cada ano seria de 365,2425 dias com uma discrepância de 26 segundos por ano. O que corresponde a um dia a cada 3.322 anos. E as incorreções acumuladas durante o milênio e meio foi corrigida pelo papa Gregório em 1582 quando ele retirou 10 dias completos do calendário fazendo que a quinta-feira, 4 de outubro de 1582, fosse seguida pela sexta-feira, 15 de outubro. E complementando o estudo, Morgado (1994) coloca uma fórmula para descobrir o dia da semana que corresponde a uma data posterior a 1582. Lembramos que foi em 1582 o ano da adoção, pelos países católicos, do calendário gregoriano.

1.17 A matemática dos painéis de publicidade

Certamente você já se deparou com algum painel publicitário, outdoor, que veiculam, no mesmo espaço e quase ao mesmo tempo, três mensagens comerciais diferentes. Pois eles estão em toda parte, eles podem ser vistos em lojas, bancos e nas ruas. Como o mostrado na Figura 13.

Figura 13: Outdoor de três mensagens
Fonte: <http://www.rgoutdoor.com.br/folha-de-impressao?ponto=786>. Acesso em: 8 set. 2018.

De certo você se perguntou como isto é possível. Qual o seu funcionamento? É neste momento que entra a matemática, Imenes (1990) nos conta como. Veja e se delicie com a matemática que está envolvida.

1.18 A matemática do jogo do dominó

Você já se perguntou: o que significa dominó? E onde o jogo foi criado? Segundo a Revista Super Interessante (2011), a palavra "dominó" provavelmente deriva da expressão latina *domino gratias*, que significa “graças a Deus”, dita pelos padres europeus enquanto jogavam. Ainda nesta revista alguns estudiosos sustentam que o jogo foi criado na China por um soldado chamado Hung Ming, que teria vivido de 243 a 181 a.C. e outros apontam que por ser extremamente simples, o jogo pode ter aparecido simultaneamente em várias partes do mundo, como o jogo da velha. A Figura 14 apresenta uma imagem do jogo de Dominó.

Figura 14: Jogadores de Dominó
Fonte: ARCHE, Jorge. Disponível em: <http://deniseludwig.blogspot.com/2013/07/arte-em-pinturas-de-jogadores-de-domino.html.> Acesso em: 8 set. 2018.

Fato é que o próprio jogo de dominó é desafiante em todas suas variantes. Segundo Gonçalves (1994), a sua variante mais comum é a que envolve quatro jogadores, divididos em duplas. Nesta variante cada jogador recebe sete peças, e torna-se vencedora aquela dupla em que um dos parceiros conseguir colocar todas as suas peças antes que os demais jogadores. Jogadores hábeis observam as peças à medida que vão sendo jogadas e descobrem rapidamente quais ainda estão nas mãos do parceiro ou dos adversários, portanto isso lhes permite elaborar estratégias que os levam à vitória. Você já deve estar se perguntando: onde está a matemática do dominó? Ou até mesmo já pensou em algumas. Podem-se retirar vários problemas na área de probabilidade no dominó. O site Só Matemática disponibiliza um gerador de dominós on-line, no qual pode-se gerar e imprimir vários dominós com as seguintes matérias: frações, porcentagem, numerais e quantidades, adição, subtração, multiplicação, divisão, figuras geométricas, números romanos, horas, dízimas periódicas, potenciação, radiciação, medidas de capacidade, medidas de comprimento e medidas de massa. Gonçalves (1994) coloca vários desafios interessantes que podem ser realizados com dominó. Já Sagica (2018) define monominó, dominó, triminós, tetraminós, e assim por diante, além de apontar e demonstrar teoremas que abordam formas de cobertura de um tabuleiro com dominós e triminós.

1.19 A matemática na cubagem de árvores

Aqui tratamos do método de cubagem de árvores. Este método de cubagem de toras é muito utilizado por quem corta e vende madeira em toras por fornecer uma aproximação razoável do volume real da tora. Esse método é apresentado, discutido e demonstrado por Freiria *et al.* (1995). A Figura 15 apresenta uma divisão da árvore em partes usada no método de cubagem,

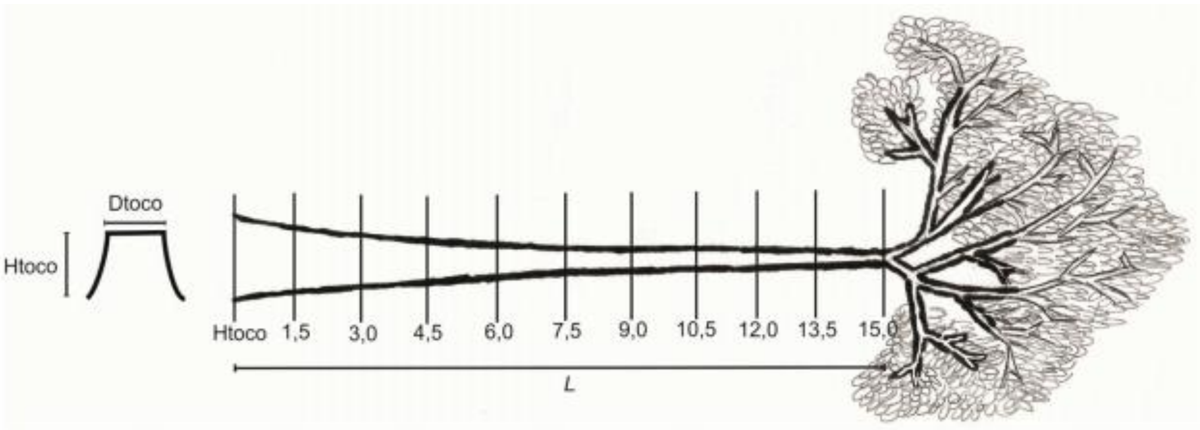

Figura 15: Divisão da árvore em secções
Fonte: <http://www.ipef.br/publicacoes/scientia/nr106/cap05.pdf>. Acesso em: 8 set. 2018.

1.20 A matemática na sua saúde financeira

Quando pensamos em saúde financeira, as primeiras palavras que vêm à mente são compra, venda e troca. E você, o que vem na sua mente? Segundo Ramos (2018), a boa saúde financeira da economia familiar traz segurança econômica, tanto para a família, como para o país. O seu trabalho trata de porcentagem, inflação, capitalização, amortização composta, juros simples, aumentos e descontos sucessivos, juros compostos, depósito e pagamentos em série, pagamentos postecipados, montante de uma sequência uniforme de depósitos postecipados, sistema de amortização constante (SAC) e sistema *Price* ou sistema *Frances* utilizando bastante a calculadora com o objetivo de mostrar para o estudante que a melhor forma para adquirir bens duráveis ou temporários é poupando.

Outra abordagem é a encontrada no site da TV Escola[8], mais precisamente na série matemática em toda a parte no episódio "Matemática nas Finanças", Figura 16, que fala sobre o juro simples e composto, da porcentagem e da inflação. Também é feita uma discussão sobre o uso da calculadora e sobre estratégias a serem utilizadas na hora de uma compra.

Figura 16: Matemática nas finanças
Fonte: <https://tvescola.mec.gov.br/tve/video/matematica-em-toda-parte-matematica-nas-financas.>. Acesso em: 8 set. 2018.

[8] Vídeo disponível em <https://tvescola.mec.gov.br/tve/video/matematica-em-toda-parte-matematica-nas-financas.>.

1.21 A matemática dos fractais

Já ouviu falar sobre fractais? Segundo Salla (2011), os fractais são figuras geométricas muito loucas, produzidas por meio de equações matemáticas que podem ser interpretadas como formas e cores por programas de computador. De acordo com a publicação a principal característica do fractal é a autossimilaridade. Isto é, os fractais contêm, dentro de si, cópias menores deles mesmos. Essas cópias, por sua vez, contêm cópias ainda menores e assim sucessivamente. A Figura 17 apresenta um exemplo de fractais.

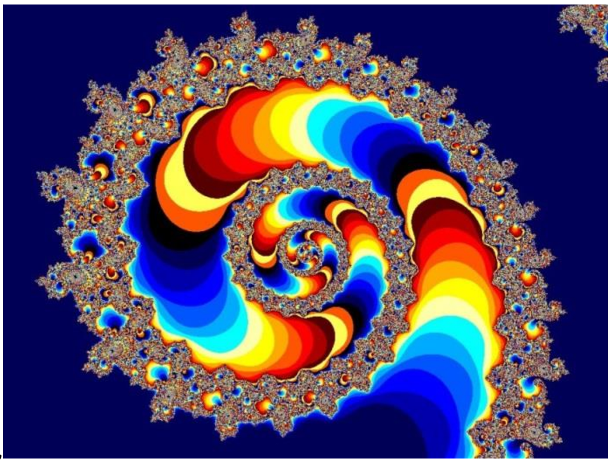

Figura 17: Fractal
Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=rWi-5FGNo5A>. Acesso em: 8 set. 2018.

A autora nos conta que os fractais estão ligados a áreas da física e da matemática chamadas Sistemas Dinâmicos e Teoria do Caos, porque suas equações são usadas para descrever fenômenos que, apesar de parecerem aleatórios, obedecem a certas regras, como por exemplo, o fluxo dos rios[9]. Ribeiro (2018) propõe uma maneira de se utilizar fractais no estudo de progressões geométricas.

1.22 A matemática na Torre de Hanói

Você sabe o que é Torre de Hanói? É um quebra-cabeça composto por uma base geralmente com três pinos, num dos quais estão dispostos alguns discos, com um furo central, sobrepostos por ordem decrescente de diâmetro. De acordo com Rocha

[9] Vídeo disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=PD2XgQOyCCk> nos dá uma visão do que seria o fractal.

(2018), ele foi Idealizado pelo matemático francês Edouard Lucas, no ano de 1822, e o objetivo do jogo é mover a pilha de discos para um determinado pino, movendo um disco de cada vez e de modo que nunca um disco com diâmetro maior fique sobre um disco de diâmetro menor. A Figura 18 apresenta uma imagem da torre de Hanói.

Figura 18: Torre de Hanói
Fonte: <https://spielbewertungen.wordpress.com/2014/01/16/turm-von-hanoi-9-scheiben-legespiel-philos-6220/>. Acesso em: 8 set. 2018.

Silva (2018) destaca que o nome do jogo foi inspirado na torre símbolo da cidade de Hanói, no Vietnã.

> Costuma-se associar esse jogo a uma lenda. De acordo com a lenda, em um templo oriental, Deus teria colocado 64 discos de ouro perfurados em uma de três colunas de diamante de forma semelhante à figura acima. Ele teria então, ordenado a um grupo de sacerdotes que movessem os discos para uma determinada coluna, respeitando as regras acima. Quando todos os discos tivessem sido movidos, o mundo acabaria. Existem muitas variações dessa lenda, mas, como veremos, o número mínimo de movimentos para realizar essa tarefa é de $2^{64} - 1$. Dessa maneira, se fossem realizados apenas movimentos corretos e um movimento por segundo, o tempo mínimo necessário para concluir essa tarefa seria de mais de um bilhão de séculos (ROCHA, 2018, p. 28).

Rocha (2018) mostra como construir o quebra-cabeça e conta sua experiência ao aplicá-lo em sala de aula. Ribeiro (2018) propõe utilizar o jogo para desenvolver conceitos de recorrência que vão além das progressões aritméticas e geométricas, potência ou fatorial. Sua proposta de trabalho visa desenvolver o pensamento recursivo. Já Silva (2018) mostra como obter a fórmula de movimentos mínimos para n discos e i hastes.

1.23 A matemática da mágica do cubo

Uma forma geométrica muito conhecida desde a antiguidade e amplamente usada pelo homem é cubo. E até mesmo o "cubo mágico", engenhoso quebra-cabeça que utiliza as combinações de figuras nas faces de cubos interligados. Entretanto, de acordo com Montenegro (1995), podem-se fazer outras "mágicas" com os cubos. A mágica em questão é interessante para ser utilizada como um desafio em feiras de matemática e consiste em mostrar um cubo e sua planificação feita com seis quadrados, como da Figura 19.

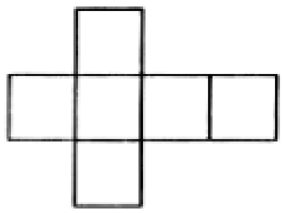

Figura 19: Planificação do cubo 1
Fonte: (MONTENEGRO,1995)

De acordo com Montenegro (1995), pode-se montar um cubo com 4 quadrados. Para isso você retira um triângulo em cada quadrado como na figura abaixo e assim montar o cubo com quatro quadrados. Como mostra a Figura 20.

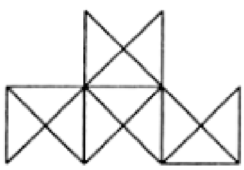

Figura 20: Planificação do cubo 2
Fonte: (MONTENEGRO,1995)

1.24 A matemática da mágica da soma

Quem é que não gosta de uma boa mágica? Silva (1994) nos mostra como fazer uma utilizando a adição com cinco parcelas. Ela acontece da seguinte maneira: o mágico, ou melhor, o “matemágico” chama uma pessoa para participar da mágica e pede que ela escreva no papel um número de três algarismos para que eles possam realizar uma soma de cinco parcelas. Em seguida, o mágico escreve em um papel o resultado da soma, dobra-o e pede para que alguém o guarde no bolso. O mistério está na dificuldade de se acertar o resultado de uma adição com cinco parcelas antes mesmo de se conhecer as outras quatro. Encontramos em Silva (1994) uma explicação completa de como realizar a mágica e porque isto é possível. A Figura 21 nos dá uma ideia de como esta conta é realizada.

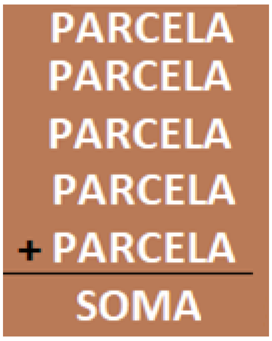

Figura 21: Soma com 5 parcelas
Fonte: Produzido pelo autor.

1.25 A matemática da tabuada manual

É inegável que a tabuada é importantíssima para o estudo da matemática. Alguns dizem ser a tabuada um dos primeiro passo para chegar ao universo dos números. Para ela, encontramos uma experiência interessante de se colocar em uma feira de matemática. Consiste em ensinar um algoritmo para tabuada de números compreendidos de cinco ao dez que utiliza os dedos da mão, Figura 22. Segundo Imenes (1986), tal processo era usado por camponeses de uma região da França. O autor detalha como executar o algoritmo e porque ele nos dá a resposta certa. Outras variantes são apresentadas por Elian (1991) e Araújo (2018), de maneira análoga.

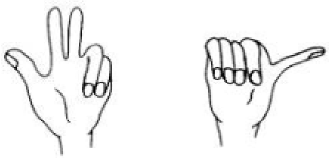

Figura 22: Tabuada manual
Fonte: (IMENES, 1986).

Esta experiência pode ser enriquecida mostrando que a contagem nos dedos, como nos diz Araújo (2018), ainda é uma técnica muito comum nos dias atuais na China e na Índia. Este autor ainda destaca o uso das falanges dos dedos das mãos no processo de contagem. Podem-se apresentar os primeiros instrumentos de contagem como o quipu, Figura 23, o entalhe, os montes de pedrinhas, o ábaco e utilizar da explicação de Araújo (2018) para mostrar o funcionamento destes instrumentos.

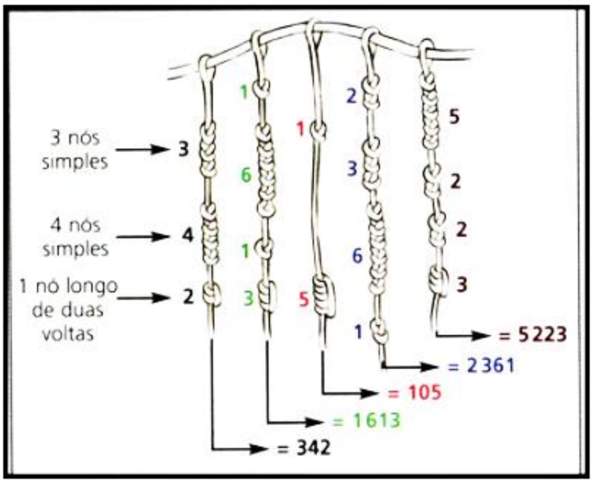

Figura 23: Quipu
Fonte: <http://parquedaciencia.blogspot.com/2014/11/matematica-na-antiguidade-os-incas.html>. Acesso em: 8 set. 2018.

1.26 A matemática na mágica

A mágica é uma arte. As apresentações chamam a atenção das pessoas graças à destreza das mãos dos mágicos, das suas habilidades com ilusões de ótica e de sua criatividade.

Figura 24: A mágica da matemática
Fonte: O autor

A execução dos truques faz com que o público se encante e entre na apresentação, envolvendo-se e aguçando a curiosidade de quem prestigia as apresentações que envolvem desaparecimentos e transformações. Outra experiência interessante de se ter em uma feira de matemática é a junção da matemática com a mágica, Figura 24, ou seja, a “matemágica”. Bastos (2015) apresenta vários truques que utilizam da matemática, como os truques que utilizam a sucessão de Fibonacci, a mudança de base, as progressões aritméticas, os múltiplos de nove, as expressões algébricas dentre outros. A própria RPM 10 apresenta um artigo intitulado de “O adivinho indiscreto”,[10]no qual o autor propõe descobrir a idade do convidado.

> A magia matemática pode ser um excelente aliado do professor na motivação dos alunos. Um bom truque matemático despertará neles a curiosidade suficiente para perguntarem “como?” e “porquê?”, questões estas que estão na base de qualquer aprendizagem (BASTOS, 2015, p. 77).

Uma forma para estimular o interesse para a aprendizagem em matemática é o uso do desenho animado. A Disney[11] apresenta um exemplo desde tipo de abordagem no filme “Donald no País da Matemágica” que é um curta de 27 minutos, no qual o Pato Donald, um personagem da Disney, é um desbravador que ao passar por uma porta, ou seja, a porta do conhecimento, e descobre um novo mundo denominado "País da Matemágica". Lá ele ouve uma voz, o inconsciente humano, que se denomina "O Verdadeiro Espírito da Aventura", que guiará Donald em sua jornada através do "País das Maravilhas da Matemática". O filme foi lançado nos EUA em 26 de junho de 1959 e foi dirigido por Hamilton Luske. Em 1959, foi indicado ao Oscar de melhor curta-documentário[12]. A Figura 25 mostra uma imagem do filme.

Figura 25: Donald no país da Matemágica
Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=Tm8-BQ83lkA>. Acesso em: 8 set. 2018.

[10] Disponível para acesso em: <http://rpm.org.br/cdrpm/10/12.htm>.
[11] The Walt Disney Company, conhecida simplesmente como Disney, é uma companhia multinacional de mídia de massa sediada no Walt Disney Studios, em Burbank, Califórnia, EUA.
[12] Disponível para acesso em: <https://www.youtube.com/watch?v=Tm8-BQ83lkA.>.

Outra forma para estimular o interesse em matemática é o uso vídeo "Matemágicas[13]" onde o professor João Sampaio apresenta quatro truques matemáticos que podem ser utilizados em uma feira matemática. O slide telepático, pensamentos em sintonia, dia do aniversário e rastreando seu pensamento. E o professor Pedro Malagutti apresenta outras mágicas. E no festival de matemática[14] de 2017, Pedro Malagutti, mostra como casar a mágica com a matemática. Vemos ótimas oportunidades de mostrar a matemática em feiras.

1.27 A matemática do quadrado mágico

Você já se imaginou ter sorte e felicidade durante a vida toda? De acordo Rodrigues, Gustavo Souza (2018), os chineses da época de 3.000 a.C. acreditavam que quem usasse os quadrados mágicos gravados em qualquer lugar teria sorte e felicidade durante a vida toda. O autor conta que quando o Imperador Yu ao observar uma tartaruga percebeu que ela trazia em seu casco um símbolo conhecido como Lo Shu[15], Figura 26: ***Lo Shu Square***, e que poderia trocar os nove espaços do desenho por um quadrado de 3x3 e os nós dentro dos nove espaços por algarismos de 1 a 9 e definiu que a soma de cada linha, cada coluna e cada diagonal teria que ser 15.

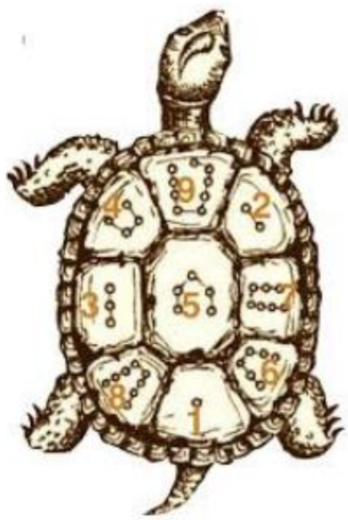

Figura 26: *Lo Shu Square*
Fonte: (RODRIGUES, Gustavo Souza, 2018, p.40).

[13] Disponível para acesso em: <https://www.youtube.com/watch?v=NeXfDKKd1iI&t=398s>.
[14] Disponível para acesso em: <https://www.youtube.com/watch?v=KlvP3nOEqBM&pbjreload=10>.
[15] Diagrama do padrão de mudança energética no espaço ao longo do tempo.

Como o número 15 é considerado um número poderoso, mágico, porque corresponde ao número de dias em cada um dos 24 ciclos do ano solar chinês. O quadrado ficou conhecido como mágico e está presente até na arte, Figura 27.

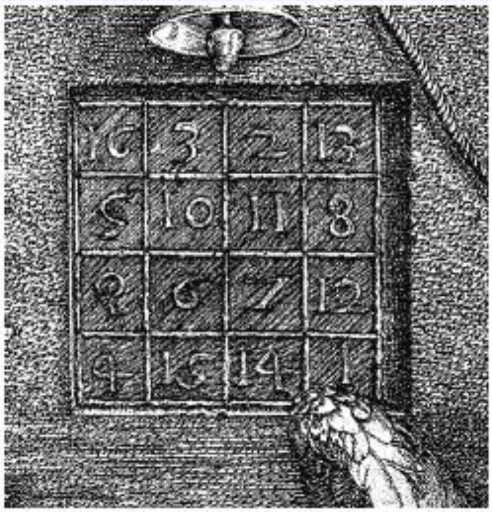

Figura 27: O quadrado mágico de Dürer
Fonte: <http://5sentidosoumais.blogspot.com/2013/09/o-quadrado-magico-de-durer.html>. Acesso em: 8 set. 2018.

O autor ainda nos conta que naquela época, os chineses acreditavam que quem usasse os quadrados mágicos gravados em qualquer lugar teria sorte e felicidade durante a vida toda. Que o mais antigo registro matemático que se tem é o texto do "Livro Chinês das Permutações", escrito cerca de 1.100 a.C. E que a partir do século XV, os quadrados mágicos ficaram conhecidos na Europa por astrólogos e físicos sendo Cornélio Agripa aquele que determinou sete quadrados mágicos de módulos 3, 4, 5, 6, 7, 8, e 9, para representarem respectivamente os sete planetas dos astrólogos daquela época: Saturno, Júpiter, Marte, Sol, Vênus, Mercúrio e Lua. No trabalho de Rodrigues, Gustavo Souza (2018) é encontrado um exemplo de cada quadrado, as regras do jogo Quadrado Mágico, materiais utilizados para reproduzir o jogo, objetivo da atividade (jogo), habilidades envolvidas, anos do ensino regular onde a atividade pode ser aplicada, duração da atividade, Lógica para a resolução dos quadrados mágicos 3x3 e o desenvolvimento da atividade.

1.28 A matemática das bases de contagem

Você já deve saber que a nossa base de numeração é dez. Deve até ter ouvido como ela se originou. Mas você conhece outras bases? Araújo (2018) nos conta a pré-história dos números, o que é um número, fala-nos da prática de contar e como essa prática acarretou no surgimento das bases de contagem. O autor nos expõe as bases primitivas, a sexagesimal, a decimal e como elas possibilitaram os sistemas de numeração como o mesopotâmico, o babilônico, o ático[16], o egípcio, o romano, o hindu e o maia. Em uma feira de matemática, pode-se apresentar os conceitos apontados acima e reproduzir os símbolos numéricos dos sistemas apontados para que o participante produza alguns números. A Figura 28: **Os números maias** apresenta como eram representados os números de 0 a 19 no sistema maia.

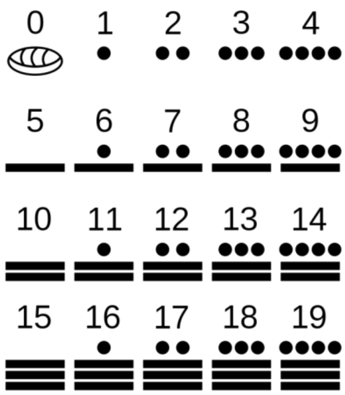

Figura 28: Os números maias
Fonte: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Numera%C3%A7%C3%A3o_maia>. Acesso em: 8 set. 2018.

1.29 A matemática dos padrões numéricos

Um grande alicerce da Matemática é os padrões numéricos. Você conhece algum padrão numérico? Eles podem revelar uma matemática muito divertida e interessante. Araújo (2018) apresenta a existência de diversos tipos de padrões, numéricos e que o seu conceito é utilizado quando nos referimos a um agrupamento de números onde se detectam regularidades.

[16] O sistema de numeração ático foi usado na Grécia Antiga por volta do século VII a.C.. Também eram conhecidos como numerais Herodiânicos por terem sido descritos pela primeira vez no século II a.C. num manuscrito de Aelius Herodianus.

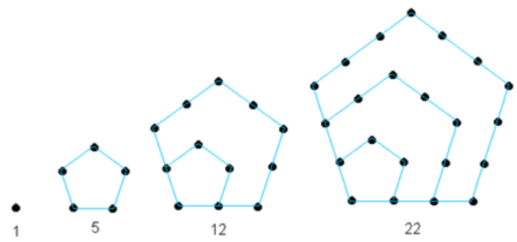

Figura 29: Números pentagonais
Fonte: <http://www.matematica.br/historia/nfigurados.html>. Acesso em: 8 set. 2018.

Em uma feira de matemática, pode-se apresentar os diferentes padrões numéricos como, por exemplo, os números pares e ímpares ou os números poligonais[17] como os triangulares, quadrados, pentagonais, Figura 29: **Números pentagonais**, hexagonais como encontramos em Araújo (2018) e ampliá-los como no caso dos números heptagonais e assim por diante. Podem-se apresentar outras organizações de números como o caso das sequências numéricas: progressões aritméticas, progressões geométrica, a sequência de Fibonacci ou a sequência de Padovan que também encontramos em Araújo (2018). Pode-se apresentar números específicos como: o número áureo, os primos, os perfeitos, os deficientes, os abundantes e os amigos e o número de plástico encontrados em Araújo (2018) ou outros como: os números de Fermat e os números de Mersenne.

Em uma feira de matemática pode-se apresentar esses números através de seus padrões, mostrar como obtê-los e em muitos casos como chegar a uma fórmula. Após apresentação dos padrões, pode-se pedir que o participante diga o próximo número do padrão mostrado.

1.30 A matemática na natureza

A natureza pode ser utilizada como um motivador para o estudo da matemática. Pois através da observação da primeira podemos utilizar o raciocínio matemático para compreender o mundo, classificar as coisas e estabelecer padrões que vão desde os mais simples, até os mais enigmáticos. Na natureza encontramos o número áureo[18] que e tem incontáveis aplicações na arquitetura. Ele aparece em abacaxis,

[17] São denominados números poligonais os números que possibilitam uma construção geométrica de pontos equidistantes no formato de polígono regular.
[18] É a razão entre dois termos consecutivos da sequência de Fibonacci e se aproxima de 1,618034 à medida que os termos desta sequência tendem para o infinito.

nos espirais do girassol e no famoso problema de crescimento de uma população de coelhos descrito por Fibonacci. Basta que gastemos algum tempo para admirar e descobrir os seus tesouros. Outro exemplo é a concha de caramujo que pode ser representada com uma razoável aproximação para a representação da espiral logarítmica. A Figura 30 apresenta algumas destas formas.

> A mente e a cultura humanas desenvolveram um sistema formal de pensamento para reconhecer, classificar e explorar padrões. Nós o chamamos Matemática. Usando a Matemática para organizar e sistematizar nossas ideias a respeito de padrões, descobrimos um grande segredo: os padrões da natureza não existem somente para ser admirados, eles são pistas vitais para as regras que governam os processos naturais[...] (STEWART, 1996, p.11)

Em Araújo (2018), percebemos que muitas flores exibem em seu formato ou na sua quantidade de pétalas os números de Fibonacci, outras a chamada de sequência de Lucas.

Figura 30: A matemática na natureza
Fonte: <https://www.osolinterno.com/2017/05/curso-com-as-frequencias-sonoras-de.html. >. Acesso em: 8 set. 2018.

Com a contribuição da matemática podemos responder perguntas como:

- Como a formiga do deserto se orienta?
- Por que a zebra é listrada e a onça é pintada?
- Por que as abelhas constroem os favos de mel no formato de um hexágono?
- Qual é o caminho que o falcão peregrino descreve ao mergulhar sobre uma presa?

Encontramos essas respostas em Devlin (2009), Figura 31.

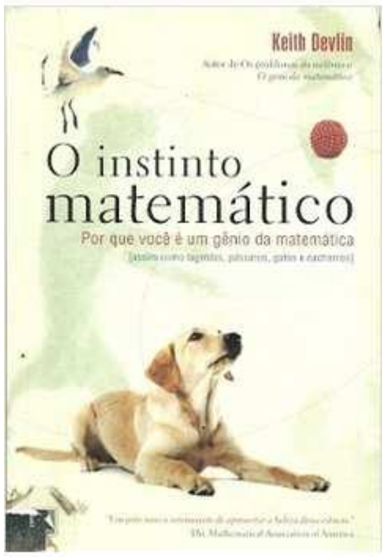

Figura 31: Livro o instinto matemático
Fonte: <https://www.estantevirtual.com.br/livros/keith-devlin/o-instinto-matematico/3925764842.>. Acesso em: 8 set. 2018.

Vemos aqui que a natureza pode ser um grande motivador para a aprendizagem de matemática no momento em que esta pode ser apresentada como um instrumento utilizado para responder perguntas provenientes da observação da natureza.

1.31 A matemática na pizza Steiner

Você já imaginou como a matemática está presente em uma pizza? Não estamos falando do seu formato, sua receita ou na fração que fulano ou beltrano pode comer. Trataremos sobre: qual é o maior número de partes em que se pode dividir uma pizza com n cortes retos? O matemático Jakob Steiner[19] propôs e resolveu, em 1826, um problema semelhante que ficou conhecido como a pizza de Steiner. Silva (2018) nos mostra como Steiner o resolveu. Este autor também discute outros problemas que utilizam a ideia de indução matemática e recorrência, como o caso de algumas questões retiradas das provas da OBMEP.[20]

[19](Utzenstorf, Suíça, 18 de março de 1796 - Berna, 1 de abril de 1863) foi um matemático suíço que trabalhou principalmente na área de geometria.
[20] Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas.

1.32 A matemática nas redes sociais

Você já deve ter ouvido falar em Facebook, Instagram e Youtube. O que eles têm em comum? Segundo Pereira Jr. (2018) todos são redes que conectam pessoas que por algum motivo ou circunstância compartilham diversos tipos de experiências através de imagens, áudios e vídeos. Essas redes são denominadas redes sociais e de acordo com Pereira Jr. (2018), determinado software possibilita gerar, visualizar e analisar o grafo[21] gerado pela rede de amigos de uma determinada pessoa no Facebook, Figura 32.

Figura 32: Facebook
Fonte: <https://noticias.reclameaqui.com.br/noticias/erro-do-facebook-libera-usuarios-bloqueados-em-mais-de-800-m_3395/>. Acesso em: 8 set. 2018.

É proposto por Pereira Jr. (2018) calcular a quantidade de caminhos entre dois pontos quaisquer dos grafos gerados pelos alunos, determinar o menor caminho entre dois pontos específicos desses grafos e sua relação com o famoso problema das pontes de Konigsberg.

1.33 A matemática no Google Maps

Você sabe qual matemática está presente no Google Maps? O Google Maps, Figura 33, é um serviço de pesquisa e visualização de mapas e imagens de satélite da Terra gratuito na web e em aplicativos de celular fornecido e desenvolvido pela empresa estadunidense Google. Quando digitamos nesse aplicativo o local onde estamos o e local para onde queremos ir, o aplicativo está utilizando a teoria de

[21] Um conjunto de vértices (ou nodos), interconectados dois a dois por arestas (ou arcos).

grafo para traçar o menor caminho. Pereira Jr. (2018) propõe determinar, utilizando o algoritmo de Djikstra, o menor caminho entre a casa do aluno e a escola, a quantidade de caminhos entre dois pontos quaisquer dos grafos gerados pelos alunos, e sua relação com o famoso problema das pontes de Konigsberg. Pereira Jr. (2018) conta também como foi desenvolver o projeto com os alunos dizendo que nesse experimento, eles demonstraram empolgação com o fato de constatarem se, realmente, o algoritmo iria gerar uma solução igual à do aplicativo.

Figura 33: Google Maps
Fonte: Pereira Jr. (2018, p. 51).

1.34 A matemática na arte

Como estudar matemática buscando uma inspiração na arte? Primeiramente, devemos entender o que é arte. Segundo Tatarkiewicz (2002), podemos entendê-la como uma atividade humana ligada às manifestações estéticas ou comunicativas, realizada por meio de uma grande variedade de linguagens como: arquitetura, desenho, escultura, pintura, escrita, música, dança, teatro e cinema. Encontramos na videoteca da TV Escola[22] a série "Arte e a Matemática", Figura 34, que apresenta uma vasta quantidade de vídeos mostrando como a arte e a matemática caminham juntas no tempo. Neles vemos que enquanto a arte se baseia na intuição e cria emoção, a matemática se baseia no raciocínio e cria lucidez. Portanto, ambas mostram diferentes maneiras de ver e sentir o mundo, a natureza, a vida. A série é

[22] Disponível para acesso em: <https://tvescola.org.br/tve/videoteca/serie/arte-e-matematica>.

composta por vários títulos dentre eles destacamos: “Arte e Números”, “O Artista e o Matemático”, “Simetrias”, “O Número de Ouro” e “A Matemática na Música”.

Figura 34: Arte e a matemática
Fonte: <https://tvescola.org.br/tve/videoteca/serie/arte-e-matematica>. Acesso em: 8 set. 2018.

Pode-se utilizar um, vários ou todos os vídeos apresentados para estudar matemática buscando uma inspiração na arte.

1.35 A matemática nas senhas em aparelhos de celular

Você com certeza tem ou já viu um aparelho celular desses modernos com tela *touchscreen* – tela sensível ao toque. Mas qual matemática podemos visualizar nesses aparelhos? Uma matemática que podemos visualizar está logo quando pegamos o celular. É que nesses aparelhos temos a opção de construir senhas de bloqueio de tela, Figura 35. O usuário deve desenhar sua senha baseado em um pré-requisito, ou seja, conectar pelo menos quatro pontos distintos. Pereira Jr. (2018) propõe criar um grafo, a partir das conexões feitas com os vértices disponíveis na tela do celular e responder algumas perguntas como: É possível afirmar que toda senha – grafo criado – é conexa[23]? É possível criar senhas que são circuitos euleriano[24] definir no rodapé? Segundo o autor, nesse experimento, os alunos responderam com facilidade as perguntas.

[23] É um grafo onde há um caminho entre quaisquer dois vértices.
[24] É uma sequência de vértices onde cada dois vértices consecutivos estão ligados por uma aresta, não podendo haver repetição, tanto de vértices quanto de arestas.

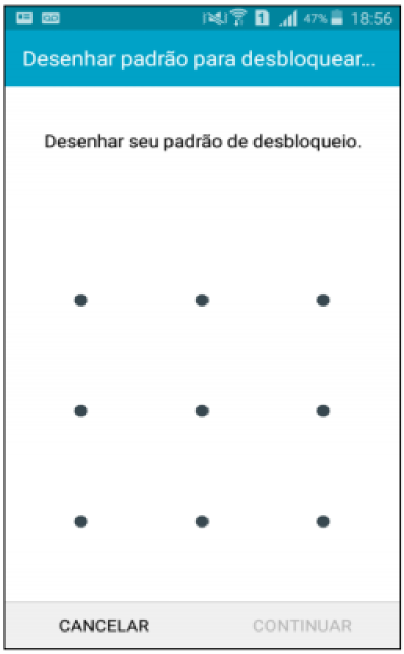

Figura 35: Senha de smartphone
Fonte: Pereira Jr. (2018, p. 53).

1.36 O tempero da matemática

O que vem na sua mente quando você vê a palavra cozinha? Há pessoas que se lembram de algum cheiro gostoso, outras uma imagem deliciosa, outras algum sabor e até mesmo uma pia cheia de vasilhas para lavar. Eu me lembro da matemática. Imagine quantos ingredientes eu gasto para fazer um bolo. Como eu devo manter a proporção de cada ingrediente para fazer um bolo maior? Qual o tempo necessário para esse bolo ficar pronto? Como fazer para partir esse bolo em partes iguais? Encontramos na “TV Escola”[25] na série “Matemática em Toda Parte”, o episódio “Matemática na Cozinha”, Figura 36, com duração de aproximadamente 24 minutos. A série discute termos como razão e proporcionalidade, como analisar as embalagens dos produtos que vemos na cozinha, além de nos mostrar que a matemática é capaz de ajudar até mesmo quem busca uma alimentação mais saudável.

[25] Disponível para acesso em: <https://tvescola.mec.gov.br/tve/video/matematica-em-toda-parte-matematica-na-cozinha>. Acesso em: 8 set. 2018.

Figura 36: Matemática na cozinha
Fonte: <https://tvescola.mec.gov.br/tve/video/matematica-em-toda-parte-matematica-na-cozinha.>. Acesso em: 8 set. 2018.

1.37 Comunicando com matemática

Você sabia que a matemática é uma linguagem? Como estudar matemática buscando uma inspiração na comunicação? Encontramos uma abordagem na TV Escola[26] na série “Matemática em Toda Parte”, no episódio “Matemática na comunicação”, Figura 37. No vídeo, de aproximadamente 24 minutos, a matemática é destacada como linguagem cumprindo uma função comunicativa. São apresentados os códigos e os símbolos matemáticos que são usados por quem narra a notícia. Além de destacar o nome de muitas coisas do cotidiano nas quais estão embutidas as ideias matemáticas.

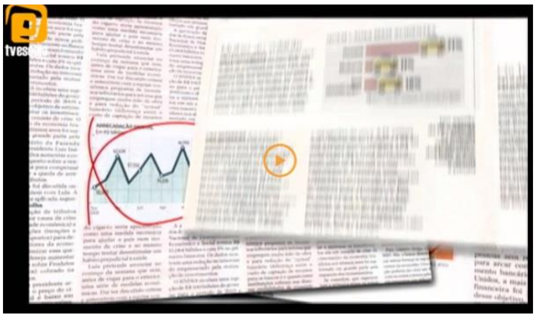

Figura 37: Matemática na comunicação
Fonte: <https://tvescola.org.br/tve/video?idItem=4612>. Acesso em: 8 set. 2018.

[26] Disponível para acesso em: <https://tvescola.org.br/tve/video?idItem=4612>. Acesso em: 8 set. 2018.

1.38 A matemática do futebol

Você sabia que a matemática também está presente no futebol? Como estudar matemática buscando uma motivação no futebol? Encontramos na TV Escola[27]na série “Matemática em Toda Parte”, no episódio “Matemática no Futebol” uma abordagem interessante. No vídeo, de aproximadamente 26 minutos, são abordados aspectos matemáticos do esporte, ou seja, desde a contagem dos pontos, passando pelos ângulos do campo, a velocidade da bola, os quilômetros percorridos pelo time, até os decibéis alcançados pela torcida no grito de gol. Vemos aqui que uma das maiores paixões dos brasileiros oferece diversas possiblidades de motivar a aprendizagem de matemática. Também encontramos em Melillo (2011) outra abordagem, a das probabilidades.

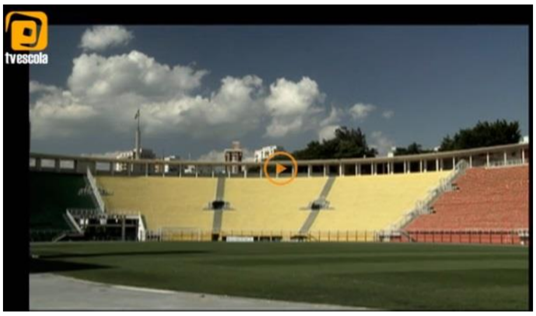

Figura 38: Matemática no futebol
Fonte: <https://tvescola.org.br/tve/video/matematica-em-toda-parte-matematica-no-futebol>. Acesso em: 8 set. 2018.

1.39 Matemática em toda parte

Você já se perguntou como mostrar para os alunos onde a matemática está presente? Ou como motivar seus alunos a estudarem matemática buscando motivação nas formas em que ela se manifesta no mundo? A TV Escola lançou uma série intitulada “Matemática em Toda Parte” composta por vários episódios com duração de aproximadamente 26 minutos que mostram algumas formas de a matemática se manifestar no nosso cotidiano. Alguns vídeos já foram citados no decorrer do trabalho. Os vídeos são tão relevantes que foi lançada a série

[27] Disponível para acesso em: < https://tvescola.org.br/tve/video/matematica-em-toda-parte-matematica-no-futebol>. Acesso em: 8 set. 2018.

“Matemática em Toda Parte II”[28], Figura 39, que é composta por vários outros vídeos e dentre eles destacamos: Matemática na Agricultura, Matemática no Transporte, Matemática no Meio Ambiente, Matemática no Zoológico, Matemática na Alimentação e Matemática na Saúde. A série é composta por episódios que contextualizam o saber matemático em diversas atividades cotidianas.

Figura 39: Matemática em toda parte
Fonte: <https://tvescola.org.br/tve/videoteca/serie/matematica-em-toda-parte-2>. Acesso em: 8 set. 2018.

1.40 Matemática no uso racional da energia elétrica

Muito se tem discutido sobre o uso racional dos recursos naturais. Pensando nesta temática, ocorreu-me a seguinte pergunta: como motivar meus alunos a estudarem matemática apropriando-se do uso racional da energia elétrica? De acordo com Bertolini *et al.* (2013), o uso consciente da energia elétrica ganha aplicação no momento em que nossos alunos compreendam que suas atitudes geram impactos diretos no consumo de energia e no uso dos recursos naturais. Os autores elaboraram diversas atividades que relacionam conteúdos matemáticos com a temática centrada na leitura e na interpretação da conta de luz, no cálculo dos tributos – impostos na conta – e na convecção de uma função do consumo de energia. Outra abordagem é encontrada em Ferreira *et al.* (2015). Nessa, os autores trabalham com modelagem matemática e bandeiras tarifárias. Assim pode-se trabalhar a matemática aplicada à energia, Figura 40.

[28] Disponível para acesso em: <https://tvescola.org.br/tve/videoteca/serie/matematica-em-toda-parte-2>. Acesso em: 8 set. 2018.

Figura 40: Matemática aplicada à energia
Fonte: <http://www.cemeai.icmc.usp.br/noticias/item/658-imecc-sedia-evento-sobre-a-matematica-no-setor-de-energia>. Acesso em: 8 set. 2018.

1.41 O brilho da matemática na energia solar

Ao pensar em energia solar é automático pensar que é a energia fornecida pelo brilho do sol. Entretanto sem o brilho da matemática não é possível a geração desse tipo de energia. É a matemática que apresenta os dados para a escolha do sistema fotovoltaico[29] mais adequado a sua produção. Ela ajudará na tomada de decisão, se analisarmos as necessidades do local, o valor total de mercado de cada sistema, do tipo de célula fotovoltaica a ser utilizado, bem como suas respectivas eficiências e seus respectivos valores para apresentarmos o melhor custo-benefício.

Figura 41: Energia solar
Fonte: <https://www.resumoescolar.com.br/geografia/resumo-da-energia-solar/>. Acesso em: 8 set. 2018.

Com tudo isso, como motivar meus alunos a estudarem matemática pela energia solar? Em Silveira (2005), encontramos atividades didáticas para o ensino de

[29] Eletricidade produzida diretamente da luz solar é chamada fotovoltaico.

matemática no Ensino Médio com o tema energia solar. A Figura 41 nos dá uma ideia melhor. E no site da “América do sol”[30] encontramos vídeos sobre o tema.

1.42 Matemática na energia eólica

O uso da energia eólica não é novo na humanidade. Moinhos de vento no decorrer de nossa história foram utilizados para moer, para bombear água, para produzir óleos vegetais e na fabricação de papel. O desenvolvimento de um país depende de uma infraestrutura energética capaz de prover os anseios de sua população e de suas atividades econômicas. E com a criação dos aerogeradores, a discussão sobre o uso racional dos recursos naturais ocorre-nos a seguinte pergunta: como motivar meus alunos a estudarem matemática explorando energia eólica? Encontramos em Anjos *et al.* (2015), Cardoso *et al*. (2014) e Carvalho (2010), formas de motivar o estudo da matemática pela energia eólica. Com a ajuda da Figura 42 podemos entender melhor esse processo.

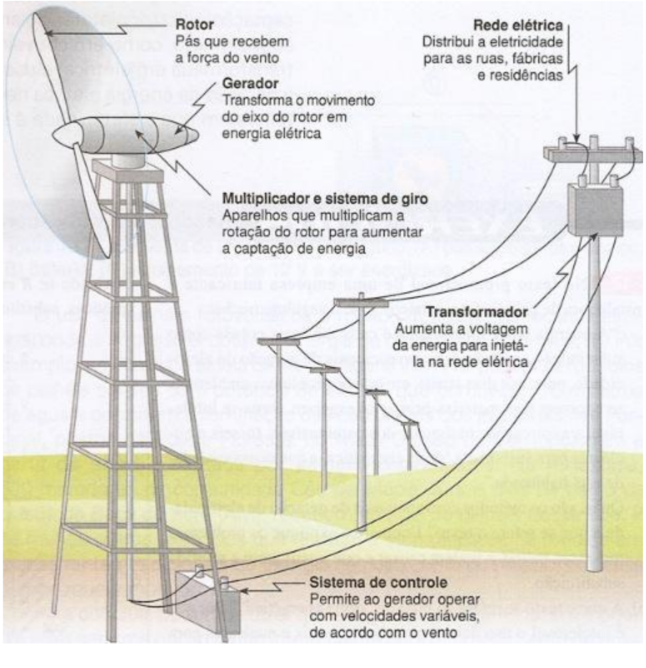

Figura 42: Energia eólica
Fonte: <https://www.coladaweb.com/geografia/fontes-de-energia/energia-eolica>. Acesso em: 8 set. 2018.

[30] Disponível para acesso em: < http://americadosol.org/energia_fotovoltaica/>. Acesso em: 8 set. 2018.

1.43 O som da matemática

Muitos falam que a matemática está intimamente ligada à música, mas poucos mostram esta relação de forma prática. Fato é que a matemática está intimamente ligada na musica um exemplo é encontrado nas cordas do violão, Figura 43. Encontramos em Pereira (2013), esta forma prática. O autor mostrou diversos conceitos matemáticos interligados à música, alguns mais simples, como frações, proporcionalidade e médias; outros, em nível de Ensino Médio, como progressões e funções periódicas. Ele também utiliza de recursos computacionais para esboçar os gráficos de tais funções. O leitor verá como a matemática está cada vez mais inserida no mundo moderno e como ela é uma ferramenta necessária nos mais diversos ramos de atividades. Sendo assim, uma forma de motivar o aluno na aprendizagem da matemática. Outra abordagem é encontrada na TV Escola no episódio "Matemática na Música"[31], com duração de aproximadamente 25.

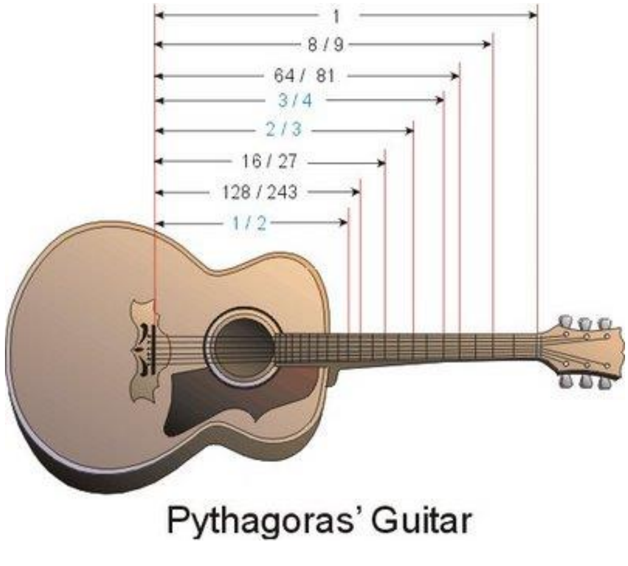

Figura 43: O som da matemática
Fonte: <http://chocomatiica.blogspot.com/p/datas-comemorativas.html>. Acesso em: 8 set. 2018.

1.44 Matemática na solubilidade de sais inorgânicos

Um desafio para professores é explorar a interdisciplinaridade, muito necessária no ambiente escolar, mas que se apresenta com grande grau de dificuldade para ser realizada, uma vez que é necessário que o tema abordado tenha conexões

[31] Disponível para acesso em: <https://tvescola.org.br/tve/video/matematica-em-toda-parte-matematica-na-musica>. Acesso em: 8 set. 2018.

curriculares diretas com as disciplinas em questão. Então, como motivar a aprendizagem matemática baseada na interdisciplinaridade? Uma forma pode ser encontrada em Sant'Ana, *et all* (2005). O s autores apresentam modelos matemáticos para descrever a solubilidade de sais inorgânicos em água pura a partir de dados obtidos experimentalmente.

1.45 A matemática da costura

Imagine o quanto de matemática tem na costura. Rosa Neto (1986) nos mostra como cortar uma manga de camisa. E conclui que uma manga é um tronco de cilindro, dependendo da grife. Já Barbosa *et al.* (2016), observando formas como costureiras lidam com seus moldes para a confecção de vestimentas, trabalha a proporção, eixos de simetria e rotação na ampliação de moldes, do tamanho pequeno (P) para os tamanhos médio (M) e grande (G). Vemos na Figura 44 um exemplo de molde de camiseta.

Figura 44: Medidas de uma camiseta
Fonte: Barbosa *et al.* (2016)

1.46 "A matemática do casamento"

Você já imaginou quanta matemática está presente no casamento? Encontramos em uma pregação[32] do padre Chrystian Shankar onde está a matemática no casamento. Ficamos felizes de ver o tema no qual estamos trabalhando como título de uma pregação. Nesta pregação o padre aborda algumas operações matemáticas como

[32] Disponível para acesso em: <https://www.youtube.com/watch?v=4Mb1fAvM9HU>. Acesso em: 8 set. 2018.

subtração, o casal deixa a vida de solteiro para exercer a vida de casado, isto é, subtrai da sua vida comportamentos que não sejam em prol do seu conjugue. Adição, adicione no seu casamento pensamentos e ações boas para o casal. Multiplicação, quando se casa tudo se multiplica, as escovas, a cama, a festa de família, antes eram seus familiares agora são os familiares dos dois. O tempo, presença e dialogo devem ser multiplicados. Divisão, o casal precisa aprender a dividir coisas ruins e coisas boas. Dividir é compartilhar o seu tempo, um doce, a televisão. Entre outras coisas. Aconselhamos, independentemente de sua religião, a assistir o vídeo, Figura 45: **A Matemática Do Casamento**.

Figura 45: A Matemática Do Casamento
Fonte:<https://www.youtube.com/watch?v=4Mb1fAvM9HU>. Acesso em: 8 set. 2018.

1.47 A matemática no sistema eleitoral brasileiro

Muitas pessoas no nosso país se perguntam por que alguns vereadores e deputados são eleitos sem estar entre os mais bem votados. Você tem conhecimento como o seu voto é realmente é utilizado no sistema eleitoral? Vemos que na escola deve-se discutir o processo eleitoral, a importância do voto e o destino dele. Nossos alunos precisam entender que o voto é um dos instrumentos mais importantes para a vida em sociedade. Ele pode contribuir para a distribuição do poder na sociedade. E este poder estabelece as relações de dominação que estão atrelados ao exercício democrático caracterizado pelo voto. Assim valorizaram o seu voto e seu título de eleitor, Figura 46.

Figura 46: Título Eleitoral
Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=4Mb1fAvM9HU>. Acesso em: 8 set. 2018.

Segundo Jesus (2018) o processo eleitoral brasileiro é baseado nos sistemas Eleitoral Majoritário e Eleitoral Proporcional. São eleitos em nosso país, através do voto, vários representantes políticos, como vereadores, prefeitos, estaduais, deputados federais, senadores, governadores e presidentes da república. O autor discute os três poderes do estado, o sistema eleitoral majoritário, o proporcional, os tipos de votos, o primeiro e segundo turno, o quociente eleitoral, o quociente partidário, o cálculo das médias, a exigência mínima de votação, a cláusula de barreira. Isto com o objetivo de compreender a estrutura do sistema eleitoral brasileiro, suas regras de distribuição das vagas entre os partidos/coligações e interpretar matematicamente os resultados do processo.

2 A MATEMÁTICA ATRAVÉS DOS FILMES

A importância do cinema no processo de ensino-aprendizagem de matemática se consolida nas contribuições que este proporciona, enquanto ferramenta educativa. Cabe a nós, educadores, desvendar as contribuições que o cinema pode oferecer ao processo de ensino-aprendizagem da disciplina. Uma forma de utilização do filme como fator de motivação para o aprendizado de matemática é colocado por Coelho (2015). Ela utilizou o filme “Quebrando a Banca” no processo de ensino-aprendizagem da análise combinatória associando teoria e prática. Outros filmes que podem ser utilizados são:

- O Jogo da Imitação (2014);
- Uma Mente Brilhante (2001);
- O Homem que Viu o Infinito (2015);
- O Homem que Mudou o Jogo (2011);
- Gênio Indomável (1997);

- O Preço do Desafio (1988);
- Pi (1998);
- Número 23 (2007);
- A Sala de Fermat (2007);
- A Teoria do Amor (1994);
- Mentes que Brilham (1991);
- A Solidão dos Números Primos (2010);
- O Quadro Negro (2000);
- A Prova (2005);
- A Fórmula Preferida do Professor (2017);
- Estrelas Além do Tempo (2017);
- An Invisible Sign (2010);
- Ágora (2009);
- X+Y (2014);
- Matemática do Diabo (1999);
- 21 Gramas (2003);
- Como Eu Odiava Matemática (2013);
- Enigmas de um Crime (2008);
- A Teoria de Tudo (2014);

3 O DESPERTAR PARA MATEMÁTICA POR MEIO DE LIVROS

Colocamos aqui algumas referências que apresentam temas motivadores e interessantes para serem apreciados e que podem contribuir com despertar o interesse do educando pela matemática. Sabemos que não resolveremos os problemas do ensino da matemática, contudo pretendemos reunir ferramentas para que o problema seja enfrentado, ou seja, é preciso aumentar o interesse dos nossos educandos. Encontramos em Paez e Sousa (2010) um exemplo do uso de paradidáticos em aulas de matemática.

3.1 “Almanaque das curiosidades matemáticas”

Nesta obra, Figura 47, o autor faz um apanhado de curiosidades matemáticas contendo jogos, quebra-cabeças lógicos, geométricos, numéricos e probabilísticos, elementos importantes da cultura matemática com a função de instigar a imaginação do leitor. O autor mostra aspectos divertidos e intrigantes dessa ciência. Um problema muito conhecido, ou pelo menos, várias de suas vertentes, é denominado “Cruzando o Rio 1- Produtos da Fazenda”:

> Um fazendeiro está levando um lobo, uma cabra e um cesto de repolhos ao mercado, quando chega a um rio em que se encontra um pequeno bote. Ele só pode levar no bote 1 dos 3 itens de cada vez. Não pode deixar o lobo com a cabra, nem a cabra com os repolhos, por motivos bastante óbvios. Felizmente, o lobo detesta repolhos. Como o fazendeiro poderá transportar os 3 itens para o outro lado do rio?”(STEWART, 2009, p. 28).

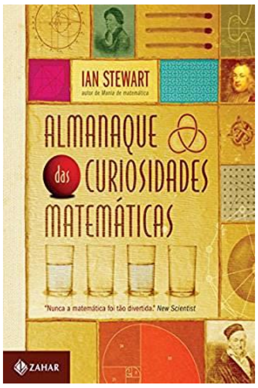

Figura 47: Almanaque das curiosidades matemáticas
Fonte: <https://www.amazon.com.br/Almanaque-das-curiosidades-matem%C3%A1ticas-Stewart-ebook/dp/B00B28JL22>. Acesso em: 8 set. 2018.

3.2 “Dezessete equações que mudaram o mundo”

Neste texto, Figura 48, O intuído é convencer o leitor de que as equações têm um papel fundamental na criação do mundo de hoje. O autor percorre a história para nos mostrar como as equações pavimentaram o caminho para enormes avanços científicos, filosóficos e tecnológicos. Segundo Stewart (2013, p.10), “O curso da história humana tem sido repetidamente redirecionado por uma equação. Equações têm poderes ocultos. Elas revelam os segredos mais íntimos da natureza.”

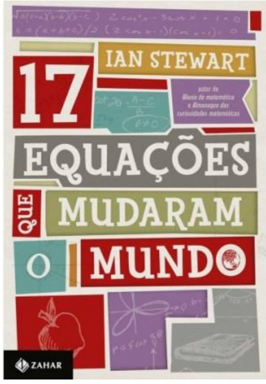

Figura 48: Dezessete equações que mudaram o mundo
Fonte: <https://www.submarino.com.br/produto/113173776>. Acesso em: 8 set. 2018.

3.3 “Os maiores problemas matemáticos”

Quando a maioria das pessoas pensa em matemática se lembra dos problemas. Talvez aqueles que dizem não gostar de problemas não tenham vivenciando o sentimento prazeroso de solucioná-lo. É extremamente agradável resolver um problema que te instigue, seja matemático ou até aqueles de cunho pessoal. Nesta obra, Figura 49, o autor lista quatorze problemas, que na sua concepção, seriam os maiores problemas matemáticos, e conta um pouco da história de cada um deles e suas respectivas importâncias. A lista é composta pela Conjectura de Goldbach, a quadratura do círculo, o teorema das quatro cores, a conjectura de Kepler, a conjectura de Mordell, o último teorema de Fermat, o problema dos três corpos, a hipótese de Riemann, a conjectura de Poicaré, o problema P/NP[33], a equação de Navier-Stokes, a equação do mass gap, a conjectura de Birch-Swinnerton-Dyer e a conjectura de Hodge.

> Para praticamente todos os grandes problemas, os matemáticos têm uma ideia muito clara de qual deveria ser a resposta – ou tinham, se agora a solução já é conhecida. Com efeito, a formulação do problema muitas vezes inclui a resposta esperada. Qualquer coisa descrita como conjectura é algo desse tipo: um palpite plausível, baseado em uma variedade de evidências. A maioria das conjecturas bem estudadas acaba revelando-se correta, embora não todas. Termos mais antigos como “hipótese” carregam o mesmo significado (STEWART, 2014, p. 22).

---

[33] São problemas que podem ser introduzidos em um computador por meio de um algoritmo. Enquanto os problemas P tem um tempo de processamento polinomial os NP são processados em tempo polinomial não determinístico.

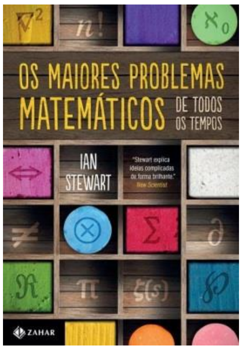

Figura 49: Os Maiores Problemas Matemáticos
Fonte: <https://www.saraiva.com.br/os-maiores-problemas-matematicos-em-todos-os-tempos-8181775.html.> Acesso em: 8 set. 2018.

3.4 “Os mistérios matemáticos do professor Stewart”

Quem não gosta dos romances policiais estrelados por Sherlock Holmes e Dr. Watson? Esta referência, Figura 50, é estrelada por um detetive vitoriano e seu parceiro médico que resolvem casos rejeitados ou não solucionados por Sherlock Holmes. Entre um caso e outro são apresentadas aplicações inusitadas da matemática. Ao todo são mais de 120 problemas envolvendo números primos, análise combinatória, lógica, fatoriais, logaritmos e etc.

> Soames estudou suas anotações do caso. Três amigos, Armstrong, Bennett e cunningham, haviam dividido um jantar no hotel e no final receberam uma conta de £30. Cada um dera ao garçom Manuel dez soberanos de ouro. Mas então o maître notou que tinha havido um erro, e na verdade a conta era de £25. Ele deu ao garçom cinco soberanos para devolver aos homens. Como £5 não era divisível por 3, Manuel sugeriu ficar com duas moedas como gorjeta e devolver um soberano a cada um, insinuando que já tinha tido sorte de receber de volta o pagamento a mais.
> Os clientes concordaram, e tudo estava bem até o maître notar uma discrepância aritmética. Agora cada um deles pagara £9, num total de £27. Manuel tinha £2, perfazendo £29.
> Estava faltando uma libra (STEWART, 2015, p. 14).

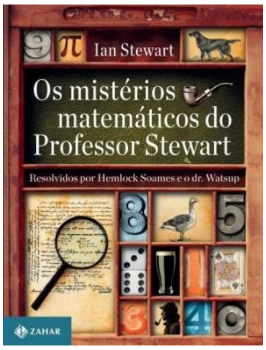

Figura 50: Os Mistérios Matemáticos Do Professor Stewart
Fonte: <www.saraiva.com.br/os-misterios-matematicos-do-professor-stewart-resolvidos-por-hemlock-soames-e-o-dr-watsup-8956353.html>. Acesso em: 8 set. 2018.

3.5. “O homem que calculava”

“O Homem que Calculava”, Figura 51, é uma obra clássica que aqueles que se encantam com a matemática devem apreciá-la. O autor conta as incríveis aventuras que o personagem Beramiz Samir vive e suas soluções fantásticas para problemas aparentemente insolúveis. O livro foi inspirado em “Mil e Uma Noites” e o autor sem perder o clima de aventura e romance das terras das mil e uma noites, desperta para matemática por meio da ficção.

> _Somos irmãos _ esclareceu o mais velho _ e recebemos como herança, esses 35 camelos. Segundo a vontade expressa de meu pai, devo receber a metade, o meu irmão Hame Namir uma terça parte e o Harim, o mais moço, deve tocar apenas a nona parte. Não sabemos, porém, como dividir dessa forma 35 camelos e a cada partilha proposta segue-se a recusa dos outros dois, pois a metade de 35 é 17 e meio. Como fazer a partilha se a terça parte e a nona parte de 35 também não são exatas? (TAHAN, 2010, p. 22).

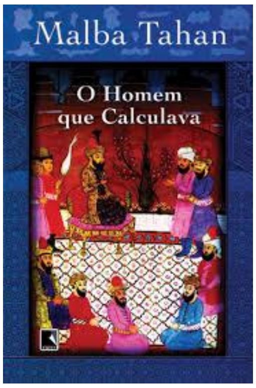

Figura 51: O Homem que Calculava
Fonte: <http://www.record.com.br/livro_sinopse.asp?id_livro=16431>. Acesso em: 8 set. 2018.

O autor e professor de matemática Júlio César de Melo e Sousa, que tinha como pseudônimo Malba Tahan, escreveu outros livros que podem ser utilizados de maneira análoga. Entre os títulos estão: Amor de Beduíno, Aventuras do rei Baribê, A Caixa do Futuro, Céu de Alá, Lendas do Céu e da Terra, Lendas do Deserto, Lendas do Oásis, Lendas do Povo de Deus, O Livro de Aladim, Maktub!, Matemática Divertida e Curiosa, Os Melhores Contos, Meu Anel de Sete Pedras, Mil Histórias sem Fim, Minha Vida Querida, Novas Lendas Orientais e Salim, o Mágico.

Malba Tahan transformava a sala de aula em um palco, no qual atuava e conquistava a atenção e a admiração de seus alunos com uma metodologia voltada para o aprendizado através do entretenimento, distante das aulas tediosas e intencionalmente complexas de outros professores. Em 2004 foi fundado o Instituto Malba Tahan[34] visando retomar seu trabalho, desenvolvê-lo e conservar na memória sua herança cultural, mantendo-a viva e ativa. Em sua honra o dia 6 de maio, que marca seu nascimento, foi estabelecido como o Dia da Matemática pela Assembleia Legislativa do Rio de Janeiro.

3.6 “A vida secreta dos números”

Este livro, Figura 52, contém 50 artigos sobre a matemática. Nele, o autor tenta cativar nos leitores o fascínio pela matemática diante de narrativas na qual é exibida a sua beleza inerente através de curiosidades históricas, das suas grandiosas personalidades, das suas mais importantes conjecturas. Além disso, o autor apresenta como a matemática afeta diversos aspectos da nossa vida, do direito à geografia, das eleições à botânica.

> A conjectura de Poicaré é considerada tão importante que o Instituto Clay de Matemática designou-a um dos sete problemas a constar do Prêmio do Milênio. Cada pessoa que for a primeira a solucionar um dos problemas receberá um milhão de dólares. O comitê do concurso imaginou que levaria décadas para que os primeiros prêmios fossem concedidos (SZPIRO, George, 2011, p. 35-36).

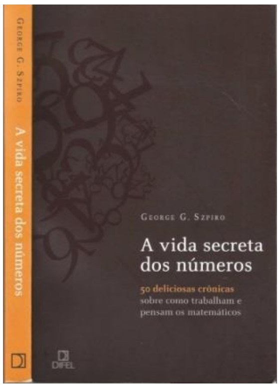

Figura 52: A Vida Secreta dos Números
Fonte: <www.record.com.br/livro_sinopse.asp?id_livro=16431>. Acesso em: 8 set. 2018.

[34] Disponível para acesso em: <http://www.malbatahan.com.br/>. Acesso em: 8 set. 2018.

3.7 “História da matemática em atividades didáticas”

A história da matemática pode ser um meio para motivar o ensino de matemática desta ciência. Encontramos neste livro uma possibilidade de contribuir para o trabalho de sala de aula do professor de matemática do nível Fundamental e Médio. O livro, Figura 53, tem como objetivo o ensino da matemática por meio de atividades nas quais a história da matemática exerce um papel central. Os autores apresentam tópicos fundamentais para as atividades de ensino-aprendizagem da disciplina como: geometria, trigonometria e números irracionais. O livro também poderá ser utilizado como um apoio importante para o professor desenvolver experiências docentes tomando a história da matemática como uma experiência centrada na investigação, o que poderá ajudar o aluno a conduzir o seu próprio processo de produção de conhecimento.

> Para nós o professor “saber profundamente Matemática” significa que além de conhecer teoremas, consegue relacionar diferentes campos desse conhecimento, refletir sobre os fundamentos da Matemática, perceber seu dinamismo interno e suas relações com outros campos do saber, transitar nos diferentes sistemas de registro de representação e, principalmente, entender o conhecimento matemático como um saber que coloca problemas e não apenas soluções (MIGUEL *et al*., 2009, p. 16).

Figura 53: História da Matemática em Atividades Didáticas
Fonte: <www.amazon.com.br/Hist%C3%B3ria-Matem%C3%A1tica-Atividades-Did%C3%A1ticas-Contextos/dp/8578610148>. Acesso em: 8 set. 2018.

3.8 “Deus é matemático?”

A discussão sobre ser Deus um matemático este o livro, Figura 54, levanta pode ser um motivador de dimensões gigantescas no ensino-aprendizagem de matemática. Com uma proposta de entender como uma disciplina aparentemente tão abstrata pode ser capaz de explicar o mundo natural, o autor expõe como a matemática, com frequência, faz previsões que depois de algum tempo são demonstradas ser verdadeiras. Outra pergunta que está impregnada no livro é: a matemática é inventada ou descoberta? Outra vertente do livro é como o autor mostra que áreas da matemática, aparentemente sem aplicabilidade no mundo real, podem se tornar extremamente aplicáveis de uma hora para outra.

> Lembremos que a teoria dos nós foi motivada por um modelo errado do átomo. Uma vez que tal modelo morreu, entretanto, os matemáticos não perderam a coragem. Pelo contrário, embarcaram com grande entusiasmo na longa e difícil jornada das tentativas de entender nós pelos próprios nós. Imaginemos, então, a alegria quando a teoria dos nós repentinamente se mostrou a chave para a compreensão de processos fundamentais envolvendo as moléculas da vida. Há necessidade de melhor exemplo do papel "passivo" da matemática pura em explicar a natureza? (LIVIO, 2015, p. 246).

Figura 54: Deus é Matemático?
Fonte: <www.submarino.com.br/produto/7361323>. Acesso em: 8 set. 2018.

3.9 "A matemática nos tribunais: uso e abuso dos números em julgamentos?"

Muitas pessoas são fãs dos filmes de julgamento e dos de investigação. Outra possível maneira de motivar para a matemática é encontrada neste livro, Figura 55. As autoras, sem deixar de fora uma boa história de mistério, mostram como ao longo da história a matemática tem feito aparições decisivas em julgamentos. Aqui são analisados dez processos criminais nos quais as evidências eram argumentos baseados em princípios matemáticos cujos resultados foram desastrosos, contudo ora contribuíram para inocentar criminosos, ora para prender inocentes.

> PROBLEMA DO ANIVERSÁRIO é um quebra-cabeça clássico que faz a seguinte pergunta: quantas pessoas você precisa colocar numa sala para que haja 50% de chance de que duas delas façam aniversário no mesmo dia? (SCHNEPS, 2014, p. 107).

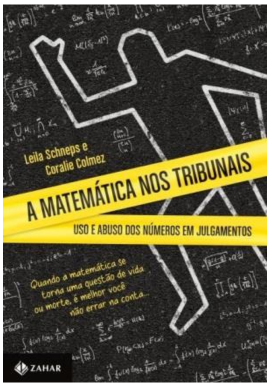

Figura 55: "A Matemática nos Tribunais"
Fonte: <www.saraiva.com.br/a-matematica-nos-tribunais-uso-e-abuso-dos-numeros-em-julgamentos-7590634.html>. Acesso em: 8 set. 2018.

3.10 "Geometria na Amazônia"

Uma forma interessante apresentar o conhecimento da matemática em uma história. A leitura dessas histórias pode motivar o ensino-aprendizado da matemática. A publicação da série "A Descoberta da Matemática", Figura 56, nos conta a história de dois adolescentes que voando de Manaus em direção à Venezuela atropelam um urubu e são obrigados a fazer um pouso de emergência em plena Amazônia. Lá, eles e o piloto são capturados por uma tribo indígena que ainda não tivera contato com a civilização. Buscando escapar, eles introduzem a geometria em outra tribo.

> Na verdade, apesar da introdução da geometria entre os irumuaras, André e Wander aprendiam mais do que ensinavam. Juruapi era um professor em tempo integral, sempre ao alcance de André, e Aukê fazia o mesmo com Wander (ROSA NETO, 1991, p. 34).

Figura 56: Coleção A Descoberta Da Matemática
Fonte: <http://discolivros.blogspot.com/2010/03/serie-descoberta-da-matematica.html>. Acesso em: 8 set. 2018.

A série citada anteriormente é composta por outros títulos como: “Frações sem Mistérios”, “Saída pelo Triângulo”, “Uma Raiz Diferente”, “História de Sinais”, “Em Busca das Coordenadas”, “O que Fazer Primeiro?”, “O Segredo dos Números”, “Como Encontrar a Medida Certa e Aventura Decimal”.

3.11 “Para que serve matemática?”

Esta é uma coleção composta de pequenas publicações onde cada um tenta responder a pergunta da série. O livro “Geometria”, Figura 57, trata de assuntos como localização, objetos impossíveis, tamanho da terra, rigidez do triângulo e simetria rotacional como o caso da roda de carro com cinco furos.

> Na troca de pneus, essa simetria rotacional ajuda bastante: um furo não tem um pino certo para encaixe; se ele for encaixado no pino seguinte a roda toda vai girar 72º, propiciando novamente o encaixe desejado (IMENES, 1992, p. 19).

Figura 57: Coleção Para Que Serve Matemática?
Fonte: <http://discolivros.blogspot.com/2010/03/serie-descoberta-da-matematica.html>. Acesso em: 8 set. 2018.

A série é composta por outros livros, entre eles estão: “Ângulos”, “Semelhança”, “Álgebra”, “Equação do 2º grau”, “Números Negativos”, “Proporções e Frações e Números Decimais”.

3.12 “O poder do pensamento matemático: a ciência de como não estar errado”

Esta obra, Figura 58, tenta responder a pergunta que todo professor de matemática já ouviu ou ainda irá se deparar na sua profissão: quando será que eu vou usar isso? O autor aponta diversas situações nas quais há a necessidade da matemática dividida em situações com o uso da linearidade, da inferência, da expectativa, da regressão e da existência.

> Com a matemática acontece mais ou menos a mesma coisa. Pode ser que você não esteja almejando uma carreira com orientação matemática. Tudo bem – a maioria das pessoas não almeja. Mesmo assim, você ainda pode usar matemática. Provavelmente *já está usando,* mesmo que não dê a ela esse nome. A matemática está entrelaçada à nossa forma de raciocinar. E deixa você melhor em muita coisa. Saber matemática é como usar um par de óculos de raios X que revelam estruturas ocultas por sob a superfície caótica e bagunçada do mundo. Matemática é a ciência de como não estar errado em relação às coisas (ELLENBERG, 2015, p. 10).

Figura 58: O Poder do Pensamento Matemático
Fonte: <www.amazon.com.br/poder-pensamento-matem%C3%A1tico-ci%C3%AAncia-errado-ebook/dp/B00XLTNYF0.> Acesso em: 8 set. 2018.

4. PRÊMIOS MATEMÁTICOS

Outra maneira de motivar docentes e discente é falar dos prêmios disponíveis para matemáticos. Como a medalha Fields[35], Figura 59, obtida pela primeira vez por um brasileiro em 2014 e este brasileiro foi Artur Avila[36]. A Revista Matemática Universitária (2008) faz uma lista de alguns dos prêmios internacionais de matemática cujas regras permitem brasileiros recebê-los. Colocamos aqui alguns desses prêmios. É lógico que esta lista não é completa, pois não cobre todas as

[35] A Medalha Fields é concedida a cada quatro anos, pelo Congresso Internacional de Matemáticos, apenas à matemáticos e considerado equivalente ao Prêmio Nobel (já que o Prêmio Nobel não premia cientistas na área da matemática).
[36] Currículo no site <http://w3.impa.br/~avila/cur.pdf>

academias ou sociedades nacionais, congressos, periódicos e institutos que distribuem prêmios, assim como não contempla premiações gerais de ciências que possam ser dadas a matemáticos.

Figura 59: Medalha Fields
Fonte: <https://www.bbc.com/portuguese/internacional-45033158>. Acesso em: 8 set. 2018.

- Medalha Fields (https://www.mathunion.org/imu-awards/fields-medal).
- Prêmio Abel (www.abelprisen.no/en/).
- Prêmio Rolf Schock (www.kva.se/KVA_Root/eng/awards/international/schock/).
- Prêmio Wolf (www.wolffund.org.il/).
- Prêmio Nevanlinna (www.mathunion.org/general/prizes).
- Prêmio Carl Friedrich Gauss para aplicações da matemática (www.mathunion.org/general/prizes).
- Prêmio Crafoord (http://www.crafoordprize.se).
- Prêmios da American Mathematical Society (www.ams.org/prizes-awards).
- Prêmios do Clay Institute of Mathematics (www.claymath.org/).
- Prêmio Fermat (www.math.univ-toulouse.fr/FermatPrize).
- Prêmio Shaw (www.shawprize.org/).
- Prêmio Frederic Esser Nemmers (www.northwestern.edu/provost/awards/nemmers/).
- Prêmios do ICA (Institute of Combinatorics and its Applications) (www.ima.org.uk/).
- Prêmio Chauvenet (www.maa.org/Awards/chauvent.html).
- Prêmios da London Mathematical Society (www.lms.ac.uk/).

- Prêmio John von Neumann Theory (www.informs.org/).
- Medalha Cantor (http://dmv.mathematik.de/aktivitaeten/preise/index.html#cantorpreis).
- Prêmios da SEM (www.emis.de/etc/emsprizes.html).
- Prêmio Erdös (www.amt.edu.au/wfnmcaw.html).
- Medalha Keith (www.royalsoced.org.uk/research_fellowships/prizes/winners.htm#keith).
- Prêmio Sacks (www.aslonline.org/info-prizes.html).
- Medalha Sylvester (www.royalsoc.ac.uk/page.asp?tip=1&id=1765).
- NAS Award in Mathematics (www.nasonline.org/site/PageServer?pagename=AWARDS_mathematics).
- Prêmio André Lichnerowicz em geometria de Poisson (http://cib.epfl.ch/hosted/programs/poisson2008/cms/lichnerowicz_prize.php).
- Prêmios da SIAM (www.siam.org/prizes/).
- Prêmio Reconocimiento de UMALCA (www.umalca.org/web/?page_id=602).
- Prêmios TWAS (http://users.ictp.it/~twas/Activities.html#awards).
- Prêmio Ribenboim (www.gap-system.org/~history/Societies/RibenboimPrize.html).

A critério de curiosidade, pode-se pedir que os alunos pesquisem a história dos prêmios e inclusive outros prêmios obtidos por algum brasileiro e outras informações relevantes.

5. PROPOSTA DE VALORIZAÇÃO E POPULARIZAÇÃO DA MATEMÁTICA NAS ESCOLAS E OU MUNICIPIO

O "Biênio da Matemática Brasil" que acontece em 2017 e 2018 foi criado para promover o aprendizado da Matemática e difundir sua importância no país visando potencializar e fomentar o desenvolvimento desta. São dois anos de ações e eventos nacionais e internacionais que colocam a Matemática no foco da comunicação impactando em milhares de pessoas. Somos convidados a vivenciar experiências enriquecedoras no mundo da Matemática. Este movimento abre portas importantes para o crescimento do ensino de matemática no Brasil e o seu desenvolvimento. Propomos que algumas destas ações sejam replicadas nas escolas com objetivo de proporcionar à alunos, professores e comunidade a oportunidade de vivenciar experiências enriquecedoras no mundo da Matemática e:

- Incentivar o estudo da Matemática e o raciocínio lógico e abstrato.
- Oferecer atividades de ensino, artísticas, lúdicas e que sejam prazerosas para todos os públicos envolvidos.
- Criar ações onde o público possa interagir com os conceitos e adquirir novos conhecimentos a partir da experiência vivenciada.
- Produzir experiências que tratem a Matemática como linguagem.
- Alimentar e melhorar a relação das pessoas com a disciplina.
- Popularizar a Matemática.
- Atualizar e treinar professores. (BIÊNIO DA MATEMÁTICA BRASIL, [2018]).

Seguindo a atmosfera do biênio da matemática referenciamos nesta obra vários temas com objetivo de ambientar a matemática mostrando algumas formas em que a matemática pode ser percebida no nosso cotidiano. Procuramos mostrar que ela está presente, desde uma folha de papel ao no nosso sistema eleitoral. Sugerimos que estes temas sejam abordados em feiras de matemática, dentro de salas de aula, mostras culturais e etc. Os professores poderão dividir as turmas em grupos, apresentar aos alunos alguns dos temas, filmes e livros aqui propostos para que estes desenvolvam com a orientação do professor pesquisas, vídeos e experiências concretas. Podem-se abordar a matemática presente nos filmes, os vários prêmios internacionais que um matemático pode ganhar. Reconhecemos que devido ao tempo disponível não abordamos neste trabalho os aplicativos disponíveis para se se trabalhar com a matemática, mais aconselhamos aos professores que pesquisem sobre o tema, pois vemos que estes podem ser trabalhados na mesma linha.

Na realização de uma feira dessas na escola onde leciono encontramos muita dificuldade para disponibilizar experiências matemáticas para que nossos alunos pudessem reproduzi-las. Por isso reunimos nesta obra uma coleção de temas que podem ser usados para fomentar eventos dessa natureza. Mesmos que o professor não mobilize a escola inteira aconselhamos que sejam mobilizadas as salas nas quais ele leciona. Estas ações proporcionaram aos alunos uma forma diferente te visualizar a matemática.

Esperamos que você professor realize em sua sala, escola, cidade, muitas feiras de matemática. Que divulgue as belezas desta ciência e que esta obra possa contribuir para isso.

CONCLUSÃO

Durante a elaboração desse trabalho experimentei uma visão da matemática que antes não houvera percebido com tanta profundidade. Descobri de forma mais profunda que essa é uma ciência dinâmica, cheia de descobertas que a cada dia se multiplicam, que cada um dos habilidosos matemáticos em nossa história acrescenta algo ao que foi desenvolvido antes sem que nada seja removido. Ela é a cada milênio, século, década, ano, dia, hora, minuto e segundo, estendida. Tornando-se ainda mais crescente, bela e magnífica. Que a matemática é uma torre em construção com um alicerce tão bem construído que poderá resistir a qualquer tamanho (altura, comprimento e largura), mesmo que alcance dimensões infinitas sem que seus alicerces precisem ser reconstruídos, modificados ou até mesmo reparados, e que sua presença é tão densa, mesmos que em certos momentos seja imperceptível como o ar, que ocupa todo espaço.

Entendemos a importância de mostrarmos para nossos alunos que a matemática não nasceu pronta e perfeita que até o que parece trivial ou óbvio foi desenvolvido ao custo de grande esforço e por vários personagens. Devemos colocá-los conscientes de que desde épocas remotas até hoje a grande maioria da humanidade se preocupa com problemas imediatos do dia a dia. Mas esta ciência também sempre existiu neste mundo de forma lúdica e de forma abstrata e que os grandes centros de hegemonia influenciaram muito no desenvolvimento da matemática. Observando a história vemos que quando há vontade de aprendê-la, há desenvolvimento matemático e que quando instigado pela matemática o ser humano a procura.

Diante do que foi descoberto e do nosso entendimento do que é matemática procuramos como diz Paulo Freire, que destacamos na introdução desde trabalho, mostrar que há uma forma matemática de estar no mundo. Defendemos que com a evolução dos processos de interação entre indivíduos e da disponibilidade de informação hoje, se faz necessário tratar a matemática como uma fruta, o professor como o feirante e o aluno como freguês. Que o professor instigante, da melhor forma possível, apresente ao aluno as qualidades desta fruta para que este queira saboreá-la. E neste trabalho propomos alternativas para que o professor conduza e alimente este processo.

Esta obra consiste em uma pesquisa bibliográfica sobre motivações para aprendizagem matemática. Procuramos destacar alguns dos ambientes onde há presença da matemática e está pode ser apresentada aos alunos do ensino fundamental e médio facilitando a pesquisa do professor que deseje motivar seus alunos para a matemática. Destacamos, também, formas de motivar a aprendizagem matemática mediante o uso de filmes, livros ou através do conhecimento das premiações que podem ser conseguidas nesta área.

Apresentamos agora como esta dissertação foi desenvolvida com o intuito de motivar o leitor para outras pesquisas. Inicialmente quase não conseguíamos realizar pesquisas adequadas na internet em virtude da dificuldade de encontrar palavras adequadas para realizar a busca. Optamos então por ler os livros aqui dispostos e assistir aos filmes aqui apontados. A partir daí fomos descobrindo temas e palavras que auxiliaram em nossas buscas fazendo com que uma procura levasse à seguinte proporcionando o presente trabalho.

REFERÊNCIAS

ALVES, Sérgio. Qual é a forma da terra. *Programa de Iniciação Científica OBMEP 6*. 2009. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/docs/apostila6.pdf>. Acesso em: 19 ago. 2018.

ANJOS, Chaiani *et al.* Energia eólica e ensino de matemática e ciências. 2015. *Anais da Mostra Científica do Cesuca*, 9, nov. 2015. Disponível em: <http://ojs.cesuca.edu.br/index.php/mostrac/article/view/986>. Acesso em: 15 set. 2018.

ARAÚJO, Cléssio da Silva. *A beleza dos números e de suas propriedades: uma abordagem histórica para o ensino médio*. 2018. 97f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Maranhão, São Luís, 2018. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=161041331>. Acesso em: 5 set. 2018.

AUSUBEL, David P.; NOVAK, Joseph D.; HANESIAN, Helen. Psicologia Educacional. Rio de Janeiro: Editora Interamericana. 1980.

ÁVILA, Geraldo. *Geometria e imaginação*. *Revista do Professor de Matemática*. v.3*, Rio de Janeiro, SBM,* 1983. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/6/2.htm>. Acesso em: 19 ago. 2018.

ÁVILA, Geraldo. *Retângulo áureo, divisão áurea e a sequência de Fibonacci*. *Revista do Professor de Matemática*, v.6*, Rio de Janeiro: SBM,* 1985. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/6/2.htm>. Acesso em: 19 ago. 2018.

BARBOSA, Lucas. *Conheça o "string art", a técnica que transforma pregos e linhas em obras de arte*. Portal de Notícias e Entretenimento, Tribuna do Ceará, 19 ago. 2017. Disponível em: <http://www.tribunadoceara.uol.com.br/noticias/perfil-2/conheca-o-string-art-a-tecnica-que-transforma-pregos-e-linhas-em-obras-de-arte/>. Acesso em: 19 ago. 2018.

BARBOSA, Ricardo de Figueiredo; SÁ, Felipe Correia de. Matemática na costura: explorando aplicações matemáticas. 2016. *Revista Anais do Simpósio Linguagens e Identidades da/na Amazônia Sul–Ocidental*, 10, n. 1, 2016. Disponível em: <revistas.ufac.br/revista/index.php/simposioufac/article/download/911/508>. Acesso em: 15 set. 2018.

BASTOS, Ilda Maria da Silva. *Magia matemática com números*. 2015. 96f. Dissertação (Mestrado) - Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal, 2015. Disponível em: <https://ria.ua.pt/bitstream/10773/16822/1/Magia%20Matem%C3%A1tica%20com%20Numeros.pdf>. Acesso em: 5 set. 2018.

BERTOLINI, Eni Aparecida Sivera; BRUNETTI, Alexandre Augusto; SCHIMIGUEL, Juliano. O uso racional da energia elétrica: um tema da matemática. 2013. *Revista Gestão Universitária*, Jundiaí, São Paulo. Disponível em: <http://www.gestaouniversitaria.com.br/artigos/o-uso-racional-da-energia-eletrica-um-tema-damatematica>. Acesso em: 15 set. 2018.

BIÊNIO DA MATEMÁTICA BRASIL; Disponível em: <https://www.bieniodamatematica.org.br/o-que-e.html> Acesso em: 5 set. 2018

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/educacao-basica/saeb> Acesso em: 9 set. 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília MEC/SEF, 1998. 148 p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 9 set. 2018.

BRUNER, Jerome. Sobre a Teoria da Instrução. São Paulo: Phorte, 2006.

CARDOSO, Josué Marcos de Moura; FERREIRA, Denise Helena Lombardo. Modelos matemáticos e estatísticos aplicados a sistemas renováveis de energia. 2014. *Anais do Encontro de Iniciação Científica. Anais do Encontro de Iniciação em Desenvolvimento Tecnológico e Inovação,* 19, 23 e 24 set. 2014. Disponível em: <www.puccampinas.edu.br/websist/Rep/.../2014820_81921_426799350_reseni.pd>. Acesso em: 15 set. 2018.

CARVALHO, António José dos Santos. *Modelo matemático de um sistema de geração eólico baseado na máquina síncrona de velocidade variável.* 2010. 108f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Porto 2010. Disponível em: <https://paginas.fe.up.pt/~ee04011/Dissertacao_Antonio_Carvalho_2010.pdf>. Acesso em: 15 set. 2018.

CARVALHO, C. Uso do tangram no ensino de matemática no Ensino Fundamental. 2016. *In*: Educação matemática na contemporaneidade: desafios e possibilidades – *Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática*, 12, São Paulo, 13 a 16 jul. 2016. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5487_3967_ID.pdf>. Acesso em: 21 jul. 2018.

CARVALHO, João Bosco Pintombeira de. Euclides, Fibonacci e Lamé. *Revista do Professor de Matemática,* v.24*,* Rio de Janeiro: SBM*,* 1994. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/24/7.htm>. Acesso em: 19 ago. 2018.

COELHO, Roseana Moreira De Figueiredo. *O Uso Do Cinema Como Ferramenta Educativa No Ensino De Matemática: Uma Experiência Com Alunos Do Ensino Médio De Ouro Preto (Mg)*. 2015. 241f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal De Ouro Preto, Ouro Preto, MG, 2015. Disponível em: < https://www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/dissertacoes_2015/Dissertacao%20Roseana%20Coelho.pdf>. Acesso em: 19 ago. 2018.

COSTA JR., Edson Marques da. *A criptografia como ferramenta de incentivo ao estudo da matemática*. 2014. 74f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, MG, 2014. Disponível em: < https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=418>. Acesso em: 19 ago. 2018.

COUTINHO, Severino Collier. *Criptografia*. Programa de Iniciação Científica OBMEP. 225f, v. 7, Rio de Janeiro, IMPA, 2010. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/docs/apostila7.pdf>. Acesso em: 19 ago. 2018.

DANTE, Luiz Roberto. *Como ensinamos*. *Revista do Professor de Matemática,* v.6*, Rio de Janeiro: SBM,* 1985. Disponível em: <http://www.rpm.org.br/cdrpm/6/8.htm>. Acesso em: 19 ago. 2018.

DEVLIN, Keith. *O instinto matemático*. Rio de Janeiro: Record, 2009.

DÖRRIE, H. *Cem grandes problemas da matemática elementar, sua história e solução*. Dover: [s. n.], 1965.

ELIAN, Silvia Nagib. Tabuada manual. *Revista do Professor de Matemática.* v.18*, Rio de Janeiro: SBM,* 1991. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/18/10.htm>. Acesso em: 25 ago. 2018.

ELLENBERG, jordan. *O poder do pensamento matemático*: a ciência de como não estar errado. Rio de Janeiro: Zahar, 2015.

FERREIRA, M. V. V. *et al*. Modelagem matemática e o consumo de energia elétrica residencial. Encontro Científico de Física Aplicada, 6, 13 a 15 de mai. 2015. Disponível em: <http://pdf.blucher.com.br.s3-sa-east1.amazonaws.com/physicsproceedings/vi-efa/007.pdf>. Acesso em: 15 set. 2018

FREIRE, Paulo; 8º Congresso de Educação Matemática. 23 set. 2013. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=o8OUA7jE2UQ&pbjreload=10>. Acesso em: 25 ago. 2018.

FREIRIA, Antonio Acra; DUARTE JR., Geraldo Garcia. A cubagem das árvores. *Revista do Professor de Matemática*, v.26*, Rio de Janeiro: SBM,* 1995. Disponível em: <http://rpm.org.br/ cdrpm/26/6.htm>. Acesso em: 25 ago. 2018.

GOMES, Anne Michelle Dysman. *Matemática e natureza*: atividades de áudio. Disponível em: <http://webeduc.mec.gov.br/portaldoprofessor/matematica/matematica_e_%20natureza/matematicaenatureza-html/matematicaenaturezabr.html#falcao>. Acesso em: 5 set. 2018.

GONÇALVES, José Lafayette de Oliveira. O jogo de dominós. *Revista do Professor de Matemática*, v.24*, Rio de Janeiro: SBM,* 1994. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/24/6.htm>. Acesso em: 25 ago. 2018.

GONÇALVES, Paulo Sérgio Argolo. Em que dia da semana foi proclamada a independência do Brasil? Re*vista do Professor de Matemática,* v.15*, Rio de Janeiro: SBM,* 1989. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/15/10.htm>. Acesso em: 19 ago. 2018.

HEFEZ, A. Indução matemática. Programa de Iniciação Científica – OBMEP. Rio de Janeiro: SBM. 2009. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/docs/ apostila4.pdf>. Acesso em: 5 set. 2018.

HISTÓRIA da proporção áurea. Disponível em: <http://editorarealize.com.br/revistas/epbem/trabalhos/Comunicacao_Cego_491.pdf>. Acesso em: 5 set. 2018.

HUNTLEY, H. E. A divina proporção um ensaio sobre a beleza na matemática. Brasília: Ed. Universidade de Brasília, 1985. Amiens, 4 abr. 842. Paris, 3 out. 1891.

IMENES, Luis Marcio Pereira. A geometria das chapas perfuradas. *Revista do Professor de Matemática*, v.5*, Rio de Janeiro: SBM,* 1984. Disponível em: <http://www.rpm.org.br/cdrpm/5/4.htm>. Acesso em: 19 ago. 2018.

IMENES, Luis Marcio Pereira; JAKUBOVIC, José. A Matemática e o caipira. *Revista do Professor de Matemática,* v.1*, Rio de Janeiro: SBM,* 1982. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/1/1.htm>. Acesso em: 19 ago. 2018.

IMENES, Luis Marcio Pereira; JAKUBOVIC, José. Novamente a matemática e o caipira: agora com o professor e o engenheiro. *Revista do Professor de Matemática,* v.2*, Rio de Janeiro: SBM,* 1983. Disponível em: <http://www.rpm.org.br/cdrpm/2/4.htm >. Acesso em: 19 ago. 2018.

IMENES, Luiz Márcio Pereira; JAKUBO, José; LELLIS, Marcelo Cestari. *Geometria*. São Paulo: Atual, 1992.

IMENES, Luiz Márcio. A Geometria das chapas perfuradas. *Revista do Professor de Matemática,* v.5*, Rio de Janeiro: SBM,* 1984. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/5/4.htm>. Acesso em: 19 de ago. 2018.

IMENES, Luiz Márcio. Artesanato e matemática. *Revista do Professor de Matemática,* v.7*, Rio de Janeiro: SBM,* 1985. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/7/8.htm>. Acesso em: 19 de ago. 2018.

IMENES, Luiz Márcio. Geometria e publicidade. *Revista do Professor de Matemática*, v.17*, Rio de Janeiro: SBM,* 1990. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/17/7.htm>. Acesso em: 25 ago. 2018.

IMENES, Luiz Márcio. Multiplicando com as mãos. *Revista do Professor de Matemática,* v.9*, Rio de Janeiro: SBM,* 1986. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/9/7.htm>. Acesso em: 25 ago. 2018.

ISNARD, Carlos Augusto. Resta-um, resta-zero e a operação Nim. *Revista do Professor de Matemática*, v.6*, Rio de Janeiro: SBM,* 1985. Disponível em: <http://www.rpm.org.br/cdrpm/6/13.htm>. Acesso em 19 de ago. 2018.

JESUS, Maurício Brito De. A Matemática No Sistema Eleitoral Brasileiro. 2018. 66f. Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Estadual Do Sudoeste Da Bahia - UESB. Vitória Da Conquista, Bahia, 2018. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=150121355>. Acesso em: 15 set. 2018.

LIVIO, Mario. *Deus é matemático*. Rio de Janeiro: Record, 2015.

Matos, Helder de Carvalho. *O jogo de quadrinhos*. *Revista do Professor de Matemática,* v.5*,* Rio de Janeiro, SBM*,* 1984. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/5/12.htm>. Acesso em: 19 ago. 2018.

MELILLO, Célio Roberto. *Modelagem matemática no futebol: uma atividade de crítica e criação encaminhada pelo método do caso*. 2011. 218f. Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, MG, 2011. Disponível em: <http://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/2913/1/DISSERTA%C3%87%C3%83O_ModelagemMatem%C3%A1ticaFutebol.pdf>. Acesso em: 15 set. 2018.

MELLO, José Luiz Pastore. *A Matemática da folha de papel A4*. *Revista do Professor de Matemática,* v.66*,* Rio de Janeiro, SBM*,* 2008. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/66/11.html>. Acesso em: 19 ago. 2018.

MELO, Carlos Alberto V. de. O jogo do Nim: um problema de divisão. *Revista do Professor de Matemática* v.6*, Rio de Janeiro: SBM,* 1985. Disponível em: <http://www.rpm.org.br/cdrpm/6/13.htm>. Acesso em: 19 ago. 2018.

MELO, Henrique Alves De. *Fórmula de Euler no plano e para poliedros*. 2013. 65p. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza. 2013. Disponível em: <www.repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/7786/1/2013_dis_hamelo.pdf>. Acesso em: 19 ago. 2018.

MIGUEL, Antonio; BRITO, Arlete de jesus; CARVALHO, Dione Lucchesi de; MENDES, Iran Abreu. *História da matemática*: em atividades didáticas. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MILIES, Francisco César Polcino. A Matemática dos códigos de barras. *Programa de Iniciação Científica OBMEP 6*. 2009. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/docs/apostila6.pdf>. Acesso em: 19 ago. 2018.

MONTENEGRO, Gildo A. A mágica do cubo. *Revista do Professor de Matemática*, v.27*, Rio de Janeiro: SBM,* 1995. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/27/11.htm>. Acesso em: 25 ago. 2018.

MOREIRA, Carlos Gustavo Tamm de Araújo*.* Amigo oculto. *Revista do Professor de Matemática*, v.15*, Rio de Janeiro: SBM,* 1989. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/15/8.htm>. Acesso em: 19 ago. 2018.

MORGADO, Augusto César. Em que dia cai? *Revista do Professor de Matemática*, v.24, Rio de Janeiro: SBM, 1994. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/24/5.htm>. Acesso em: 25 ago. 2018.

PAEZ, Gisele Romano; SOUSA, Maria do Carmo de. Uso de paradidáticos em aulas de matemática: uma experiência com “O Homem que Calculava”. *In*: II Encontro da rede de professores, pesquisadores e licenciandos de Física e de Matemática. São Carlos, de 19 a 20 nov. 2010. Disponível em: <http://www.enrede.ufscar.br/participantes_arquivos/E4_PAEZ_TA.pdf>. Acesso em: 15 set. 2018.

PEREIRA JR., Antonio Valdemir. *Uma abordagem sobre a teoria dos grafos no Ensino Médio*. 2018. 57f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade

Federal do Ceará, Fortaleza, 2018. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=160161341>. Acesso em: 5 set. 2018

PEREIRA, Marcos do Carmo. Matemática e música de Pitágoras aos dias de hoje. 2013. 95f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro 2013. Disponível em: <http://www2.unirio.br/unirio/ccet/profmat/tcc/2011/tcc-marcos>. Acesso em: 15 set. 2018.

PIAGET, J. Psicologia e Pedagogia. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1976.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas*: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

QUEIROZ, Fabricia Auxiliadora. Criptografia RSA: uma abordagem para o Ensino Médio. 2018. 90f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2018. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=160310801>. Acesso em: 5 set. 2018.

RAGUENET, Inez Freire; BARRÊDO, Márcia Kossatz de. A teoria matemática do jogo de Nim. *Revista do Professor de Matemática,* v.6, Rio de Janeiro: SBM, 1985. Disponível em: <http://www.rpm.org.br/cdrpm/6/13.htm>. Acesso em: 19 ago. 2018.

RAMOS, Arilson. *Desvendando a matemática financeira aplicada a economia familiar*. 2018. 55f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Rondônia, Porto Velho, 2018. Disponível em: <https://sca.profmatsbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=160060324>. Acesso em: 5 set. 2018.

Revista Super Interessante. Qual é a origem do dominó? 18 abr 2011. Disponível em: <https://super.abril.com.br/mundo-estranho/qual-e-a-origem-do-domino/>. Acesso em: 5 set. 2018.

Revista Matemática Universitária. Prêmios internacionais em matemática. Vol 44. Jun. 2008. Disponível em: <https://rmu.sbm.org.br/wp-content/uploads/sites/27/2018/03/n44_Informacoes.pdf>. Acesso em: 5 set. 2018.

RIBEIRO, Bruno da Silva. *Matemática recreativa: uma experiência baseada em clubes*. 2018. 59f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2018. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=160970339 >. Acesso em: 5 set. 2018.

ROCHA, Demóclis do Carmo. *Jogos educativos: brincando, ensinando e aprendendo matemática no Ensino Fundamental.* 2018. 39f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2018. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=160164294>. Acesso em: 5 set. 2018.

RODRIGUES, Flávio Wagner. O jogo do pôquer e o cálculo de probabilidades. *Revista do Professor de Matemática*, v.6, Rio de Janeiro: SBM, 1985. Disponível em: <http://www.rpm.org.br/cdrpm/6/7.htm>. Acesso em: 19 ago. 2018.

RODRIGUES, Gustavo Souza. *Uma proposta de aplicação de jogos matemáticos no Ensino Básico.* 2018. 99f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade de Brasília, Brasília, 2018. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=160270124>. Acesso em: 5 set. 2018.

RODRIGUES, Hélio Oliveira; SILVA, José Roberto da. O jogo do Nim e os conceitos de MDC e MMC. *Encontro Nacional de Educação Matemática*, 7, Recife, 15 a 18 jul. 2004. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/02/2MC06193102434.pdf>. Acesso em: 19 ago. 2018.

ROSA NETO, Ernesto. Corte e costura. *Revista do Professor de Matemática*, v.9, Rio de Janeiro: SBM, 1986. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/9/8.htm>. Acesso em: 19 ago. 2018

ROSA NETO, Ernesto. *Geometria na Amazônia*. São Paulo: Ática. 1991

ROSA, Euclides. Como abrir um túnel se você sabe geometria. *Revista do Professor de Matemática*, v.5, Rio de Janeiro: SBM, 1984. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/5/2.htm>. Acesso em: 19 ago. 2018.

SAGICA, Manoel de Jesus Quaresma. *Utilizando os poliminós no ensino de geometria plana na educação básica.* 2018. 101f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Pará, Belém 2018. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=160050191>. Acesso em: 5 set. 2018.

SALLA, Fernanda. O que são fractais? *Ciência, Mundo Estranho*. Publicado em 11 mar. 2011 Disponível em: <https://super.abril.com.br/mundo-estranho/o-que-sao-fractais/>. Acesso em: 5 de set. 2018.

SANT'ANA, Marilaine de Fraga; AQUINO, Vitor Coronel; LENZ, Denise. Representação da solubilidade de sais inorgânicos em água por modelos matemáticos. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*. v. 7, n. 1 (2005). Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/184/168>. Acesso em: 15 set. 2018.

SANTOS, Anderson Oramisio; JUNQUEIRA, Adriana Mariano Rodrigues; OLIVEIRA, Guilherme Saramago de. Teorias da aprendizagem e conhecimento matemático: aportes teóricos a prática docente. jan./jun. 2015. Disponível em: <http://www.seer.ufu.br/index.php/perspectivasempsicologia/article/download/30853/16835.>. Acesso em: 9 set. 2018.

SCHATTSCHNEIDER, Doris; WALKER, Wallace. *Caleidociclos de M. C. Escher*. Trad. de Maria Odete Gonçalves Koller. Rio de Janeiro: Evergreen Paisagem, 1997.

SCHNEPS, Leila; COLMEZ, Coralie. *A matemática nos tribunais*: uso e abuso dos números em julgamentos. Rio de Janeiro: Zahar, 2014.

SCHREINER, Ingo Valter; Caleidociclos. Revista do Professor de Matemática, v.8, Rio de Janeiro: SBM, 1986. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/8/5.htm>. Acesso em: 25 ago. 2018.

SILVA, João Batista da. Brincando com a matemática. *Revista do Professor de Matemática*, v.25, Rio de Janeiro: SBM, 1994. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/25/7.htm>. Acesso em: 25 ago. 2018.

SILVA, Reginaldo Alexandre Da. *Caleidociclos*. 2017. 115f. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Universidade de São Paulo, São Carlos, São Paulo. 2017. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55136/tde-11042017-095821/ptbr.php>. Acesso em: 29 ago. 2018.

SILVA, Ricardo Augusto Oliveira da. *Uso do princípio de indução matemática e fórmulas de recorrência no ensino básico.* 2018. 100f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2018. Disponível em: <https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=160052241>. Acesso em: 5 set. 2018.

SILVEIRA, Roberto Brasil da; GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira. Energia solar no ensino da matemática: uma proposta para o Ensino Médio. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*. v. 7, n. 1 (2005). Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/192/176>. Acesso em: 15 set. 2018.

SIQUEIRA, José de Oliveira. Origami e geometria. *Revista do Professor de Matemática*, v.16, Rio de Janeiro: SBM, 1990. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/16/5.htm>. Acesso em: 19 ago. 2018.

SÓ matemática, Disponível em: <https://www.somatematica.com.br/softOnline/GeradorDominos/gerador.php>. Acesso em: 5 set. 2018.

SKINNER, Burrhus Frederic. Sobre o Behaviorismo. São Paulo: Pensamento-Cultrix, 1991.

STEWART, Ian. *Os números da natureza: a realidade irreal da imaginação matemática*. Rio de Janeiro. Editora Rocco, 1996.

STEWART, Ian. *Almanaque das curiosidades matemáticas*. Rio de Janeiro: Zahar, 2009.

STEWART, Ian. *Dezessete equações que mudaram o mundo*. Rio de Janeiro: Zahar, 2013.

STEWART, Ian. *Os maiores problemas matemáticos e todos os tempos*. Rio de Janeiro: Zahar, 2014.

STEWART, Ian. O*s mistérios matemáticos do professor Stewart*: resolvidos por Hemlock Soames e dr. Watsup. Rio de Janeiro: Zahar, 2015.

SZPIRO, George. *A vida secreta dos números*: 50 deliciosas crônicas sobre como trabalham e pensam os matemáticos. Rio de janeiro: Difel, 2011.

TAHAN, Malba. *O homem que calculava*. Rio de Janeiro: Record, 2010.

TATARKIEWICZ, Władysław. *Historia de la estética I*: la estética antigua. Madrid: Akal, 2002.

TERADA, Routo. Criptografia e a importância de suas aplicações. *Revista do Professor de Matemática*, v.12, Rio de Janeiro: SBM, 1988. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/12/1.htm>. Acesso em: 19 ago. 2018.

VYGOTSKY, Lev Semenovitch. Psicologia Pedagógica. São Paulo: Wmf Martins Fontes, 2010.

WAGNER, Eduardo. O símbolo da SBM. *Revista do Professor de Matemática,* v.20, Rio de Janeiro, SBM, 1992. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/20/3.htm>. Acesso em: 19 ago. 2018.