UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL REI
Departamento de Matemática e Estatística
Campus Santo Antônio - São João Del Rei

PATRÍCIA DE ALMEIDA LIGUORI

INTRODUÇÃO À ÁLGEBRA ATRAVÉS DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM UMA TURMA DO 8º ANO DE UMA ESCOLA ESTADUAL DE BARBACENA-M.G.

2020

PATRÍCIA DE ALMEIDA LIGUORI

INTRODUÇÃO À ÁLGEBRA ATRAVÉS DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM UMA TURMA DO 8º ANO DE UMA ESCOLA ESTADUAL DE BARBACENA-M.G.

Dissertação apresentada à Universidade Federal de São João Del Rei como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para a obtenção do título de "Mestre".

Orientadora

Profa. Dra. Andréa Cristiane dos Santos Delfino

SÃO JOÃO DEL REI

MINAS GERAIS

2020

Ficha Catalográfica Preparada pela Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central da UFSJ

Liguori, Patrícia Almeida

Introdução à Álgebra através da metodologia de resolução de problemas em uma turma do 8º ano de uma escola estadual de Barbacena-M.G./ Patrícia Almeida Liguori. - - São João Del Rei: UFSJ, 2020. 79p.

Dissertação de Mestrado Universidade Federal de São João Del-Rei.
Departamento de Matemática e Estatística. Mestrado Profissional em Matemática-PROFMAT, 2020

Orientadora: Professora Doutora Andréa Cristiane dos Santos Delfino

1.Álgebra. 2. Método de resolução de problemas de Polya.

PATRÍCIA DE ALMEIDA LIGUORI

INTRODUÇÃO À ÁLGEBRA ATRAVÉS DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM UMA TURMA DO 8º ANO DE UMA ESCOLA ESTADUAL DE BARBACENA-M.G.

Dissertação apresentada à Universidade Federal de São João Del Rei como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para a obtenção do título de "Mestre".

Aprovada em 12 de março de 2020

Profa. Dra. Andreza Cristina Beezão Moreira – UFLA

Profa. Dra. Andréia Malacarne – UFSJ

Profa. Dra. Andréa Cristiane dos Santos Delfino

UFSJ

(Orientadora)

SÃO JOÃO DEL REI
MINAS GERAIS
2020

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, que me iluminou, me acompanhou durante toda esta trajetória.

À Universidade Federal de São João Del Rei, ao Departamento de Matemática e Estatística e ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional pela oportunidade de realizar este curso.

Aos colegas de curso que compartilharam dessa jornada comigo.

Aos professores, mestres, doutores e orientadores, por transmitirem domínio, conhecimento e sabedoria, agregando conhecimentos ao decorrer de nossa vida profissional e pessoal.

À CAPES pelo apoio e suporte financeiro.

À minha família que me apoiou desde o início, pois sabíamos que não seria fácil concluir o Curso de Mestrado, porém não impossível.

À minha amada mãe pelo apoio e paciência nos dias de avaliações.

À minha orientadora Andréa, por ser tão paciente e amiga.

"*Só é digno da liberdade, como da vida, aquele que se empenha em conquistá-la*".

Johann Goethe

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURA

LISTA DE QUADROS

RESUMO

Liguori, Patrícia de Almeida. **INTRODUÇÃO À ÁLGEBRA ATRAVÉS DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM UMA TURMA DO 8º ANO DE UMA ESCOLA ESTADUAL DE BARBACENA-M.G.** 79p**.** Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional) – Universidade Federal de São João del Rei, São João del Rei, MG.*

Durante minha trajetória lecionando para o Ensino Fundamental II, percebi a grande dificuldade dos alunos em compreender o pensamento algébrico da maneira tradicional como é ensinado. Vários métodos podem ser utilizados para auxiliar a aula tradicional de um professor. Neste trabalho utilizou-se a Metodologia de Resolução de Problemas apresentada por Polya (1995-2003), com o intuito de entender se este método é eficiente para a introdução do tema: Álgebra. Para tanto, utilizou-se o seguinte procedimento em duas turmas de 8° ano da Escola Estadual Henrique Diniz da cidade de Barbacena-MG: em uma turma a introdução da Álgebra foi feita pelo método tradicional de ensino e na outra utilizou-se o método de Polya (1995-2003). Pelo estudo efetivado, pode-se constatar que a metodologia da resolução de problemas foi satisfatória para definir expressão algébrica e valor numérico de uma expressão, quando comparado com o ensino tradicional.

Palavras-chave: Álgebra; Método de resolução de problemas de Polya.

****Comite orientador** Profa. Dra. Andréa Cristiane dos Santos Defino – UFSJ (orientadora) e Profa. Dra. Andréia Malacarne – UFSJ (coorientadora)

ABSTRACT

Liguori, Patrícia de Almeida**. INTRODUCTION TO ALGEBRA USING PROBLEM SOLVING METHODOLOGY IN NA 8TH GRADE CLASS AT A STATE SCHOOL IN BARBACENA-M.G.** 79p. Dissertation (Professional Master's degree in the National Network) at the Federal University of São João Del-Rei, São João Del-Rei, MG, Brazil.*

During my trajectory teaching for Elementary School II, I could see the great difficulty of the students in understanding algebraic thinking in the traditional way as it is taught. Various methods can be used to assist a teacher's traditional class. In this work, the Problem Solving Methodology presented by Polya (1995-2003) was used, in order to understand if this method is efficient for the introduction of the theme: algebra. For this purpose, the following procedure was used in two classes of 8th grade at the Henrique Diniz State School in the city of Barbacena-MG: in one class the introduction of algebra was done by the traditional teaching method and in the other the method of Polya (1995-2003) was used. From the study carried out, it can be seen that the problem solving methodology was satisfactory to define algebraic expression and numerical value of an expression when compared to traditional teaching.

Keywords: Algebra; Polya's Problem Solving Techniques.

---
*__Guidance Committee:__ Prof. DSc. Andréa Cristiane dos Santos Defino – UFSJ (Adviser) e Prof. DSc Andréia Malacarne – UFSJ (Co-Adviser)

1 INTRODUÇÃO

Tem-se o entendimento que a matemática incide como uma área criada pelo homem e os objetivos aos quais a se relaciona compreendem como construções de ordem sócio-histórico-culturais que se desenvolveram a partir da inclusão de métodos específicos de raciocínio que cooperaram de maneira peculiar para o processo de evolução da sociedade como um todo.

No contexto escolar, a Matemática é demonstrada aos alunos sem que haja qualquer menção sobre sua ação de desenvolvimento e formação de conceitos, sendo apresentados procedimentos e artifícios, desconsiderando a realização de reflexões a respeito de suas percepções e significados, denotando-se como uma atividade mecânica.

No que tange à Álgebra, analisa-se que esta compreende uma área da Matemática onde se verificam situações de constantes embates quanto à aplicação de métodos, que sejam ou não tradicionais, tendo, portanto, a presença de alunos que são aptos a trabalhar com símbolos matemáticos, sem, contudo, conseguir realizar generalizações.

Igualmente, quando se aborda o ensino da Álgebra em sala de aula é possível examinar acerca de problemas intrínsecos à incompreensão de métodos e técnicas algébricas, associando-se à falta de entendimento quanto aos significados e conceitos algébricos, o que pode ser decorrente de metodologias que mascaram a origem da matemática e os processos de concepção do conhecimento matemático.

Neste ínterim, conjetura-se que promover a alfabetização algébrica nos alunos do ensino fundamental vem sendo ponderado como um desafio a ser cumprido pelos professores, uma vez que os problemas decorrentes desses processos são oriundos do modo como a Álgebra é inserida ao corpo discente, o que incita ao desconhecimento destes quanto à aplicação dos conceitos algébricos.

Logo, é entendido que no momento em que a Álgebra é inserida em sala de aula é comum que alunos não tenham conhecimento a respeito de quais são seus empregos ou aplicações em ambiente prático. Quando os alunos deixam de fazer questionamentos quanto ao uso da Álgebra e como esta deve ser compreendida diante de sua linguagem formal, tem-se o início de uma concordância da Álgebra como um instrumento empregado para a solução de atividades, e, no momento em que se têm alunos pressionados pelas instituições de ensino, a Álgebra é estudada como meio de alcançar a aprovação nos exames relativos aos seus conteúdos.

Partindo dessa premissa, este estudo é justificado em face de se atentar ao relevo que a Álgebra ocupa no ambiente intra-classe, sendo considerada como um componente basilar para o ensino de matemática no ensino fundamental, ocupando uma posição significativa para que os alunos sejam capazes de desenvolver a capacidade de abstração e generalização.

Cabe acrescer à justificativa o fato de a autora, no decorrer de suas experiências em sala de aula, constatar uma grande dificuldade dos alunos do 8º ano da Escola Estadual Henrique Diniz em compreender a Álgebra e seus desdobramentos, ou seja, o não entendimento do porquê de as letras encontrarem-se presentes nos problemas.

Dentro desse enfoque, a questão emergida como problema a ser desenvolvido no estudo incide em: Como introduzir uma expressão algébrica e calcular o valor numérico de uma expressão algébrica, através da resolução de problemas?

O ensino e aprendizagem de teorias que abrangem conhecimentos algébricos vêm sendo assinalado como importante para que alunos despertem o pensamento algébrico, estimulando-os para a execução de atividades que se conectem com os diversos conceitos da Álgebra.

Em sala de aula coloca-se como notório considerar sobre o emprego de recursos, metodologias, técnicas e linguagens diversificadas com a finalidade de aprimorar e melhorar o processo de ensino-aprendizagem, tornando-se de relevo estimular a criação de situações que possuam como intento desenvolver as capacidades conexas com os conhecimentos e experiências por parte dos alunos.

No ensino de Álgebra pela resolução de problemas tem-se a presença da aplicação de práticas pedagógicas e metodologias que visem uma formação melhor dimensionada e ampla do aluno, permitindo a realização de reflexões, exames, investigações e generalizações que contribuam para o desenvolvimento dos processos de ensino-aprendizagem, com alunos detendo de um pensamento algébrico.

A resolução de problemas almeja demonstrar aos alunos uma compreensão adequada sobre o conhecimento matemático, fazendo com que as práticas orientadas ao ensino-aprendizagem sejam mais eficazes.

Atendendo ao exposto, este estudo tem como objetivo analisar a funcionalidade da metodologia de resolução de problemas para introduzir a linguagem algébrica, sendo examinado o desenvolvimento nos processos de ensino e aprendizagem da Álgebra de duas turmas de 8° ano do ensino fundamental da Escola Estadual Henrique Diniz, localizada na cidade de Barbacena-MG.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Considerações a respeito do processo de desenvolvimento histórico da Álgebra

Lange (2016) analisa que o ensino de Álgebra no contexto brasileiro começou a integrar as bases curriculares a partir de 1799, e a partir de então, pode-se verificar um significativo desenvolvimento em distintas áreas, uma vez que até a década de 1960 esse conceito incidia como unicamente reprodutivo, sem que houvesse atenção acerca do entendimento dos alunos, demonstrando a aplicação da Álgebra em outros segmentos de conhecimento ou mesmo apresentando-a de maneira efetiva e que almeja despertar o interesse dos estudantes.

Nobre, Amado & Ponte (2015) avaliam que na Álgebra, a resolução de problemas é entendida em uma conjuntura única de aprendizagem matemática, incidindo em uma das análises propostas para o estudo de Álgebra em face de melhorar o processo de desenvolvimento de processos de caráter algébrico.

Logo, Coelho & Aguiar (2018) aclaram que na Álgebra a resolução de problemas passa a ser compreendida como um mecanismo de relevo para se melhorar e mudar a percepção dos alunos sobre a aprendizagem de Álgebra.

O processo de desenvolvimento histórico da Álgebra busca, em suas teorias, enfatizar que este tema, no decorrer dos anos, é discorrida como uma atividade que almeja trabalhar e incitar a observação, pensamento e raciocínio algébrico no que se refere à inclusão da linguagem algébrica e domínio de procedimentos formais de essência algébrica.

Brum (2013), em paralelo, explana que os procedimentos algébricos são vistos, por vezes, como complexos sob a ótica dos alunos e para solucionar problemas algébricos, como equações, fatorações de expressões algébricas, é importante que os conhecimentos adquiridos sejam adequadamente empregados, assim como técnicas e métodos de realização de manipulações algébricas.

Conforme Bortolleti (2014), o trabalho realizado com a Álgebra incide em algo abstrato, embora possua conteúdos de simples aplicação em um contexto real, dando ao ensino um sentido prático diante das questões estudadas no ambiente escolar, e que não comprometem o desenvolvimento educacional. Assim, a Álgebra torna-se um meio de se favorecer o processo de produção e aprendizagem dos alunos.

A função do professor diante do ensino da Álgebra nas escolas consiste em algo decisivo em sua proposta de ensino aos alunos, uma vez que resulta na aprendizagem dos mesmos, e cabe aos professores buscarem por estratégias que ofereçam um processo de ensino-aprendizagem aos alunos. (VALÉRIO, 2017)

Dentro desse enfoque, este tópico apresenta como escopo contextualizar a Álgebra em seus princípios, com análise sobre seu contexto histórico, delineação de métodos algébricos e ensino da Álgebra no contexto escolar, associando o desenvolvimento da Álgebra com seu ensino, o que explana o relevo do assunto diante da temática trabalhada.

2.1.1 Contexto histórico da Álgebra

Bortolleti (2014) analisa que para que haja um entendimento mais adequado sobre o modo com que a Álgebra é abordada e ensinada no ambiente atual, é importante que se tenha percepção sobre o desenvolvimento histórico que abarca.

É percebido, sob a ótica do autor, que alguns estudiosos adotam como elemento de referência na Álgebra o momento em que esta área da Matemática começou a atentar-se com o sistema de estudo de operações associadas a objetos abstratos, que não consistam especificamente como quantitativos, transcendendo, deste modo, o estudo feito das equações e operações com números generalizados.

A partir dessa conjuntura, Valério (2017) observa a adoção em que classifica a Álgebra como clássica ou elementar e Álgebra moderna ou abstrata. Partindo desse preceito, entende-se que a Álgebra era abordada como um tipo de aritmética generalizada, e ainda assim como um sistema assinalado pela presença de símbolos e regras de operações onde os elementos não compreendem sistematicamente como numéricos e as operações são condicionadas a somente uma conexão interna.

Para Lange (2016), na Álgebra abstrata, por exemplo, tem-se a presença de bases algébricas vistas como espaços vetoriais, e, paralelamente, é analisado que a Álgebra abstrata é discorrida por alguns historiadores como um processo que é categorizado em três etapas, que incidem, respectivamente, em: Álgebra retórica, que perdurou de 1700 a.C até 250 d.C; Álgebra sincopada, presente entre 250 d.C até cerca de 1500 d.C e por fim, a Álgebra simbólica, que é demonstrada a partir de 1500 d.C.

O que se entende, na visão de Bortolleti (2014), é que a Álgebra retórica é avaliada como o momento inicial da Álgebra, onde se tinha o emprego de palavras, sem que houvesse uso de símbolos ou abreviações. Já no período assinalado pela Álgebra sincopada este processo de utilização de símbolos e abreviações começa a ser inserido e, na Álgebra simbólica, é findada a classificação com a continuidade dos símbolos e abreviações.

Em contrapartida, cabe salientar que no processo de desenvolvimento histórico da Álgebra tem-se uma ótica de que esta se fundamenta no sentido que é cominado aos símbolos em períodos anteriores e posteriores às publicações de Viète, este considerado como o matemático responsável pela inclusão do primeiro registro algébrico de cunho sistematizado, colaborando em seus estudos para os princípios relacionados às equações. (MARCUSSI, 2013)

Logo, o que se percebe, sob o enfoque de Marcussi (2013), é que até se ter a presença de Viète, os símbolos eram empregados somente como meio de se demonstrar quantias não conhecidas no que se refere às equações, e após Viète teve-se a utilização de letras como acréscimos diante da representação de coeficientes.

Por meio desse método de apresentação de equações, é percebida maior acessibilização às classes de equações, como por exemplo, estudar as possibilidades de se resolver corretamente uma equação que se encontra no formato $Ax^2 + Bx + C = 0$, presume a percepção de que o x simboliza um valor ainda não conhecido e A, B e C são denotados como padrões numéricos, conforme elucidam Nobre, Amado & Ponte (2015).

Brum (2013), compreende que dentre as três apresentações do desenvolvimento histórico da Álgebra, um elemento comum aos mesmos é visualizado, que incide no fato de todas, em caráter inicial, dispor de estudos de concepções menos abstratas. Na primeira fase foi iniciada o estudo de generalizações e determinadas equações, e, na sequência, na segunda fase foi empregada as palavras e na terceira a letra passou a ser usada somente como meio de se demonstrar quantias ainda não conhecidas.

Assim sendo, Araújo & Fillos (2015) discorrem que pelo desenvolvimento histórico da Álgebra torna-se possível averiguar que só depois de tramitado uma dada fase de conhecimento é que começaram a surgir trabalhos pautados em outras percepções mais abstratas acerca da Álgebra, como símbolos que explanam sobre quantidades de essência não numérica.

Lange (2016), acrescenta que este entendimento integra o processo empregado para o ensino e aprendizagem, sendo importante que seu início compreenda como menos abstrato de modo que a Álgebra não seja atentada e limitada a apenas um conjunto formado por letras e regras.

Paralelamente, Coelho & Aguiar (2018) conjecturam que quando se aborda designadamente para o contexto histórico da Álgebra ou mesmo para o processo de desenvolvimento das técnicas algébricas, pode-se compreender que este ocorre por meio da presença das três já mencionadas etapas, sendo estas associadas à evolução do posicionamento algébrico dentro do processo de ensino e aprendizagem de alunos.

Na Álgebra, inicialmente a resolução de problemas se liga à presença de equações de primeiro ou segundo graus que geralmente passam por descrição, problemas e soluções de maneira eloquente. Além disso, percebe-se que como estas equações apresentavam como estímulo, de modo geral, a resolução de problemas de natureza geométrica, tanto o processo de solução dos referidos problemas quanto suas justificativas, dispunham dessa direção. (VALÉRIO, 2017)

Coelho & Aguiar (2018) destacam, neste contexto, que não em causalidade os números de teor negativo e também o zero levaram certo tempo para ter a mesma aceitação que aqueles números que são positivos. O que se explica é que os números quando compreendem como negativos, mesmo que não possuíssem uma interpretação ajustada quando registrados de maneira separada, ligavam-se à escassez de um conhecimento sobre a preparação estabelecida entre eles, o que contrariamente acontecia quando se conjeturava sobre a esfera dos números de ordem positiva. É pertinente, dentro do apresentado ressaltar, segundo Valério (2017), que possivelmente e não por situações eventuais que esta percepção incide como uma potencial dificuldade enfrentada pelos alunos que frequentam os anos conclusivos do ensino de base fundamental.

Seguindo essa linha, Coelho & Aguiar (2018) elucidam sobre a colaboração dada de forma substancial dos estudiosos de Matemática da Índia no que tange ao discorrido, uma vez que se por um lado tem-se um sistema posicional decimal indiano que se insere à esfera europeia no século XII por meio das indagações feitas por Fibonacci, com influência árabe, em contrapartida o que se pode perceber é que os indianos não dispunham de compreensão precisa acerca dos números negativos com inclusão do zero.

Na sequência do desenvolvimento histórico da Álgebra tem-se conteúdos que mencionam sobre Brahmagupta, um matemático de origem indiana que esteve presente no século VII e que já apresentava conhecimento sobre o processo de operacionalização destes números, e com uma conotação de maior uso e objetividade no que tange a esses conteúdos, matemáticos. (MARCUSSI, 2013)

Araújo & Fillos (2015) percebem que a excentricidade verificada com os números negativos e com o zero seria duradoura em suas discussões, com embates diversos e opiniões contraditórias sobre o posicionamento que deveriam ocupar, o que apenas seria solucionado no momento em que a Matemática amadurecesse em prol de uma adequada formalização dos conjuntos numéricos com suas operações a serem efetivadas.

Por conseguinte, tem-se no desenvolvimento da Álgebra uma procura pela inclusão de padrões e regras, e o que se analisa é que dentro do processo histórico da própria Matemática e Álgebra, ambas almejam inserir modelos que delineiem as estruturas a serem avaliadas e estudadas.

Com análise à reunião de números inteiros e atividades relacionadas à soma, assim como o conjunto das funções bijetoras e operações de composição, discorre-se que estas partilham de três características designadas como associatividade, presença de um fator neutro e presença de fatores inversos o que, em decorrência dos mesmos, acabam sendo denotados de grupos algébricos. (COELHO & AGUIAR, 2018)

Considerando o conceito de grupos algébricos apresentado por Coelho & Aguiar (2018) cabe reforçar que estes grupos são avaliados em atenção ao conjunto de números inteiros, de soma e de composição, segundo exposto, sendo divididos nas propriedades discorridas pelos autores, destacando que os conjuntos, mesmo diferentes, dividem padrões que devem ser avaliados.

Conquanto, Nobre, Amado & Ponte (2015) analisam diversas distinções entre esses conjuntos, como a atividade de soma avaliada dentro do conjunto dos inteiros e que compreende em uma operação comutativa, visto que não se considera a ordem dos fatores que integram essa soma, porém, a operação em si apenas analisada no momento em que é verificado um conjunto de funções que não seja comutativa.

O que se entende pelo apresentado é que os conjuntos, mesmo diferentes, dividem modelos matemáticos, e na situação da Álgebra, um aspecto de relevo a ser mencionado e que contribui na compreensão dos padrões presentes incide na concepção de um sistema peculiar. (BRUM, 2013)

Com atenção a esse tema, passa a ser cômodo discorrer, conforme Coelho & Aguiar (2018), que esta fase encontra-se arraigada ao desenvolvimento das notações Matemáticas que se ajustaram parcialmente somente a partir do século XVI, e, assim, a Álgebra, transcendendo a geometria, esteve conectada a esse desenvolvimento para se estabelecer como um segmento de conhecimento.

Araújo & Fillos (2015) compreendem que a evolução das notações consiste, geralmente, nas fases já abalizadas em linhas anteriores como retórica, sincopada e simbólica. Em acordo ao mencionado, avalia-se que atuar em ambiente intra-classe atendendo a esse caminho e através de um problema retórico visando alcançar uma expressão de cunho algébrico é visto como de relevo, sendo realizado em diversas situações.

Para tal, é importante que haja uma conexão que se estabeleça entre o processo e a procura por padrões, e pela introdução de uma simbologia peculiar que supra a teoria aliada à percepção de se encontrar pressupostos e justificativas que não se ligue efetivamente à geometria. Entende-se como expressivo atentar-se às estruturas que as técnicas algébricas têm a possibilidade de se embasar. (BRUM, 2013)

Todavia, Coelho & Aguiar (2018) abalizam que o processo empregado para a formalização dos conjuntos numéricos e suas características apenas se efetivou no fim do século XIX e, a partir desse momento, a Álgebra obteve uma base abstrata que proporcionou o seu desenvolvimento como esfera de pesquisa.

2.1.2 Teoria a respeito da presença de métodos algébricos

O que conjectura-se, pelo apresentado, é que a elocução algébrica foi alterada como o decorrer dos séculos, e, etimologicamente o vocábulo em tese é proveniente do árabe "*al-jabr*", surgindo após o século IX, o que não anula as considerações demonstradas no tópico anterior, uma vez que antes da inclusão dos métodos atualmente denotados de algébricos, em períodos anteriores os mesmos eram mencionados como métodos de natureza aritmética, percepção que corrobora com as análises de Coelho & Aguiar (2018).

Logo, tanto a aritmética quanto a Álgebra teriam a possibilidade de serem discorridas com a mesma ocorrência Matemática, mas diante das fases pelas quais a Álgebra trilhou, tramitando de bases concretas às abstratas, com diversas concepções, é pertinente ao estudo não aprofundar sobre as discussões em que os termos abarcam, focando, portanto, na compreensão dos métodos algébricos, que se associam à coordenação de operações feitas em conjuntos e suas características fundamentais. (BRUM, 2013)

Com o escopo de promover maior compreensão sobre o assunto, tem-se de início, na Álgebra e seus métodos, a inclusão de uma fórmula conotada comumente de Bhaskara, esta que proporciona a busca por solucionar uma equação de segundo grau. (MORETTI, 2014)

A fórmula de Bhaskara está relacionada à equação

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad (1)$$

em que os coeficientes a, b, c pertencem ao conjunto dos números reais e $a \neq 0$.

De acordo com Moretti (2014), obter uma solução para a equação (1) consiste em determinar o elemento r pertencente ao mesmo conjunto numérico de tal modo que trocar o x pelo r torne a relação $ar^2 + br + c = 0$ verdadeira. Para Coelho & Aguiar (2018), o que se extrai pelo apresentado é que a partir dessa sentença Matemática tem-se a inclusão, objetivamente, de das operações de multiplicação e adição, onde, respectivamente são apontadas por $r^2 = r.r$, $ar^2 = a\ .\ r^2$, $br = b\ .\ r$ e $ar^2 + br$, $br + c$.

Pelo exemplo demonstrado pelos autores, torna-se possível compreender que estas operações, dependendo do conjunto numérico empregado, atendem a determinadas características.

Da relação $ax^2 + bx + c = 0$, em que $a \neq 0$, obtém-se a fómula de Bhaskara, dada pela equação (2):

$$r = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad (2)$$

Coelho & Aguiar (2018) completam que pela fórmula é possível verificar a presença da radiciação e, em decorrência disso, tem-se a necessidade de se realizar um exame acerca da possibilidade de se efetivar a referida operação, ponderando sobre a conjetura de $b^2 - 4ac$ ser ou não um número positivo.

Moretti (2014) avalia que a operação destacada de divisão, que pode ser observada na equação (2), é interpretada como um tipo de multiplicação pelo fator inverso de $2a$. Pelo apresentado, destaca-se que os métodos algébricos incidem naqueles que abrangem a presença de operações intrínsecas a conjuntos determinados previamente.

Estas operações arraigam-se às características de associatividade, comutatividade e presença de um fator neutro da operação assim como elementos opostos ou inversos e que igualmente sejam concernentes à operação avaliada. Características distributivas compreendem como de relevo se no conjunto forem demonstradas como mais que uma operação. (BRUM, 2013)

2.1.3 Desígnios da Álgebra sob o enfoque escolar

Avalia-se que, no decorrer de algumas décadas, os exames realizados pelo governo indicam potenciais problemas no processo de aprendizagem da Matemática, sobretudo no que se refere ao ensino de Álgebra, e estas pesquisas, segundo a visão de Coelho & Aguiar (2018), elucidam sobre a necessidade de se desenvolver nos estudantes a competência para abstração.

O que se entende, conforme Nobre, Amado & Ponte (2015), é que as falhas no aprendizado da Álgebra podem ser consequências de um processo onde o ensino desse segmento da Matemática vem sendo estudado e analisado no decorrer de anos, sem se dar a devida importância ao pensamento algébrico, estando essa dificuldade presente na esfera escolar atual.

Ainda seguindo a ótica concebida por Coelho & Aguiar (2018), no ambiente brasileiro, mesmo diante da presença de distintas reformas de cunho educacional, assim como novas diretrizes e orientações sugeridas em beneficio do sistema em questão, é percebido que em se tratando do ensino da Álgebra, poucas mudanças na Educação Básica puderam ser observadas.

No ensino da Álgebra, de certa forma, ainda pode ser visto que ainda se sobressai a aprendizagem de uma reunião de métodos e técnicas de natureza operatória que visam somente solucionar equações sem que as mesmas sejam adequadamente contextualizadas. (BORTOLLETI, 2014)

Conforme esse ambiente, torna-se pertinente a inclusão de embates acerca do ensino de Álgebra, discutindo se o mesmo consegue oferecer aos estudantes uma aprendizagem efetiva. Para tal, com o escopo de se compreender essa realidade, não se deve atentar apenas à conjuntura atual, mas, em especial, entender o modo como o ensino de Álgebra foi sendo desenvolvido com o decorrer dos anos e quais os conceitos percorreram por este caminho. (MORETTI, 2014)

Conforme mencionado, cada momento do processo de desenvolvimento do ensino de Álgebra precisa ser ponderado, avaliando conceitos e características que acabaram por exercer influência no processo de ensino de maneira expressiva. (NOBRE; AMADO & PONTE, 2015)

Logo, Coelho & Aguiar (2018) mencionam que no momento designado como de mudança na Álgebra, que incidiu como o fundamento do ensino desta, tanto no que diz respeito ao contexto brasileiro, quanto de outros países, no decorrer do século XIX e fases iniciais do século XX, teve-se um sistema onde se conseguia fórmulas algébricas semelhantes entre si a partir da utilização de regras e características válidas, implicando, em um último momento, em simples jogos, por vezes artificial, de competências que almejam a resolução de problemas.

Neste fundamento, tinha-se a convicção de que os alunos eram capazes de obter a resolução de problemas, estes que em sua maior parte eram mudados dentro da própria realidade. Todavia, o que se avalia, a partir da década de 1950 até 1970, é a presença do Movimento da Matemática Moderna que fez uma consonância ao conceito demonstrado.

Neste entendimento, Nobre, Amado & Ponte (2015) examinam que a função pedagógica a ser exercida pela Álgebra passa a incidir em uma base para se ensinar a

Matemática, e com atenção a essa postura, é que foi prevalecida a concepção de que, ao se explicar as mudanças vistas no transformismo algébrico por meio da inclusão de características estruturais das operações, ter-se-ia a promoção da capacitação dos alunos diante da identificação dessas estruturas em outras conjunturas, bem como em suas aplicações. E para tal, Bortolleti (2014), observa que os elementos algébricos passaram por um processo de reorganização de modo que conseguisse inicialmente ensinar sobre os conjuntos numéricos, com suas propriedades estruturais, bem como sentenças abertas e fechadas, o conjunto-universo e verdade, além das equações e inequações do primeiro grau.

Após a efetivação desses estudos é que as expressões algébricas seriam analisadas, o que abrange valores numéricos, operações e fatoração, e por último a introdução de novos teores algébricos, ou seja, as funções (LANGE, 2016). Em um momento seguinte, teve-se uma sintetização entre os conceitos mencionados por meio da busca por uma mistura entre a essência da justificação das passagens visualizadas no transformismo algébrico com o valor material da Álgebra que incidia no fundamento da Matemática moderna. (COELHO & AGUIAR, 2018)

Todavia, o que pode ter sido a razão de se assinalar a presença deste preceito incidiu no uso de recursos analógicos geométricos e, logo, visuais, e que é avaliado pelo fato de que ao se explicar sobre identidades algébricas a partir de organizações geométricas, os alunos teriam a possibilidade de usar o aprendizado ao invés de dispor de uma abordagem essencialmente lógica e simbólica. (BRUM, 2013)

Essa linha de abordagem explana uma associação intrínseca com o processo histórico do ensino da Álgebra, uma vez que, por um longo período as avaliações feitas para a resolução das equações algébricas fundamentavam-se em construções de caráter geométrico. (MORETTI, 2014)

Àqueles que eram favoráveis ao conceito tinham o conhecimento de que esta fase geométrica e visual formaria uma primeira etapa de aprendizagem, que, por conseguinte, seria demonstrado aos alunos por uma análise simbólica. Este tipo de avaliação pode ser entendida como um potencial problema de aprendizado, e que conforme o avaliado no processo de desenvolvimento histórico da Álgebra, a percepção em tese incidiu no fato de que Álgebra não se manteria de forma independente de justificativas geométricas, o que atrapalhou o desenvolvimento das bases e pensamentos algébrico-abstrato. (COELHO & AGUIAR, 2018)

E embora se assinale de forma distinta, tem-se também a explanação da função do ensino em prol das regras algébricas, conectando-se ao transformismo algébrico. (BORTOLLETI, 2014)

Pelo exposto, é analisado que essas três avaliações levam ao dúbio de se limitar o ensino de Álgebra a uma simples ordenação de princípios algébricos, e o treinamento de técnicas algébricas ainda é notório diante do ensino da Álgebra.

Nobre, Amado & Ponte (2015) analisam que na escola básica o enfoque, deste tipo de ensino ainda incide em mensurar a capacidade de manipular distintas técnicas operatórias, o que versa em uma competência que sozinha não é vista como fundamental no contexto de vida de adulto do estudante diante do desenvolvimento que se verifica atualmente na esfera tecnológica.

Paralelamente, o que se verifica na dimensão atual é que a maior parte da literatura presente no Ensino Fundamental promove maior destaque ao processo de ensino de regras e técnicas de operação, sendo necessário que haja mecanismos orientados à ampliação de conceitos algébricos e pensamento na área.

Considera-se que para que haja um ensino de Álgebra, cabe aos docentes o desenvolvimento do ato de pensar dos alunos, com a promoção de um raciocínio algébrico, sendo relacionado à maneira de escrever este pensamento e essas competências precisam ser desenvolvidas em conjunto sem que haja destaque de uma em prejuízo de outra, conectando os resultados alcançados com o modo de se pensar daquela conjuntura de ensino, e não com o meio considerado como mais simples para a resolução de problemas. (VALÉRIO, 2017)

Esse entendimento corrobora as descrições contidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), onde se enfatiza as competências e habilidades associadas ao desenvolvimento do modo de se pensar algebricamente, e, que conquanto nas séries iniciais já sejam desenvolvidos alguns elementos da Álgebra, é, sobretudo nas séries finais do ensino fundamental que as atividades relacionadas à Álgebra serão, de fato, desenvolvidas. (BRUM, 2013)

Coelho & Aguiar (2018) acreditam que pela investigação de situações-problema é que os alunos serão capazes de reconhecer as distintas funções inerentes à Álgebra, sendo apresentados os problemas a partir de equações e inequações, entendendo, portanto, as regras para resolução de uma equação. Parte do entendimento de que as funções da Álgebra associam-se com a universalização de modelos aritméticos, determinando uma relação entre grandezas, com a modelização e solução de problemas considerados como difíceis em termos aritméticos. E as equações e inequações voltam-se à distinção de elementos, variáveis, incógnitas, demonstrando maior contato com as fórmulas.

Essa direção cominada à Álgebra, pela integração de métodos e padrões, assim como o exame da diferenciação de grandezas proporciona a pesquisa sobre o conhecimento de função dentro dos terceiros e quartos períodos do Ensino Fundamental. Todavia, a análise dessa concepção incidirá como elemento de estudo intrínseco ao ensino médio.

Com atenção ao exposto por Lange (2016), o PCN almeja, em suas bases, direcionar os professores para um trabalho feito com o ensino de Álgebra, destacando sobre a inclusão de situações que conduzam os alunos a conceber conhecimentos algébricos por meio da avaliação de regularidades vistas em tabelas e gráficos, determinando relações ao invés de conceber um estudo de Álgebra somente destacando as operações feitas com expressões e equações de um modo estritamente mecânico.

Coelho & Aguiar (2018) verificam que no decorrer dos últimos anos têm-se propostas para a introdução do ensino de Álgebra desde os primeiros anos. E, no ano de 2017 a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) conseguiu determinar os conteúdos mínimos que poderão ser desenvolvidos dentro dos primeiros anos através da inclusão do sistema de nome Unidade Temática Álgebra.

Conectada ao ensino, Bortolleti (2014) avalia, pelo exposto, que o objetivo basal do ensino da Álgebra, tanto em se tratando do ensino fundamental quanto do médio, compreende na criação de um pensamento e reflexão acerca da Álgebra nos alunos, este que se volta ao modo como é formado o pensamento, que tem a possibilidade de iniciar na educação infantil e ir em direção de todo o processo de escolaridade dos alunos, o que explana a universalização do ensino da Álgebra.

2.1.4 Associação entre processo histórico e ensino da Álgebra

Inicialmente, Coelho & Aguiar (2018) discutem que o conhecimento histórico em prol do crescimento de uma ciência, no caso da Álgebra, é visto como fundamental para se atentar quanto às fundamentações teóricas a que se baseia, o que não significa que este caminho precisa ser trilhado, sob a ótica didática, em ambiente intraclasse.

De acordo com o mencionado, os primeiros números ponderados compreenderam aqueles avaliados como naturais, tendo em vista os problemas verificados com contagem, todavia um conceito formal foi visto apenas no século XIX. Seguindo essa linha, aqueles denotados como números complexos apenas foram inseridos, abrangendo regras algébricas, no século XVI por Bombelli, sem que houvesse a presença de uma compreensão formal dos números reais, que somente aconteceria no século XIX ou pela aceitação de números negativos. (COELHO & AGUIAR, 2018)

Em um contexto didático, essa explicação parte do ensino primeiramente de números naturais, sendo seguidos de números inteiros, racionais, reais e complexos em vez de se empregar um parâmetro voltado à ordem cronológica de seus pressupostos teóricos. (BRUM, 2013)

Em paralelo, é pertinente destacar que, segundo Coelho & Aguiar (2018), quando se discorreu sobre a fórmula de Bhaskara, pode-se verificar a presença de uma divisão, sendo possível verificar a divisão de um número a por outro b, que não seja nulo, como o produto deste pelo fator inverso de b: $a/b = a. 1/b$.

Pelo apresentado, é compreendido, na discussão de Moretti (2014), que o processo empregado para a fração de um número denotado como racional não nulo por outro que também não seja nulo é demonstrado pela regra em questão e conquanto esta não passar por um ensino efetivo no Ensino Fundamental, é percebido que essa relação nem sempre é efetuada ou adequadamente ajustada.

Ainda assim, na Álgebra, desenvolve-se maior habilidade para se identificar padrões ou escassez dos mesmos em diversas relações, sendo, pela descrição de seu desenvolvimento histórico, conceito e assimilação com o aprendizado, destacado a importância de se indicar ou não o padrão presente. (NOBRE; AMADO & PONTE, 2015)

Essas avaliações enfatizam sobre a conjuntura de que os educadores de Matemática entendem sobre a criação de um novo pensamento em termos algébricos e assim, foi analisado acerca das quatro maneiras de pensamento da Álgebra, o que coliga a história e análise do relevo da Álgebra na sala de aula, com o desenvolvimento de ideias nos mesmos no decorrer de todo o período denotado como escolar. (BRUM, 2013)

Moretti (2014) pondera que a Álgebra é vista como um estudo universal que deveria encontrar-se presente em todas as fases escolares, e o ensino ao invés de abordar primeiramente a despeito de técnicas de resolução de problemas, deveria promover destaque na análise de significados algébricos.

Os métodos e técnicas algébricas podem ser abordados e associados em prol do aprendizado dos alunos, compreendendo sobre padrões e características pelas quais as operações se associam.

Igualmente as fórmulas, quando aprendidas, também podem ser explicadas por meio de preceitos conceituais, com exames sobre o desenvolvimento dos processos de ensino e aprendizagem de Álgebra. (MARCUSSI, 2013)

Verifica-se, conforme Valério (2017), que o pensamento incide como uma atividade cognitiva das pessoas e torna-se função dos estudantes empregar ou não o pensamento algébrico para solucionar a tarefa na sala de aula, sendo ligado aos instrumentos cognitivos que ele apresenta, sendo função do professor oferecer tarefas que incitem em reflexões e não apenas oferecer trabalhos que demonstrem e reforcem o uso de métodos e técnicas de caráter operatório.

2.1.5 Embasamento pelos PCN e BNCC para o ensino da Álgebra

Tem-se o entendimento de que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que tiveram sua publicação a partir do ano de 1997, conquanto não disponham de uma pujança de lei, são observados como importantes para os preceitos empregados em prol da educação. (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2017)

Moura, Santos & Rêgo (2017) analisam que, no ano de 2017, foi apresentado um novo documento que tinha o intento de unificar o sistema de educação do Brasil, sendo denotado como Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Passos (2015) avalia que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) consiste em um material de cunho normativo que determina os conhecimentos, habilidades e competências que todos os alunos devem desenvolver no decorrer do processo de escolaridade básica, padronizando, assim, as bases curriculares da escola de Educação Básica. De forma distinta, é percebido que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) não detinham de singularidade de intento normativa, porém, foram capazes de exercer influência expressiva em diversas atividades e programas orientados à educação, como se observa pelos sistemas de avaliação de grande proporção. (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2017)

Além disso, Pinto (2017) analisa que os PCN dispuseram de uma função basilar para a concepção da BNCC, estando prevista por meio da Constituição de 1988 assim como pela Lei de Diretrizes e Bases Nacional, demonstrando o relevo de concepção de um sistema nacional comum que delineasse os direitos de aprendizagem dos alunos que se encontram presentes na Educação Básica.

Acredita-se, pelo exposto, que os PCN têm surgimento no ano de 1997 com preceitos e teores que passam por constantes discussões, propiciando a solidificação de percepções e ideias a despeito das necessidades e demandas de formação em todas as áreas que abarcam esse nível de escolaridade. (ERNANDES, 2017)

Moura, Santos & Rêgo (2017) discorrem que os PCN ocasionam, como um todo, na delineação de um grupo orientado ao tratamento da informação, que, no período, foi evidenciado na base curricular do Brasil, adquirindo notória importância ante ao processo de formação de cidadãos dotados de visão crítica, tendo em vista que os teores que compõem esse bloco encontravam-se associados de forma direta com a leitura, assim como interpretação, exame de informações e métodos preventivos ante às situações distintas e tomada de decisões.

Pinto (2017) percebe que os fundamentos examinados pelo tratamento da informação proporcionaram aos alunos conectar adequadamente os elementos que estavam inseridos na sociedade, oferecendo aos mesmos melhor preparação para operar dentro da sociedade.

De acordo com o Ministério da Educação (2017), dentro das bases do PCN e BNCC para o ensino de Matemática nas escolas, pode-se compreender que aos mesmos é oferecido um mecanismo que incita a curiosidade e promove maior desenvolvimento de seu senso de responsabilidade e criticidade, estimulando a concepção de conhecimentos importantes para sua participação nas esferas pessoais e profissionais, que se tornam dotadas de qualidade.

As propostas inerentes à BNCC encontram-se arraigadas na Matemática a partir da presença de temas vistos em cinco unidades, que consistem em Geometria, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade, Aritmética e Álgebra. (LIMA & IANCHINI, 2017)

De acordo com o BNCC, os alunos precisam aprender a desenvolver suas competências de forma a coletar, reunir, organizar, demonstrar, interpretar e examinar informações conforme diversos contextos, de modo a se adotar decisões apropriadas, o que abrange o raciocínio e emprego de conceitos. (ERNANDES, 2017)

Lima & Bianchini (2017) conjeturam que as sugestões e propostas relativas ao PCN abordam o ensino da Matemática sob um enfoque dotado de maior significância, sendo avaliada conforme o entendimento e conexão de teores sociais que incidam como relevantes para os alunos.

A BNCC aporta com o intento de integrar componentes da Educação Básica no Brasil e o PCN contribui na formação de alunos, que devidamente implantados colaboram na execução mais eficaz dos professores em ambiente intra-classe. (PINTO, 2017)

De acordo com o Ministério da Educação (2017) o Ensino Fundamental precisa dispor de um compromisso efetivo com o desenvolvimento da educação Matemática, sendo discorrido como a habilidade de entender, raciocinar, representar e argumentar em uma linguagem Matemática, visando beneficiar a inclusão de conjeturas, bem como formulação e resolução de problemas atendendo a uma diversidade de ambientes, com o emprego de concepções, métodos, eventos e instrumentos matemáticos.

Igualmente, Lima & Bianchini (2017) entendem que é pela doutrina Matemática que se garante aos alunos um melhor reconhecimento de que as noções acerca da Matemática incidem como de grande importância para o entendimento e atividade no contexto que se associam, dando atenção à essência intelectual da Matemática, como fator que beneficia o processo de desenvolvimento do pensamento lógico e crítico, promovendo maior pesquisa e, logo, conhecimento por parte dos alunos.

A despeito das bases do PCN e BNCC acerca da Álgebra na Matemática, entende-se que nesta o escopo visa a concepção de um raciocínio peculiar nos alunos, que consiste em pensamento algébrico, que é avaliado como fundamental para que sejam usados os padrões matemáticos diante do entendimento, demonstração e exame das relações quantitativas de grandezas, assim como de estados e bases Matemáticas, com a inclusão de símbolos e letras. (ERNANDES, 2017)

Para que haja um efetivo desenvolvimento é importante que os alunos atentem-se e sejam capazes de identificar os processos, simetrias e modelos de sequências de números e não numéricos, determinando preceitos matemáticos que explanem a relação de interdependência visualizada em diversos contextos, identificando, também, a criação dos alunos, interpretação e trânsito diante de inúmeras representações de caráter gráfico e simbólico, com a finalidade de se solucionar problemáticas a partir do esboço de equações e inequações, com maior entendimento sobre os métodos usados. (MOURA; SANTOS & RÊGO, 2017)

As percepções Matemáticas essenciais associadas à unidade de Álgebra, de acordo com os embasamentos do PCN e BNCC, incidem em equivalência, variação, proporcionalidade e interdependência, que, de modo sintético, liga-se ao relevo de se destacar o processo de desenvolvimento de uma linguagem, englobando a determinação de generalizações, exame sobre a correlação de grandezas e resolução de problemas a partir de equações e inequações. (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2017)

Dentro desse enfoque é importante, já no Ensino Fundamental em seus anos iniciais, que determinadas esferas da atuação com a Álgebra encontrem-se presentes dentro dos processos de ensino e aprendizagem, como se verifica pelos conteúdos de regularidade, generalização de modelos e características de igualdade. (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2017)

Já nos chamados anos finais do Ensino Fundamental os estudos com a Álgebra são retomados, investigando com maior afinco e otimizando o que foi estudado nos anos iniciais do Ensino Fundamental, onde nesta etapa os alunos precisam ter a habilidade de entender os diversos significados das variáveis numéricas diante da presença de uma expressão, inserindo um tipo de generalização de uma propriedade, pesquisando a regularidade de uma sequência de números, apontando, por investigações, um valor ainda não conhecido em uma sentença algébrica, inserindo a distinção entre duas grandezas. (ERNANDES, 2017)

Neste sentido, é importante, segundo Moura, Santos & Rêgo (2017), que os alunos do Ensino Fundamental criem vínculos entre variável e função, assim como incógnita e equação, onde avalia-se que os métodos orientados à resolução de equações e inequações, sobretudo no sistema cartesiano, precisam ser concebidos como um modo de simular e solucionar distintas tipologias de problemas, não sendo vistos apenas como áreas de estudo.

Ainda assim, cabe acrescer que de acordo com as bases do PCN e BNCC para o ensino de Álgebra, a aprendizagem desta área, assim como de números, geometria, estatística e probabilidade pode cooperar de forma expressiva para o desenvolvimento dos alunos, uma vez que estes devem estar aptos a interpretar e demonstrar uma dada situação em outros mecanismos e linguagens, aprendendo meios de como transformar situações vistas como problemas apresentados em língua materna em fórmulas, gráficos e tabelas. (PINTO, 2017)

Ernandes (2017) discorre que de acordo com o PCN o ensino de Álgebra no Ensino Fundamental pauta-se em dimensões que são entendidas como equação, função, estrutural e aritmética generalizada, onde, inicialmente, a equação liga-se à resolução de equações, sendo as letras representadas por incógnitas e apresentam o objetivo de tornar simples as expressões e estabelecer fórmulas literais.

Na função, observa-se, conforme o autor, que as variáveis compreendem em reflexões ou bases, e quando dispõem de características associadas aos argumentos ou reflexões acabam por demonstrar valores inerentes a um domínio e como bases, incidem em números que são dependentes de outros números.

A dimensão avaliada como estrutural forma o que se entende como escrita algébrica, ou seja, as varáveis são vistas como objetos da Álgebra abstrata, sem que haja a presença de um valor numérico ou demonstração por gráfico. (ERNANDES, 2017)

E, por fim, o autor analisa que dentro da aritmética generalizada as variáveis explanam sobre a generalização, com a substituição de valores numéricos. Percebe-se que para que haja a concepção de um entendimento a despeito de conceitos e métodos algébricos, é de notório relevo a realização de um trabalho que se conecta com as dimensões da Álgebra expostas, sendo interessante a inserção de propostas que instiguem a percepção dos alunos sobre situações, tanto no que se refere às representações por números quanto geométricas, visando obter, com êxito, uma linguagem algébrica nos alunos.

Dentro do abordado, em atenção às dimensões avaliadas para o ensino de Álgebra no Ensino Fundamental, cabe acrescer que os alunos precisam ser capazes de conceber formulações, relações e generalizações nessa esfera da Matemática, o que corrobora ao exposto pelo BNCC. (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2017)

Na Álgebra o objetivo dos professores compreende em desenvolver o pensamento algébrico nos alunos, tendo em vista que abrange a competência de usar as expressões algébricas, equações, inequações e funções, incluindo, de igual forma, a competência para empregar outras relações e bases Matemáticas, fazendo uso das mesmas em processos de interpretação e resolução de problemas de Matemática ou mesmo de outros domínios. (LIMA; BIANCHINI, 2017)

Passos (2015) pondera que a habilidade de manusear símbolos consiste em um dos fatores a que o pensamento algébrico se arraiga, mas, igualmente, compreende em entender o sentido do símbolo, interpretando e utilizando de maneira criativa os símbolos que se encontram presentes na Matemática, englobando a definição de situações, além da resolução de problemas.

Ernandes (2017) examina que para o PCN e BNCC na Álgebra, o enfoque deve centrar no pensamento e raciocínio, de maneira que os alunos consigam pensar matematicamente e associar com as mais distintas áreas da Matemática.

A Álgebra no ensino da Matemática consiste como importante para diversas atividades e o pensamento algébrico proporciona ao aluno maior entendimento acerca dos modelos matemáticos, além de demonstrações, exames e generalizações de relações quantitativas, por meio de distintos símbolos e percepções Matemáticas importantes e que são associadas à unidade temática de Álgebra para o Ensino Fundamental. (ERNANDES, 2017)

Assim sendo, Ernandes (2017) complementa que nos embasamentos do PCN e BNCC para o ensino da Álgebra acredita-se que as dimensões, entendimentos, percepções, métodos e conceitos apresentam um contexto e função notória para o currículo escolar, e os professores precisam ter perceptibilidade quanto sua função no ensino das ideias e despertar do pensamento algébrico nos alunos, demonstrando conceitos e técnicas Matemáticas.

2.2 Processo empregado pelos docentes em prol do ensino da Álgebra

Tem-se a ótica que no que tange aos processos pelos quais o ensino de Matemática pauta, avalia-se, inicialmente, que esta incide em uma ciência do conhecimento que abarca inúmeras regras e símbolos, dispondo de uma linguagem própria. Todavia, no momento em que esses símbolos e regras se associam, passam a ter maior sentido entre si, com um significado pertinente a um dado contexto. (SILVA, 2013)

Lange (2016) pondera que cotejar a Matemática com a linguagem oral é compreendido como de basilar relevo, uma vez que em razão de a Matemática compreender como uma linguagem que coopera para que o homem consiga comunicar-se com fenômenos naturais, logo, esta acaba por se desenvolver no decorrer da história partindo desde a emissão de sons denotados como mais incipientes e, logo é associada intrinsecamente à esfera sociocultural em que é concebida.

Para Brum (2013), no processo de ensino aos alunos, o que se verifica é que por vezes os professores não assumem a ótica do aluno, que ainda não têm uma visão clara do assunto. Para os docentes os símbolos a que a Matemática se envolve são evidentes, mas os alunos, por não entenderem, acabam não se comprometendo devidamente com o aprendizado em sala de aula.

Entende-se que no momento em que não se tem interesse, por consequência, não há possibilidades efetivas de se ter aprendizagem, conquanto, é importante que haja auxílio quanto à linguagem natural visando assim uma concreta comunicação de ideias entre alunos e professores em sala de aula. (HANKE, 2008)

Deste modo, Hanke (2008) examina que estimular os alunos à leitura colabora para que estes criem a rotina de procurar o significado real que cada elocução apresenta dentro de um problema matemático, o que incita a construção de uma linguagem Matemática, que, indubitavelmente, acaba por acarretar em maior interesse pelo aprendizado em Álgebra, entendendo que conceitos e simbologias inerentes à disciplina não detêm da complicação que aparentam ter.

Partindo desse enfoque, este tópico aporta com o escopo de analisar os processos a serem empregados pelos professores em prol do ensino de Álgebra, conjeturando sobre o ensino desta em âmbito escolar, linguagem algébrica e prática pedagógica introduzida para o ensino de Álgebra, traçando uma linha teórica sobre o estudo realizado neste trabalho.

2.2.1 Preceitos e técnicas orientadas ao ensino da Álgebra

Conforme exposto em linhas anteriores a Álgebra institui-se como um meio singular orientado à organização do pensamento, e para o ensino da Álgebra um fator a ser considerado incide na exígua relação verificada entre o pensamento matemático e a linguagem algébrica. (BORTOLETTI, 2014)

Silva (2013) define como Álgebra, igualmente a linguagem apresentada sob forma de símbolos matemáticos, como um mecanismo básico para o ensino da Matemática, todavia, é analisado que embora se tenha ênfase às técnicas e propriedades de caráter operatório, percebe-se que inúmeros alunos possuem dificuldades no que tange à cominação de delineações às variáveis, assim como processos voltados às resoluções algébricas de equações de primeiro e segundo graus, assim como as operações e manuseios de estruturas algébricas elementares.

Em seu processo histórico, a Álgebra reporta-se para a inclusão de técnicas orientadas aos processos empregados em prol da normatização e sistematização de determinados métodos para a solução de problemas, e no ensino, esse tipo de método é aplicado desde períodos mais antigos, como Egito, China, Babilônia e Índia, onde o notável papiro de Amhes/Rhind é visto como um documento matemático repleto de sistemas de resolução de problemas com uma natureza algébrica. (MORETTI, 2014)

Logo, Panossian (2014) conjetura que as equações e conceitos acerca da Álgebra vão se destacando, sendo avaliado sobre o relevo desse ensino e conteúdos dentro da área de Matemática. O ensino da Álgebra é denotado como um dos segmentos mais importantes na Matemática, encontrando-se pareada com a geometria e análise infinitesimal.

O pensamento algébrico e sua função no ensino têm sido amplamente discutidos no decorrer dos anos, onde esta não é mais categorizada somente como aritmética generalizada, uma vez que transcende essa concepção, mas que permanece como sendo um caminho para a resolução de problemas, que propicia recursos para que relações sejam desenvolvidas e analisadas de forma efetiva. (HANKE, 2008)

Brum (2013) acresce que o ensino da Álgebra é denotado como elemento basal para a caracterização e entendimento de técnicas sobre suas estruturas Matemáticas, e diante desse enfoque e uma percepção sobre a matematização gradual da sociedade, avalia-se que a Álgebra é denotada atualmente como um fator chave para o estudo da Matemática da escola secundária.

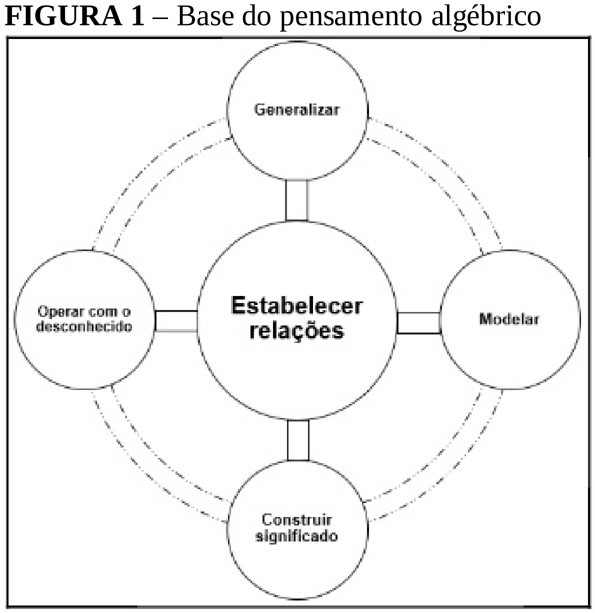
Para Gonçalves (2013) as técnicas introduzidas para o ensino da Álgebra são designadas como importantes para que os modelos matemáticos tenham a possibilidade de serem usados em prol do entendimento, demonstração e exame acerca das relações quantitativas em se tratando das grandezas. Essa percepção é discorrida pela Base Nacional Comum Curricular e corrobora a visão da Álgebra como notória ao ensino.

Ao discorrer a despeito do relevo da aplicação em sala de aula de técnicas para o ensino da Álgebra, é notório atentar-se sobre a presença do conteúdo de Álgebra desde os primeiros anos referentes ao ensino fundamental, uma vez que pode vir a cooperar para que os alunos concebam um raciocínio singular, que é designado como pensamento algébrico. Esse novo tipo de visão distingue-se de uma ótica da Álgebra na escola como um tipo de procedimento empregado que visa o manuseio correto de símbolos. (MARCUSSI, 2013)

Almeida & Santos (2018) elucidam que na Álgebra, a inclusão de técnicas para seu ensino passa pela ótica de que o pensamento algébrico é demonstrado a partir de características orientadas ao estabelecimento de relações, inclusão de modelos, generalização, concepção de significados e trabalho diante da presença do que ainda não se conhece.

Os autores reforçam que dentro do foco em que se têm essas características é percebido sobre a habilidade de se determinar relações. E latente nesta particularidade e de importância semelhantes estabelecem-se as demais, demonstrando a capacidade de se introduzir relações como elemento principal no pensamento algébrico. E, por meio da Figura 1, Almeida & Santos (2018) explanam o exposto.

FIGURA 1 – Base do pensamento algébrico



Fonte: Almeida & Santos, 2018, p.550.

Maccali (2017), em seu estudo, aponta que uma pesquisa realizada com alunos, pelo método aplicado em sala de aula, que visou demonstrar a presença do pensamento algébrico nos mesmos, corroborou que o desenvolvimento dos mesmos ocorria no momento em que se tinham atividades com operações de investigação Matemática de teores de Álgebra. No estudo, os alunos realizaram atividades em grupos, onde tinham a possibilidade de debater ideias e raciocínios, com ajuda mútua nas operações, e alunos que compreendiam com maior rapidez os conteúdos acabavam ensinando os demais, o que colaborou no aprendizado como um todo.

Assim, o estudo destaca que dentro de um contexto caracterizado pela investigação, os alunos são capazes de compreender os conceitos científicos, alterando as teorias recomendadas por outras melhores ajustadas às situações propostas no ambiente de pesquisa e investigação realizado em ambiente intra-classe, que pode acontecer por meio da intervenção dos professores, colegas de sala ou mesmo por um único aluno que passa a ter domínio e organização sobre seu pensamento. (MACCALI, 2017)

Ainda na ótica do autor, este tipo de aula de essência investigativa apresenta potenciais vantagens diante da formação dos conceitos algébricos, em que pelas atividades que são efetivadas em sala de aula com o auxílio dos professores e trabalhos em equipes, os conceitos algébricos são melhores compreendidos, com ideias sendo discutidas, problemas investigados e resoluções dadas aos mesmos, contribuindo para que os alunos consigam compreender a Matemática em sua totalidade, melhorando suas percepções, conceitos e pensamentos algébricos.

Na Álgebra, o intento, dentro das bases de ensino básico e secundário é de criar o raciocínio algébrico nos alunos, estes que se tornam aptos a operar com expressões algébricas, assim como equações, inequações e funções. (SANTOS; PEREIRA & NUNES, 2017)

E, corroborando a percepção a despeito do pensamento algébrico, Maccali (2017) aclara a respeito das linhas basilares intrínsecas a este pela apresentação por meio do Quadro 1.

QUADRO 1 – Âmbito do raciocínio algébrico

Representar	• Ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais; • Traduzir informação representada simbolicamente para outras formas de representação (por objetos, verbal, numérica, tabelas, gráficos) e vice-versa; • Evidenciar o sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos.
Raciocinar	• Relacionar (em particular, analisar propriedades); • Generalizar e agir sobre essas generalizações revelando a compreensão das regras; • Deduzir.
Resolver problemas e modelar situações	• Usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (de equações e de inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação).

Fonte: Maccali, 2017, p.21.

Para a representação, raciocínio, resolução de problemas e modelação de situações para o ensino de Álgebra, pode-se observar, segundo Zanom et al. (2016), que atividades de cunho investigativo abarcam a presença de conceitos da Álgebra, visando, justamente a criação de um pensamento algébrico em alunos, onde a introdução de trabalhos sobre os conteúdos algébricos pode vir a exercer uma função notória para que os alunos otimizem seu desempenho na disciplina, uma vez que passam a dispor de um pensamento algébrico que coopera no desenvolvimento na sala de aula.

O que se entende, de acordo com Nunes et al. (2010) é que para o ensino de Álgebra em sala de aula, os métodos orientados aos processos de ensino e aprendizado de Álgebra no ensino básico são denotados como de grande importância, e assim, tem-se a delineação de conceitos que se pautam em aritmética generalizada, técnicas para a resolução de determinados problemas, estudos acerca de relações e estrutura, propostas estas que podem ser empregadas como métodos de atividades investigativa que atuam como técnicas para o ensino de Álgebra.

Primeiramente, em se tratando da Álgebra pela aritmética generalizada, avalia-se que nesta tem-se a presença de modelos que são apresentados a partir de variáveis, e nesse conceito, são verificadas equações que almejam propagar os assuntos matemáticos, em que, por vezes, é possível observar circunstâncias em que é deparado com relações verificadas entre números em que se desperta a vontade de delineá-los por meio de Matemática e, logo, as variáveis consistem em mecanismos de grande potencial nesse processo. (CASTRO, 2013)

Sortisso (2011) suscita que dentro do conceito da aritmética generalizada cabe acrescer que nesta a Matemática e a aritmética são de grande significância para os alunos, pois na definição de Álgebra os elementos dados aos alunos incidem em traduzir e disseminar, e assim, esse pensamento é importante porque aborda sobre métodos que abarcam a Álgebra e a aritmética.

Santos, Pereira & Nunes (2017) mencionam que no que se refere à Álgebra como um tipo de estudo que emprega mecanismos que visam solucionar determinados problemas, avalia-se que nesta as variáveis são discorridas como incógnitas ou constantes, com orientações que se ligam às técnicas de simplificar e resolver.

Com atenção a este conceito Pinheiro (2013) percebe que os alunos devem ter a capacidade de solucionar problemas e trabalhar com equações Matemáticas, compreendendo não apenas essas questões, ou seja, traduzindo as equações para um vocabulário algébrico, mas também dispondo de competência para manusear as questões em termos matemáticos, visando alcançar a solução dos mesmos. Neste pensamento, são vistos problemas com a presença de incógnitas e que têm o objetivo de solucionar equações problemas por meio de uma percepção algébrica.

Paralelamente, Sortisso (2011) menciona que a despeito da Álgebra como um método de estudo que avalia as relações entre grandezas, é entendido uma distinção entre as variáveis, e como exemplo, pode-se mencionar as atividades que se ligam às figuras geométricas, onde se tem determinada fórmula que é associada ao pensamento algébrico.

Partindo desse conceito acredita-se que uma variável versa em uma reunião ou um modelo a ser seguido, isto é, demonstra valores por meio do domínio de uma função ou um número que se conecta a diversos outros e apenas na esfera da função é que são vistos conhecimentos sobre variável independente e dependente, com funções que aparecem praticamente de modo instantâneo, visto a necessidade de conotar uma denominação para valores que se arraigam a um argumento ou determinado modelo. (CARAÇA, 2000)

E, na sequência, o conceito a despeito da Álgebra como um tipo de estudo feito entre grandezas pode incidir por meio da presença de fórmulas, com um problema dado e um modelo que deve ser genérico, e na fórmula demonstrada não se pede o valor de x, por exemplo, e assim, o x não se designa como uma incógnita. Logo, o aluno não deve traduzir, sendo essencialmente algébrico. (TELES, 2010)

Por fim, tem-se o conceito da Álgebra como uma área de estudo acerca de estruturas, esta entendida como de relevo, uma vez que à Álgebra são conferidas as atividades realizadas com números reais e polinômios, com associação a teores de produtos notáveis, fatoração e atividades efetivadas com monômios e polinômios. (CASTRO, 2013)

E, sintetizando os conceitos apresentados em relação ao ensino da Álgebra, Maccali (2017), novamente insere um quadro que opera de modo a colaborar no entendimento do que foi demonstrado.

QUADRO 2 – Síntese acerca do emprego da Álgebra no ensino.

Concepção da Álgebra	Uso de variáveis
Aritmética generalizada	Generalizadoras de modelos (traduzir, generalizar)
Meio de resolver certos problemas	Incógnitas, constantes (resolver, simplificar)
Estudo de relações	Argumentos, parâmetros (relacionar, gráficos)
Estrutura	Sinais arbitrários no papel (manipular, justificar)

Fonte: Maccali, 2017, p.23

Discorre-se, pelo enfoque efetivado por Maccali (2017), que pelo método a despeito do ensino da Álgebra têm-se a presença de variáveis que contribuem para o aprendizado dos alunos e desenvolvimento do pensamento algébrico.

2.2.2 Teorias sobre o método pautado na investigação Matemática em âmbito intra-classe

As primeiras ideias algébricas proporcionam maior embasamento para a ordenação de distintas concepções algébricas, e quando não são cogitados de modo adequado, tem-se a possibilidade de se ter rendimentos menores diante do ensino da Álgebra, o que é denotado como um elemento notório diante dos problemas de aprendizagem com outros conceitos da Matemática. (CARAÇA, 2000)

Valério (2017) abaliza que diversos alunos possuem problemas diante da resolução de equações algébricas consideradas como simples, e atenta-se que no momento em que um aluno não dispõe da capacidade de interpretar expressões, os mesmos não conseguem ter instrumentos para avaliar se o método que foi empregado pelo professor encontra-se correto.

Teles (2010) aclara que a Álgebra como segmento da Matemática opera com métodos de investigação por generalização e imaterialização, demonstrando quantidades por meio de símbolos, e no ensino da Matemática os alunos precisam ter conhecimentos a respeito de números e Álgebra, associando estas noções com outras definições e sua ótica em cunho sócio e histórico.

Sortisso (2011) conjetura que em Álgebra, métodos e teores para o ensino encontram-se diretamente arraigados com o desenvolvimento de competências que fazem menção à resolução de problemas, assim como adequação do vocabulário de símbolos, legitimação de pressupostos, delineação de modelos e aptidão para se empregar a Matemática para a explicação, interpretação e imisção na realidade.

Pereira & Monteiro (2016) analisa que na circunstância de o aluno apresentar problemas na compreensão de concepções algébricas, o mesmo, ao solucionar um problema, possivelmente fará uso de uma Matemática não formal, que abrange métodos voltados a um número de cálculos maiores como um tipo de estratégia para a resolução de problemas.

Para Zanom et al. (2016) no ensino de Álgebra uma das técnicas consiste em demonstrar aos alunos o quanto a Álgebra, a partir da resolução de problemas, pode encontrar-se em diversos contextos.

Na concepção do conhecimento Oliveira & Laudares (2015) analisam que a Álgebra possui particularidades que por vezes a deixam complexa tanto para os métodos aplicados pelos professores quanto para a compreensão dos alunos, e avalia-se que os problemas relacionados com a leitura e escrita em linguagem Matemática limitam os alunos de entenderem os teores, atrapalhando os mesmos de compreender os símbolos e linguagem algébrica, o que reforça a ótica de se ter métodos e investigações ajustadas para o ensino de Álgebra a alunos visando a compreensão adequada das equações e problemas.

Pela linguagem Matemática obtida o aluno consegue chegar à instituição escolar com conhecimento a respeito do sistema de símbolos algébricos, todavia, considera-se como importante que os alunos sejam capazes de compreender sobre os procedimentos pelo qual os métodos de ensino de Álgebra se pautam, o que é considerado como uma função intrínseca à própria escola, que por meio da figura do docente, com as técnicas por ele aplicadas e atividades organizadas, sejam capazes de proporcionar situações em que os alunos consigam absorver esses métodos. (ARAÚJO & FILLOS, 2015)

Stocco & Tocha (2014) analisam que pode ser verificada a presença de integração entre dois tipos de concepções sobre a Álgebra e seu ensino, que incidem nos conceitos que são ordenados de forma intencional e os espontâneos.

E para que os alunos desenvolvam um conceito é relevante que os docentes insiram métodos que conduzam à determinação de uma conexão indireta com o objeto por meio de análises diante de suas características e do entendimento das relações que eles possuem a partir de um conhecimento melhor dimensionado. (ALMEIDA & SANTOS, 2018)

Nobre, Amado & Ponte (2015) elucidam que as atividades sugeridas pelos professores aos alunos, assim como as questões emergidas e ações que efetiva em ambiente intra-classe colabora para a concepção do conhecimento, com a percepção de que aprender não se arraiga a somente um meio de se transmitir conhecimentos, mas, sobretudo, à produção de significados que o aluno é capaz de realizar a despeito de distintas situações e fazendo uso da linguagem.

Nesta percepção, Teles (2010) analisa que o método para investigação Matemática em sala de aula compreende em um caminho arraigado a procedimentos distintos que se voltam aos processos de ensinar e aprender, uma vez que propicia aos alunos uma descoberta e concepção de suas presunções a respeito das ações propostas pelos professores.

Assim sendo, a investigação se liga ao conceito de busca e questionamento com vista a obter conhecimento, e cabe aos docentes oferecer atividades em que os alunos tenham a possibilidade de examinar e descobrir soluções a problemas específicos. (SORTISSO, 2011)

Na Álgebra, Pinheiro (2013) avalia que os professores, ao empregar atividades voltadas à investigação, não detêm de respostas já concluídas, mas têm um foco no planejamento de situações com vista a se alcançar presunções em que tornem os alunos capazes de desvendar suas próprias definições, e nesta linha de abordagem, o aluno é convidado a atuar como um matemático, não apenas para os processos de ordenação de questões e hipóteses, além de concretização de provas e contestações, como igualmente na demonstração de resultados, exames e debates com professores e colegas de classe.

Neste ínterim, Castro (2013) examina que um método voltado à investigação de cunho matemático é proveniente de quatro conjeturas básicas, que são mediadas pelos docentes, sendo o princípio de uma atividade de investigação associado ao planejamento das atividades a serem efetuadas.

Seguindo essa abordagem, Moretti (2014) menciona que a introdução do método para investigação Matemática na sala de aula transmite aos professores a função de realizar a formulação, avaliação e aplicação de testes quanto às presunções relativas a essas ações de essência investigativa, com o entendimento de que uma investigação Matemática na sala de aula abarca a presença de quatro situações, em que a primeira associa-se ao processo de reconhecimento da situação, com seu exame introdutório e organização de questões.

Para Silva (2013) o segundo momento faz menção ao procedimento empregado para a concepção das proposições, e o terceiro refere-se à introdução de testes e o contingente aprimoramento das presunções abalizadas no segundo momento. E, por fim, o último é relativo aos sistemas de argumentação, com demonstrações e exames a despeito dos trabalhos a serem efetivados.

Deste modo, é de notório relevo que os assuntos investigativos sejam claros, e propiciem aos professores a ordenação de distintas hipóteses visando conceber suas respostas, com a possibilidade de que todos os professores alcancem ou não as mesmas conjeturas. (TELES, 2010)

Bortoletti (2014) examina que para o ensino de Álgebra compete aos professores orientar as atividades investigativas dos alunos, adotando, portanto, um comportamento de mediador, com instigações e emergindo desafios aos alunos diante da realização das atividades propostas na sala de aula, sendo, portanto, função dos professores auxiliar os alunos nos caminhos percorridos para a solução dos problemas levantados.

Os professores devem encontrar-se atentos quanto aos processos de ordenação, concepção, avaliação e teste de conjeturas, de modo que assegure aos alunos uma evolução na efetivação de investigações, inserindo ao corpo discente questões que os incitem a conduzir os olhares a uma nova perspectiva, refletindo sobre o que deve ser realizado. (CASTRO, 2013)

Gonçalves (2013) avalia que a participação dos professores como mediadores em sala de aula precisa ser efetiva no decorrer das atividades de investigação, estas que precisam ser distintas a alunos e professores, desafiando-os em suas presunções, tornando as atividades produtivas e desenvolvendo o pensamento matemático, e logo, algébrico nos alunos.

Além disso, Soares (2012) demonstra que é função dos professores examinar as atividades realizadas no decorrer da investigação Matemática em sala de aula, tendo em vista que esta consiste em um mecanismo que colabora com o professor nos processos de tomadas de decisões, sendo através desta que se percebe se o aluno está conseguindo ou não aprender.

Os resultados dos exames realizados nos alunos operam como um meio para informar alunos, professores, pais, escolas e a própria comunidade quanto ao seu desenvolvimento nos diversos aspectos intrínsecos à aprendizagem. (SANTOS & PEREIRA, 2017)

De mesmo modo, os autores complementam que os exames proporcionam informações com o intento de os professores analisarem o desempenho de si mesmos como docentes, colaborando na tomada de decisões por parte dos envolvidos no processo, com o objetivo de alterar ou mesmo adequar seu método de estudo e plano de ensino.

Além do mais, cabe salientar, conforme Pinheiro (2013), o quão importante consiste em fazer com que os grupos de trabalho exponham aos demais grupos as hipóteses concebidas, uma vez que por meio de apresentações, os professores conseguem identificar e analisar o entendimento de todos nas atividades e estratégias que foram criadas pelos alunos. Complementando sobre a investigação Matemática em sala de aula Stocco & Rocha (2014) aclaram que na conjuntura de se verificar alunos demonstrando estratégias e presunções em âmbito intra-classe, é possível examinar distintas situações que abrangem atividades e valores, entendimento sobre o processo investigativo para o aprendizado, conexão com as estratégias, os processos empregados para o raciocínio, conceito, habilidades para a resolução de cálculos e competências para realizar processos de comunicação oral, o que torna a investigação Matemática como um método notório para o ensino/aprendizagem de Álgebra.

2.2.3 Considerações sobre a linguagem algébrica

Stocco & Tocha (2014) mencionam que diversos alunos possuem dificuldades significativas em alterar, na Matemática, da linguagem oral para a algébrica, e conforme a base curricular do ensino fundamental, o estudo da Álgebra é entendido como básico, sendo no oitavo ano que a Álgebra é efetivamente demonstrada aos alunos.

Zanom et al. (2016) assinalam que os objetivos do ensino de Matemática no ensino médio apresenta como intento conduzir os alunos às demonstrações orais, escritas e gráficas em circunstâncias de caráter matemático, otimizando a precisão do vocabulário e as manifestações em Matemática.

É analisado, segundo Castro (2013), que o vocabulário algébrico incide como notório para delinear, por símbolos, as regularidades e resultados, e, em contrapartida a linguagem natural apresenta uma função orientada à argumentação e justificativa, e caso o aluno entenda esta mudança de linguagem passa a ser competente para escrever, demonstrar e traduzir situações apresentadas em linguagem natural e algébrica.

Coelho & Aguiar (2018) têm o entendimento que a Matemática é demonstrada por meio de uma reunião de símbolos, demandando ao aluno uma potencial percepção a despeito do significado destes símbolos. E, por vezes, tende a ser observado alunos que ao se depararem com uma linguagem algébrica, inicialmente se espantam, uma vez que possuem ainda apenas a linguagem formal, tornando o processo um pouco mais complexo em caráter inicial, sendo básico compreender o significado cominado ao símbolo.

Na linguagem algébrica Pereira & Monteiro (2016) discorrem que o símbolo denota uma percepção e faz menção a determinada conjuntura, sendo de relevo que os leitores infiram e entendam um símbolo, empregando notas ajustadas para demonstrar suas percepções.

Todavia, para os autores apenas empregar e reconhecer linguagens sugere que uma determinada pessoa tenha entendido ou outorgado um significado ao mesmo, o que pode ser analisado como uma ação de essência mecânica caso não haja um real entendimento.

Assim sendo, Araujo & Fillos (2015) explanam que operar com conceitos e métodos algébricos precisa compreender como uma ação efetivada de modo gradativo, que tramita por etapas de embasamento verbal e por meio da adequação de conceitos é que se podem ser concebidas subjetividades e generalizações, com a finalidade de os alunos adaptarem-se aos procedimentos algébricos de maneira sistemática e eficaz.

2.2.4 Expressão algébrica e valor numérico de uma expressão

Entende-se, segundo Marcussi (2013), que as expressões algébricas incidem em demonstrações Matemáticas cuja formação ocorre por meio do uso de números ou letras, ou mesmo apenas por letras, sendo denominadas como variáveis.

Nascimento (2014) discorre que comumente nas expressões algébricas tem-se a utilização de letras pertencentes ao próprio alfabeto, que podem ser vistas como x,y,z que visam demonstrar números e valores ainda desconhecidos.

Essa percepção foi apresentada por René Descartes (1596-1650), um matemático e filósofo francês de renome, que estudou o assunto na primeira metade do século XVII, analisando que uma expressão algébrica pode ter representação em sua linguagem por meio de dois métodos, que incidem em linguagem usual e linguagem de caráter simbólico. (ROCHA, 2017)

Como exemplo sobre o exposto, a ilustração abaixo explana sobre o modo como deve ser alterado da linguagem usual para a expressão algébrica, igualmente denotada como simbólica.

QUADRO 3 – Exemplo de mudança da linguagem usual para a linguagem algébrica.

Linguagem Usual	**Expressão Algébrica**
O dobro de um número	2.x ou 2x
O triplo de um número mais cinco	3.x + 5 ou 3x + 5
Um número mais cinco	x + 5
O quádruplo de um número menos um	4.x – 1ou 4x – 1
O quadrado de um número mais um	x^2 + 1

Fonte: Rocha, 2017, p.14.

Todavia, cabe acrescer que a assimilação da linguagem algébrica, na ótica de diversos discentes, institui-se como uma real dificuldade que se volta a questionamentos sobre qual a razão de se entender todos os conteúdos. (JANZEN, 2011)

Por meio da obtenção de conhecimentos de cunho histórico e filosófico associados às concepções algébricas, os professores são oportunizados a inserir diferentes técnicas pedagógicas que façam com que o ambiente escolar seja mais criativo nas aulas ministradas, incitando maior interesse por parte dos alunos para o estudo da Álgebra. (MARCUSSI, 2013)

Kern (2008) acredita que uma reestruturação em termos didáticos em se tratando do desenvolvimento de alguns elementos que formam as expressões algébricas proporciona a professores e alunos uma percepção efetiva das dificuldades relativas ao processo de concepção do conhecimento matemático, considerando com maior afinco a essência da atividade e suas propriedades.

Pelo exposto pode-se considerar, portanto, que as expressões algébricas incidem em sentenças Matemáticas que possuem letras, todavia têm a possibilidade de abarcar a presença de números, o que demanda uma denotação como expressões literais. (NASCIMENTO, 2014)

Rocha (2017) novamente elucida sobre o assunto por meio da apresentação de exemplos que destacam a transformação da linguagem usual para a algébrica.

QUADRO 4 – Linguagem usual sendo alterada para linguagem algébrica.

Sentença	Expressão Algébrica
O triplo de *x*	$3.x$ ou $3x$
A metade de *x*	$\frac{x}{2}$ *ou* $\frac{1}{2}x$
Três quartos de *x*	$\frac{3x}{4}$ ou $\frac{3}{4}x$
O quadrado de *x*	X^2
A soma entre a sétima parte de *x* e o quádruplo de *x*	$\frac{x}{7} + 4x$
O dobro de *x* adicionado a 3	$2.x + 3$ ou $2x + 3$
O quadrado de um número *y* adicionado a -1	$y^2 + (-1)$ ou $y^2 - 1$
A quarta parte de um número w adicionado ao número k	$\frac{1}{4}w + k$

Fonte: Rocha, 2017, p.15.

Neste sentido, o que se avalia é que as letras formam o que se pondera como parte que varia das expressões, uma vez que podem adotar qualquer valor em termos de números, e, em contrapartida, é percebido que em períodos anteriores as letras tinham pouco emprego ante a representação de números que não eram conhecidos (desconhecidos). (BORTOLETTI, 2014)

Todavia, Kern (2008) avalia que o que se verifica no contexto atual é que as letras conectadas aos números compõem o que se denomina como estrutura da Álgebra, e de tal forma, colaboram de maneira efetiva nos processos orientados à resolução de problemas com atenção a distintas conjunturas de caráter matemático.

De acordo com Bortoletti (2014) a solução de uma expressão algébrica passa por etapas que devem ser seguidas criteriosamente para que se alcance os valores exatos das operações, e, para tal, tem-se o emprego de ações relacionadas à potenciação ou radiação, multiplicação ou divisão, adição ou subtração.

Gouveia (2019) complementa que na circunstância de uma expressão algébrica possuir parênteses, assim como colchetes ou chaves é necessário, inicialmente, que seja resolvido o primeiro conteúdo que se encontra dentro dos parênteses, e, sequencialmente, os teores presentes nos colchetes, deixando para a parte final da operação, a expressão que se encontrar nas chaves. Em síntese, é necessário atentar-se à linha sucessiva parênteses, colchetes e chaves.

Nas operações Matemáticas atender a essa ordem destacada é considerado como de grande relevo para que os cálculos sejam desenvolvidos de modo correto e o resultado obtido seja certo. Destaca-se que necessariamente, caso o parêntese preexista por sinal negativo, é essencial que se realize a operação de inversão de todos os termos que estão dentro do mesmo, o que, de mesmo modo, é aplicado em colchetes e chaves. (KERN, 2008)

Assim, como exemplo ao exposto e corroborando as demonstrações de Rocha (2017), tem-se como expressões algébricas:

Exemplo 1 – Exemplos (Modelos) de expressões algébricas.

a) $5x - 7$;

b) $2a + 3y$;

c) $x^2 + 9x$;

d) $6 + x – (4x - 2)$;

e) $8y - 8x$;

f) $a^2 – 3ab + b^2$.

Os exemplos do Exemplo 1 demonstram o que são expressões algébricas e destacam que estas podem ser empregadas como meio de se representar distintas situações problemas, segundo avalia Rocha (2017).

É pertinente destacar que expressões algébricas, conforme mencionado, incidem em demonstrações Matemáticas caracterizadas pela presença de números, letras e operações, o que direciona ao entendimento de que estas são comumente utilizadas em fórmulas e equações Matemáticas dotadas de propriedades. (MARCUSSI, 2013)

Para Saadi & Silva (2017), as letras surgem em uma expressão algébrica com a denominação de variáveis e representam um valor desconhecido e os números que são transcritos na parte frontal das letras são designados como coeficientes e precisam passar por processo de multiplicação pelo valor que foi cominado às letras.

Marcussi (2013) pondera que, em se tratando do cálculo a ser realizado em uma expressão algébrica, é entendido que o valor da expressão se arraiga com o valor que se atribui às letras e para que seja calculado o valor de uma expressão algébrica é importante que sejam substituídos os valores relativos às letras, sendo, posteriormente, realizadas as operações indicadas, com a percepção de que entre o coeficiente e letras, é feita um cálculo de multiplicação.

Paralelamente, cabe salientar, na ótica de Gouveia (2019), que o valor numérico de uma expressão algébrica compreende no resultado obtido por meio da realização de operações dentro de uma expressão algébrica, após ter sido efetuado o procedimento de troca de variáveis por números.

Exemplo 2 - Estabelecer o valor numérico da expressão algébrica: 2a + 2b, onde o valor de *a* é igual a 75 e o de *b* é 120. Logo, na expressão demonstrada: 2a + 2b = 2.a + 2.b (pela aplicação da propriedade distributiva); 2.a + 2.b = 2. (a+b), com a substituição dos valores *a* e *b* destacados. Assim, a operação incide em:

$$2\ (a + b) = 2.\ (75+120) = 2.195 = 390.$$

Esse exemplo poderia ter sido solucionado com a substituição direta dos valores de *a* e *b* dentro da expressão algébrica 2.a + 2.b que se torna igual a 2.75 + 2.120 = 150 + 240 = 390.

Rocha (2017, p.15) novamente insere ao contexto o Exemplo 3, que demonstra acerca do cálculo a ser realizado para se obter o valor numérico de expressões algébricas.

Exemplo 3 – Exemplo de cálculos para determinação do valor numérico de expressões algébricas.

a) $\frac{x}{2,5}$, para $x = 5 \rightarrow \frac{5}{2,5} = 5 : 2,5 = 2$

b) $12y$, para $y = \frac{1}{2} \rightarrow 12.\ \frac{1}{2} = \frac{12}{2} = 6$

c) $t + 10$, para $t = -10 \rightarrow -10 + 10 = 0$

d) $n^2 + n + 1$, para $n = 5 \rightarrow 5^2 + 5 + 1 = 25 + 5 + 1 = 31$

O que se percebe pelo apresentado, é que em uma expressão algébrica, o número de termos a classifica como monômio, binômio, trinômio e polinômio, sendo cada uma das classificações caracterizadas conforme a quantidade de símbolos que possui. (KERN, 2008).

Gouveia (2019) destaca que no monômio tem-se a presença somente de um termo, como $5\ x^2$. No binômio, já é visualizada uma expressão que contém dois termos ($y + 9x$). No trinômio, são verificados três termos ($2x^2 – y + 8$). E, por fim o polinômio é assinalado por quatro ou mais termos nas expressões ($3ab^2 + 4a + 5b^2 + 6$).

De acordo com Gouveia (2019), observa-se que dentro de uma expressão algébrica, cada termo é entendido como um monômio, onde comumente é possível observar sequências de repetições de monômios similares dentro de uma expressão, isto é, a presença de monômios que possuem letras e expoentes iguais.

Quando este tipo de situação ocorrer, procede-se pela associação dos monômios que sejam parecidos, descrevendo-os em ordem decrescente, com atenção ao grau do expoente, o que almeja tornar a expressão mais simples. Pelo exemplo 4 é demonstrado o exposto. (SAADI & SILVA, 2017)

Exemplo 4 :

a) $6x^2 + 3x^3 + x – 2 – 5x - 4x + 9x^3 + 6$

b) $– 3x^3 + 7x^3 – 5x^2 – 4x^2 + x + 4x – 2 – 3$

c) $– 9x^3 + 10x^2 – 6x + 7$

Quando se aborda sobre as expressões algébricas, é notório ressaltar, segundo Marcussi (2013), que a promoção da consciência Matemática nos alunos permite que os professores tenham conhecimento sobre as motivações, dúvidas, problemas e questionamentos que surgem no desenvolvimento das atividades e apresentação das expressões algébricas, orientando aos alunos quanto uma maior compreensão da Álgebra como uma área importante de ser aprendida.

Segundo Janzen (2011), as propostas de ensino de Matemática precisam priorizar um real conhecimento da área, com o processo de ensino e aprendizagem sendo considerado como fator de grande relevo. Dentro desse enfoque, insere-se como notório abalizar sobre o contexto em que a Álgebra situa-se diante do ensino aos alunos, com as dificuldades em aprender e ensinar por parte dos professores.

2.2.5 Dificuldades de alunos em aprender e de professores em ensinar Álgebra

É percebido, segundo Ernandes (2017), que o conhecimento algébrico abrange o processo de resolução de problemas e que a utilização apenas de estratégias ligadas à área de aritmética ainda é entendida como escassa.

As concepções algébricas iniciais são discorridas como bases para que haja a formação efetiva de conceitos algébricos em momentos posteriores, e, na conjuntura de estes não serem adequadamente aprendidos e/ou ensinados, pode se ter uma falha no ensino da

Álgebra e que esta se dissemine formando um impedimento para a formação de outras delineações e conceitos no decorrer do ensino da Matemática. (LANGE, 2016)

Neste sentido, Rocha & Sant'ana (2017) avaliam que para que o ensino da Álgebra consiga chegar aos objetivos propostos, garantindo ao aluno uma reunião de competências e conhecimentos que tenham funcionalidade e utilidade, é importante que seja inserida uma nova metodologia em prol do ensino, com possibilidade de se operar com o concreto, assim como abstrato e aplicações da Álgebra.

Veloso & Ferreira (2011) ponderam que as dificuldades que podem ser verificadas na aprendizagem de alunos em Álgebra, sobretudo em se tratando de alunos dos 8º anos do Ensino Fundamental, incidem pela ocorrência de omissão diante das reais aplicações das concepções algébricas na vida real.

Para os autores, um elemento que influencia nessa dificuldade dos alunos em assimilar o conceito algébrico compreende na percepção de sua relação com a aritmética, onde determinados limites são delineados pela falta de conhecimento dos alunos em visualizar no ambiente prático sobre a importância dos teores analisados na ciência da Matemática.

Assim, visando atenuar a ocorrência de dificuldades, é de notório relevo que sejam implementados métodos e materiais pedagógicos apropriados, por meio da investigação de situações problema, de maneira que os alunos sejam capazes de entender a significativa importância do aprendizado, o que cooperaria para o desenvolvimento de conceitos algébricos. (LIMA & BIANCHINI, 2017)

Cabe ao professor a função de assumir um posicionamento acerca dos conhecimentos que detêm sobre sua prática em sala de aula, analisando os conteúdos que propõe aos alunos. Também é de relevo que os professores associem a formação que tiveram com o que se verifica na esfera atual, considerando as transformações no ensino e nas práticas pedagógicas, uma vez que é cominado aos docentes o papel de se ajustar às mudanças visando promover o entendimento e conhecimento dos alunos. (ROCHA & SANT'ANA, 2017)

Veloso & Ferreira (2011) discorrem que diante da maneira com que é ensinada, é concebida uma percepção acerca da Álgebra sobre a presença de uma reunião de fundamentos e regras de transformações de expressões, como monômios, frações algébricas, polinômios e expressões com radicais, e de processos orientados à resolução de equações e sistemas de equações.

Essa ótica insere uma interpretação que limita a Álgebra, acabando por desvalorizar inúmeros elementos notórios desse setor de conhecimento da Matemática, prejudicando o ensino e aprendizagem da mesma. (VELOSO & FERREIRA, 2011)

Todavia, Nobre, Amado & Ponte (2015) acreditam que a Álgebra versa em um fator base de estudo da Matemática na escola, visto que propicia mecanismos para a caracterização e entendimento dos conteúdos matemáticos.

Para que se consiga obter um pensamento algébrico, e, logo, reduzir as dificuldades de se ensinar e aprender Álgebra, é importante que sejam entendidos os padrões, relações e funções da área, com um pensamento que se associa ao conhecimento para demonstrar e examinar as situações Matemáticas e bases, fazendo uso de símbolos algébricos, utilização de modelos matemáticos que concebam, apresentem e explanem a compreensão a despeito das relações quantitativas, avaliando sobre as mudanças em distintas situações. (COELHO & AGUIAR, 2018)

Logo, o que se entende é que um dos objetivos básicos ao se ensinar a Álgebra incide na capacidade dos professores em desenvolver nos alunos o pensamento algébrico, que transcende uma habilidade simples de associação de símbolos, sendo a Álgebra constantemente associada como uma fonte de desentendimento e posturas negativas por parte dos alunos, o que coloca como basilar o papel dos professores em eliminar essa dificuldade. (FERREIRA & VELOSO, 2011)

Uma das dificuldades dos alunos em aprender Álgebra incide no fato de que estes consideram a disciplina difícil e com isso já se cria uma barreira ao conhecimento, onde aos professores o papel pauta-se na identificação dessa dificuldade em Álgebra, investigando os motivos que levam a esses erros. (ROCHA & SANT'ANA, 2017)

Para Ferreira & Veloso (2011), os símbolos verificados na Álgebra acabam colaborando na dificuldade de aprender dos alunos, além das mudanças de significados pelos símbolos + e =, assim como os ajustes adotados, onde na aritmética, 23, por exemplo, tem um significado relacionado à adição (20 + 3), e na Álgebra $2x$ apresenta uma definição de multiplicação ($2 \text{ x } x$). Na aritmética (3 + 5) demonstra uma operação de soma cujo resultado é 8, porém, na Álgebra ($x + 3$) concebe uma unidade sem redução enquanto não houver a concretização da variável "x".

Os autores complementam que esses problemas dos alunos são vistos como compreensíveis na proporção da complexidade e apuro da linguagem algébrica, considerando que a Álgebra demanda uma exatidão dos relatórios de suas afirmações o que não é pedido exatamente na aritmética.

A aritmética, indubitavelmente, pede precisão, todavia as implicações provenientes de suas propriedades não compromete a compreensão dos alunos, considerando que saibam efetuar a operação correta, em que 12 : 3 ou 3 : 12 na aritmética a ordem em que o aluno escreve não faz muita diferença desde que o cálculo esteja certo. Mas na Álgebra é fundamental que os alunos saibam as distinções entre, por exemplo, p : q e q : p, segundo explanam Veloso & Ferreira (2011).

Assim sendo, pode-se compreender, de acordo com Valério (2017), que o aprendizado da Álgebra encontra-se intrinsecamente relacionado ao conhecimento em aritmética detido pelo aluno, assim como com suas bases e ordem das experiências vivenciadas.

Dentro desse papel, Rocha & Sant'ana (2017) esclarecem que cabe aos professores uma função de grande importância, em que, especialmente no oitavo ano do Ensino Fundamental, o objetivo do ensino da Álgebra versa no processo de ensino de métodos que colaborem em uma maior associação e manuseio dos símbolos algébricos e os professores precisam encontrar-se aptos e atentos para que não se tenha uma demasiada manipulação de algoritmos, gerando uma percepção de que o assunto não aparenta ter utilidade.

Com atenção ao abordado, é analisado, segundo Valério (2017), que a Álgebra abordada somente como um meio de se manusear símbolos produz nos alunos uma parte de entendimento dessa área de estudo. Logo, é de relevo que se desenvolva nos alunos, além de competência para manipulação adequada dos símbolos, uma maior habilidade para apresentar os fenômenos e eventos sob o formato algébrico.

Costa et al. (2016) consideram que os alunos, na aprendizagem da Álgebra, possuem dificuldades com a utilização de letras para demonstrar as variáveis e incógnitas, não tendo noção acerca do modo como deve ser visto uma letra como a representação de um número, e não se atentando quanto à lógica de uma expressão algébrica.

Para os autores, esse preceito pode ser acrescido à conjetura de que os professores, em sua maior parte, procuram considerar conteúdos específicos, operando com modelos padrões para o ensino do conteúdo, e, atuando nessa linha, os professores conseguem apenas habilitar os seus alunos na resolução de tipos específicos e escolhidos de problemas, prejudicando uma orientação em prol de pesquisas no que se refere a diversas outras classes de pensamentos e estratégias para resolução de problemas, que colaborariam de forma mais efetiva sobre o aprendizado dos alunos.

Para o ensino aos alunos, os professores, podem como alternativa, trabalhar, de maneira gradativa, sobre o processo de mudança da verbalização para o simbolismo algébrico, com a percepção de que os alunos precisam compreender a fundamentação teórica dos símbolos que foram indicados no decorrer da história da Álgebra, e, a partir dessa compreensão, iniciar uma introdução dos tópicos relacionados à Álgebra e sua aplicação. (LIMA & BIANCHINI, 2017)

Ferreira & Veloso (2011) acreditam que a prática das aplicações de Álgebra por meio de problemas pode vir a proporcionar uma associação entre conceito, métodos e seus usos, operando, igualmente como uma linha de condução para aplicações verbais.

Além disso, os autores salientam que aos professores é demonstrado o relevo de se promover o ensino da Álgebra através da perspectiva do modo como devem ser adequadamente aplicados, com a possibilidade de se fazer uso de temas com problemas, empregando ações como métodos de efetivação dos conceitos algébricos, onde estas aplicações consistem em mecanismos para o ensino do próprio conceito da Álgebra, e não se limitando apenas à sua introdução ou finalização.

Para o ensino da Álgebra, os professores também podem usar recursos como meio de se compreender a resolução de problemas, sendo estes recursos visualizados por tabelas, fórmulas, assim como outras atividades que melhorem o entendimento da resolução de problemas e que devem ser destacados pelo professor. (COSTA et al., 2016)

Rocha & Sant'ana (2017) destacam que a base Matemática de determinado problema faz com que o aluno atente-se à razão de uma equação ou um sistema de equações, por exemplo, e podem ser delineados como modelos para que haja a resolução de problemas.

Os professores, nas atividades, devem primar pelo comprometimento dos alunos na resolução de problemas, onde, por vezes, ao se depararem com dificuldades no entendimento dos problemas, os alunos resolvem aprender somente a manipulação de métodos com algoritmos, e, deste modo, os professores atuam com a promoção de integração dos alunos com os problemas, demonstrando sua importância, análise e resolução de aplicações. (FERREIRA & VELOSO, 2011)

Costa et al. (2016) conjeturam que é notório que os problemas avaliados se conectem com outros conteúdos algébricos e que o caminho seja programado com vista a auxiliar os alunos a desenvolverem as capacidades denotadas como importantes para a solução dos mesmos, e não somente para conhecer os métodos algébricos.

Neste sentido, verifica-se como função dos professores procurarem constantemente por questões que se relacionem com o aprendizado da Álgebra, acompanhando os alunos, avaliando as falhas por eles cometidas e as razões que conduziram a tais erros, propiciando mecanismos que contribuam efetivamente sobre os métodos a serem empregados para que os alunos compreendam efetivamente a Álgebra. (LIMA & BIANCHINI, 2017)

2.3 Introdução ao cálculo algébrico através da resolução de problemas

Nobre, Amado & Ponte (2015) discorrem que a resolução de problemas é vista atualmente como de grande significância para a aprendizagem de Matemática, sendo uma das abordagens sugeridas para o estudo do cálculo algébrico, tendo em vista que coopera para que se tenha um desenvolvimento mais efetivo em se tratando dos processos algébricos. A resolução de problemas, segundo a ótica dos autores, é ponderada como uma potencial oportunidade para melhorar e mudar a percepção dos alunos, como um mecanismo empregado que visa trabalhar e incitar o pensamento algébrico.

Deste modo, Zanom et al. (2016) analisam como importante que os professores empreguem métodos de cálculo algébrico em prol da resolução de problemas, por meio de apresentações orais e resolução de atividades e exercícios aplicados na sala de aula.

Partindo desse enfoque, este tópico tem como desígnio analisar, primeiramente, conteúdos e conceitos sobre a resolução de problemas com vista às ações e estratégias pedagógicas concebidas em ambiente intra-classe, e, sequencialmente, demonstrar considerações sobre a teoria de resolução de problemas com atenção ao método de George Polya.

2.3.1 A resolução de problemas como percepção orientada às práticas e estratégias pedagógicas dos professores em sala de aula

Pode-se verificar, na ótica de Almeida, Santos (2018), que em se tratando do ensino da Matemática um dos maiores desafios vivenciados pelo corpo docente incide em abordar os conteúdos por meio da aplicação de resolução de problemas.

Moretti (2014) analisa que a resolução de problemas é entendida como um método onde o discente tem a oportunidade de inserir em prática os conhecimentos matemáticos que obteve pelos conteúdos introduzidos pelos professores na sala de aula, colocando-os em novas situações de maneira que a questão demonstrada no problema seja adequadamente solucionada.

Valério (2017) discorre que a resolução de problemas proporciona um maior entendimento acerca dos argumentos e teores matemáticos, colaborando em uma percepção de que os mesmos podem ter um conhecimento possível de ser aprendido pelos membros que compõem os processos de ensino e aprendizagem.

Cabe salientar que na maior parte do corpo discente, sobretudo em se tratando de aulas de Matemática, o comportamento dos alunos consiste como de modo passivo, agindo no intuito de os professores transmitirem seus conhecimentos e informações já finalizadas, e no decorrer das atividades e aulas em que se tem a aplicação de exercícios, os alunos esperam pela apresentação de planos a serem seguidos para se chegar às respostas corretas, sem que hajam discussões e embates que emirjam o potencial dos alunos, assim como pensamento algébrico. (ARAÚJO & FILLOS, 2015)

A resolução de problemas é conjeturada como um instrumento que opera em caráter didático em ambiente intra-classe e que é capaz de introduzir os estudantes como elementos chave de seu processo de aprendizagem. (NOBRE; AMADO & PONTE, 2015)

Cabe destacar, conforme Moretti (2014) que quando um aluno tem o costume de realizar leituras constantemente, de qual assunto for, a compreensão e interpretação é facilitada, com maior domínio para se estabelecer relações entre as leituras e sua percepção sobre as mesmas. E, em Matemática, esse tipo de domínio de língua é fundamental para que o aluno consiga compreender o enunciado em uma questão para solucionar a mesma.

Assim sendo, é importante que se tenha compreensão da linguagem Matemática, e consequente, algébrica, para realizar com primazia sua leitura e escrita, resolvendo problemas aplicados. (ZANOM et al., 2016)

O que se discorre é que no aprendizado, a língua materna não somente possibilita uma adequada leitura do que se está enunciado, como também opera como fonte sustentada para a concepção dos conceitos, na assimilação as bases lógicas da argumentação dos problemas, na organização e concepção do próprio vocabulário matemático. (VALÉRIO, 2017)

Teles (2010) explica que a resolução de problemas opera como um tipo de recurso pedagógico que tem a competência para fazer com que o ensino da escrita seja visto como mais eficiente, e neste enfoque, os professores podem colaborar ao aplicar em sala de aula textos de natureza Matemática que sejam em linguagem simbólica ou Matemática.

Nobre, Ponte & Amado (2015) acrescem que na resolução de problemas tem-se a presença de fases que incidem na compreensão do problema, ênfase dado às informações e marcação de elementos entendidos como importantes ao problema apresentado e sua resolução, concepção de um plano estratégico para a solução do problema apresentado, aplicação do plano propriamente dito, verificação posterior diante dos resultados obtidos, determinação de um novo programa estratégico para o problema caso seja necessário, sendo este executado até que se tenha um resultado admissível.

E, para que seja proporcionado ao aluno a resolução de um problema é de basal relevo que ele apresente conhecimento adequado das terminologias Matemáticas, processo de interpretação e entendimento do que se encontra exposto e competência para passar por situações consideradas como desafiadoras. (VALÉRIO, 2017)

O que se entende é que, alunos, comumente, apresentam satisfação diante da presença de desafios e nas aulas de Matemática com ênfase em Álgebra, estes desafios podem ser vistos como situações que estimulam o raciocínio dos alunos, onde estes têm a oportunidade de introduzir os conhecimentos que são demandados como estratégias para a resolução de problemas. (ZANOM et al., 2016)

2.3.2 Teoria de Resolução De Problemas: considerações acerca do Método de George Polya (1995/2003).

Melo, Paz & Souza (2018) discorrem que a Matemática é compreendida como uma ciência dotada de complexidade tanto em termos de compreensão quanto de ação, apresentando doutrinas metodológicas de ensino que, por um lado acaba inibindo os alunos e professores desse setor de conhecimento.

E, ainda diante da presença da Matemática moderna, avalia-se que os teores acerca dessa disciplina são vistos como complexos tanto para alunos quanto para professores, uma vez que passaram a dispor de maior formalização, tornando-se mais distantes de assuntos de caráter prático, fazendo com que os alunos não consigam entender todos os enunciados contidos nas questões e na relação que possuem com a Matemática e os professores, em contrapartida, não se sentem seguros quanto aos conteúdos que estão ministrando aos alunos. (COSTA et al., 2016)

Melo, Paz & Souza (2018) entendem que no momento que um professor é capaz de ensinar o aluno a resolver problemas matemáticos por meio da Resolução de Problemas, consegue propiciar ao próprio aluno um caminho para se conceber sua linha de entendimento. De acordo com George Polya (1995) este método colabora para que os alunos sejam capazes de desenvolver estruturas cognitivas dentro de um nível apropriado.

Um problema compreende em qualquer conjuntura que demanda de uma pessoa um pensamento acerca da maneira como pode solucioná-lo, e, em paralelo, um problema matemático não exige somente o ato de pensar, como igualmente conhecimentos e métodos para se conceber um raciocínio matemático a despeito de sua resolução. (ROCHA & SANT'ANA, 2011)

Cabe acrescer que um problema não é representado de uma única maneira, uma vez que são subdivididos em alguns fatores, como, a exemplo, atividades voltadas ao reconhecimento e exercícios com algoritmos, além de problemas-padrão simples e compostos, problemas-processo ou problemas heurísticos, problemas de aplicação e quebra-cabeça, com a percepção de que cada problema apresentado dispõe de características especificas. (MELO; PAZ & SOUZA, 2018)

Para os autores, é percebido que para que haja a resolução destes problemas avalia-se que um potencial método a ser empregado incide no conceito denotado como Resolução de Problemas.

Observa-se que os métodos de ensino são considerados como essenciais para que os educandos tenham a possibilidade de aprender a gerenciar a resolução de problemas, sobretudo quando se deparam, ainda no Ensino Fundamental, com uma situação nova, onde nessa fase da escola os alunos costumam solucionar os problemas por meio da associação de um conceito aprendido, conseguindo decorar uma fórmula, apresentando um problema para empregar o que já foi ensinado. (NUNES, 2011)

Assim sendo, é analisado que os alunos não absorvem as informações que foram aplicadas, resolvendo somente problemas, e consideram a resolução como um mero significado da resolução aplicada para executar cálculos com os números contidos em um texto.

Partindo desse entendimento, Leite & Araújo (2010) mencionam que:

> O conhecimento matemático ganha significado quando os alunos se defrontam com situações desafiadoras e trabalham para desenvolver estratégias de resolução. Daí a importância de tomar a resolução de problemas como ponto de partida da atividade Matemática e não mais como uma série de exercícios para aferir se os alunos apreenderam determinado conteúdo ou não. (LEITE & ARAÚJO, 2010, p. 03).

De acordo com a percepção de Pozo (1998) ensinar e resolver problemas não compreende em somente fornecer os alunos de competências táticos e eficientes, mas, sobretudo, incentivar os mesmos na obtenção de hábitos e atividades relacionadas ao enfrentamento e aprendizagem como um tipo de problema que deve ser solucionado.

Pozo (1998) acresce que a aprendizagem deriva transversalmente da resolução de problemas, pela busca por respostas para perguntas e problemas, sendo importante que os alunos habituem a questionar ao invés de receber somente respostas já concebidas por outros, que seja pelo livro-texto, assim como professor ou mídia.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) abalizam que:

> A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, permite aos alunos mobilidade de conhecimentos e desenvolvimento para a capacidade de administrar as informações que estão a sua disposição. Desta forma, os estudantes poderão obter amplitude de conhecimentos em torno da conceituação dos procedimentos matemáticos bem como viabilizar a resolução dos problemas, desenvolvendo sua autoconfiança. (PCN, 1988, p. 40).

Neste contexto, torna-se papel do professor assessorar o aluno na edificação do conhecimento matemático, transmitindo confiança e disponibilidade para que o aluno adquira o conhecimento no momento de solucionar problemas, buscando, igualmente, desenvolver mecanismos que estimulem a inovação no trabalho, assim como valorização de ideias criativas e dinâmicas do aluno, auxiliando os mesmos com naturalidade. E, por essa razão entende-se como fundamental que o docente realize o planejamento de atividades em que seja possibilitado aos estudantes a pesquisa e investigação ante a resolução do problema.

A resolução de problemas é apontada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais como ponto de partida da atividade Matemática em contrapartida à simples resolução de procedimentos e ao acúmulo de informações. Logo, resolver um problema implica na compreensão do que foi proposto e na apresentação de respostas, com a aplicação de procedimentos adequados. (BRASIL, 2008)

Sob o enfoque da resolução de problemas, as definições não consistem no ponto de partida, uma vez que é ao problema é que deve ser dado este enfoque. Assim sendo, o problema deve despertar o interesse do estudante, de modo a motivar sua curiosidade e levá-lo a procurar os caminhos para solução e, consequentemente, à elaboração das definições.

Para tal, considera-se que Polya (2003) indica quatro passos para a resolução de um problema, sendo estes analisados como: a) compreensão do problema; b) construção de uma estratégia de resolução, que demanda que se constituam relações entre os dados do problema e suas exigências, a busca de estratégias e de algoritmos ou mesmo de problemas semelhantes já solucionados; c) execução da estratégia, verificando-se cada etapa e executar as operações precisas para atingir o resultado esperado; d) averiguação do resultado (avalia-se a limitação de legitimidade da solução encontrada assim como possibilidade de atingir o resultado buscando alternativas variadas).

Entende-se, segundo as explanações de Polya (2003) que o professor deve ter compreensão para ser capaz de transmitir aos seus alunos o conceito de que problema algum fica esgotado, sendo importante encorajar os alunos a conceber situações em que eles poderão utilizar o procedimento novamente.

Dante (2000) indica sugestões acerca do modo com que o professor deve encaminhar a solução de um problema, apoiado na lista de questionamentos que Polya já utilizava em sua obra original.

Neste ínterim, Dante (2000) avalia que para que um problema seja compreendido é importante que seja indagado sobre o que se pede no problema, assim como quais são os dados e condições relacionados ao problema; se é possível, no problema, a construção de uma figura, esquema ou diagrama; e se, por fim, se existe a possibilidade de se estimar uma resposta.

Sequencialmente, para que um plano seja estabelecido, coloca-se como de relevo questionar qual o plano para que o problema seja solucionado; qual a estratégia adotada ao desenvolvimento da solução do problema; se existe uma lembrança da presença de um problema similar que possa auxiliar na resolução do problema atual; busca por organização do problema por meio de dados em tabelas e gráficos e, procurar resolver o problema com atenção a partes.

Dante (2000) menciona que na execução do plano deve ser atentado quanto ao processo de realização do plano elaborado, com verificação de cada etapa; efetivação dos cálculos com a indicação do plano; concretização das estratégias concebidas em seus diversos aspectos e resolução do mesmo problema.

Para fazer o retrospecto é relevante que se analise se a solução alcançada está correta; se existe outro modo de se resolver os problemas; e se é verificado a possibilidade de se empregar o método para resolver problemas semelhantes. (DANTE, 2000)

2.3.3 Cálculo algébrico com vista à introdução do pensamento algébrico através da metodologia da resolução de problemas

Segundo Leite & Araújo, (2010), é denotada como importante a proposta de ensino da Matemática a partir da resolução de problemas como sugerem diversos autores, uma vez que é necessário considerar que as competências e aprendizagens vão se desenvolvendo ao longo do tempo, através da experiência com situações e problemas dentro e fora do ambiente escolar, utilizando conhecimentos desenvolvidos em diversas e diferentes situações com as quais o aluno tem contato. Deste modo, o conhecimento prévio que o aluno traz consigo é importante na aprendizagem Matemática que será construída na escola e deverá interagir com ela.

Na ótica de Sadovsk (2007) esta situação baseia-se no teor de que:

> Encarar o ensino da Matemática com base na participação direta e objetiva da criança na elaboração do conhecimento que se quer ela aprenda. Estudar só faz sentido se for para ter uma profunda compreensão das relações Matemáticas, para ser capaz de entender uma situação problema e pôr em jogo as ferramentas adquiridas para resolver uma questão. O aluno que não domina um conhecimento fica dependente do que o professor espera que ele responda (SADOVSK, 2007, p. 19).

De acordo com Onuchic & Allevato (2011), o aluno interage com o problema iniciando o processo de construção da aprendizagem. O conhecimento, nessa perspectiva, não é apresentado, sendo produzido por meio da atividade desenvolvida que abarca a percepção do problema, com sua natureza e caminhos para solucioná-lo.

Na proposta de intervenção pela prática da resolução de problemas, o conteúdo é naturalmente envolvido no processo na medida em que a situação vai sendo solucionada e envolvendo diferentes conhecimentos. Para o matemático George Polya, são quatro as etapas aplicadas como mecanismos de abordagem de um problema: compreendendo o problema, elaborando uma estratégia, executando a estratégia e revisando a solução.

Esta perspectiva de ensino matemático colabora para a aprendizagem do estudante, visto que o incita ao questionamento a respeito do problema, assim como a resposta, transformação e gerenciamento do processo de construção do conhecimento, segundo afirma Sadovsk (2007), preparando, consequentemente, para a resolução de problemas na vida fora do contexto escolar, além de possibilitar que o aluno mobilize seus conhecimentos, desenvolvendo autoconfiança diante de situações que exigem uma tomada de decisão.

A resolução de problemas é estabelecida pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) como fator inicial da atividade Matemática em compensação à base da resolução dos procedimentos e ao agrupamento de subsídios. Neste sentido, resolver um problema incide na inclusão do que foi sugerido e na demonstração de respostas com a disposição de procedimentos apropriados.

No que tange especificamente à Álgebra, pode-se perceber acerca da presença de inúmeras alternativas que visam atingir o mesmo resultado, isto é, métodos que o aluno pode usar para solucionar um problema. Segundo Soares & Pinto (2001) o papel de professor será de incentivador, facilitador, mediador das ideias apresentadas pelos alunos, de modo que estas sejam produtivas, levando os alunos a pensarem e a gerarem seus próprios conhecimentos.

Nunes & Souza, (2004) confirmam que ao se fazer uso da metodologia de resolução de problemas, o papel do professor muda de “comunicador de conhecimento” para o de observador, organizador, consultor, mediador, controlador e incentivador da aprendizagem.

Segundo Nunes (2011), problemas consistentes, situações realistas para o conceito do aluno, assuntos motivadores que beneficiam a aprendizagem e o envolvimento do aluno são denotados como notórios. Portanto, acredita-se que é em sala de aula que o aluno consegue se expressar por meio do diálogo, troca de opiniões e argumentações em favor de suas ideias, onde, ao escrever ou representar suas descobertas e conclusões, ele terá a possibilidade de se sentir valorizado por possuir interlocutores e leitores para suas produções, considerando todas as ideias como válidas na busca de uma resolução.

Do ponto de vista da resolução de problemas, as definições não são o ponto de partida, sendo o problema o enfoque principal a ser dado. O problema deve incidir em algo que desperte o interesse do estudante, de modo a motivar sua curiosidade e levá-lo a procurar os caminhos para solução e, logo, à elaboração das definições.

Dante (2000) considera que ensinar a resolver problema consiste em uma tarefa das mais difíceis, pois não é um mecanismo direto de ensino, envolvendo uma multiplicidade de processos de pensamentos que precisam ser cautelosamente desenvolvidos pelo aluno com o auxílio do professor. Por isso, é entendido como de suma importância a aplicação dos princípios desenvolvidos por Polya, pois seguindo estes passos e tendo o professor como um condutor, o aluno chegará à solução do problema.

Nas palavras de Polya (1995, p.15), “o professor deve agir como um parceiro” para conduzir um aluno à descoberta, pois ao sentir-se só ou com pouco auxílio pode não “experimentar qualquer progresso.”

De acordo com o mencionado o estudo da Álgebra e a metodologia de resolução de problemas, avalia-se que as atividades aplicadas neste estudo tem por objetivo analisar a funcionalidade da metodologia da resolução de problemas segundo os quatro passos de Polya (1995), visando introduzir a definição do que é uma expressão algébrica e o cálculo da valor numérico de uma expressão algébrica.

3 METODOLOGIA

Visando alcançar o objetivo determinado, a pesquisa, primeiramente, apresenta como procedimento metodológico o emprego de fundamentos de essência bibliográfica, com concepção de revisão de literatura feita por meio de organização de aporte teórico, com reunião de conteúdos que passaram previamente por etapas de pesquisa em materiais e documentos eletrônicos que possuem base acadêmica, o que colabora em maior fundamentação teórica ao tema proposto.

Sequencialmente à concretização do desenvolvimento de teoria, insere-se a metodologia denotada como pesquisa qualitativa, sendo aplicada em uma das turmas do 8º ano do Ensino Fundamental a introdução ao pensamento algébrico pelo uso da metodologia de resolução de problemas e, em paralelo, na segunda turma foi trabalhado o estudo da Álgebra pelo método tradicional de ensino. Em seguida, teve-se a aplicação de avaliação diagnóstica visando conhecer o nível de compreensão do conteúdo de ambas as turmas.

Foram repassados aos alunos seis problemas, sendo quatro sobre a utilização de expressões algébricas e outros dois acerca do valor numérico de uma expressão algébrica. As atividades foram resolvidas pelos alunos com atenção aos quatro passos de Polya (Turma 2) e método tradicional (Turma 3).

4 RESULTADOS

Durante o tempo que leciono Matemática para o fundamental II, observei no decorrer dos anos, a latentes dificuldades inerentes aos educandos no que se refere ao entendimento do pensamento algébrico, apresentando afirmações de que a matéria incide como complexa e que o aprendizado acaba se tornando, por inúmeras vezes, inviável. Muitos alunos entregam suas avaliações em branco, declarando não ter conhecimento para resolver as questões.

Diante das dificuldades encontradas para ensinar o conteúdo de Álgebra da maneira como vinha ensinando há vários anos, tomei a decisão de introduzir o conteúdo de Álgebra, em especial, expressão algébrica e valor numérico de uma expressão, em uma das turmas do 8º ano em que leciono, fazendo uso da metodologia de resolução de problemas de Polya.

Na turma do 8º- 2 em que foi usada essa metodologia, foi transmitido previamente aos alunos o conhecimento sobre como funciona o método, sendo explicado que, a partir dessa metodologia, o foco passa a compreender nos problemas e não em definições prontas e que por meio da resolução dos problemas e adotando as quatro etapas principais para a resolução de um problema, descritos por George Polya, eles mesmos seriam capazes de fazer suas próprias conclusões sobre expressão algébrica e valor numérico.

Conforme mencionado na seção 2.3.2, a resolução de problemas, segundo George Polya, apresenta as seguintes etapas:

-1ª etapa: compreender o problema

- O que se pede no problema?
- O que se procura no problema?
- Quais os dados e as condições do problema?

- 2ª etapa: elaborar um plano

- Você já resolveu um problema como este antes?
- Qual é o seu plano para resolver o problema?
- É possível resolver o problema por partes?

- 3ª etapa: executar o plano

- Execute o plano elaborado.

- 4ª etapa: fazer o retrospecto ou verificação

- Examine se a solução encontrada está correta.
- Existe outra maneira de resolver o problema?

Partindo dessas fases, tem-se a realização do estudo com duas turmas do 8º ano da Escola Estadual Henrique Diniz da cidade de Barbacena-MG.

No 8º-3, turma com 32 alunos, o conteúdo Expressão Algébrica e Valor numérico de uma expressão foi trabalhado da forma tradicional, sendo apresentadas aos alunos as definições sobre o que é uma expressão algébrica e valor numérico de uma expressão. Posteriormente, foi transmitida uma lista contendo seis atividades, sendo quatro sobre expressão algébrica e duas sobre valor numérico de uma expressão para que os alunos aplicassem estas definições.

Já no 8º- 2, turma com 32 alunos, o conteúdo expressão algébrica e valor numérico de uma expressão foi disposto por meio da metodologia de resolução de problemas, com a separação da turma em oito grupos de quatro alunos em cada, com a entrega de uma lista com seis problemas, sendo quatro destes problemas aplicados de forma que, ao terminar de resolvê-los, os referidos grupos de trabalho fossem capazes de definir o que é uma expressão algébrica: Os dois problemas restantes foram introduzidos com o intento de que os alunos, ao finalizarem o processo de resolução, estivessem aptos a definir o que é o valor numérico de uma expressão algébrica.

No dia 15/04/2019 (segunda-feira), na turma do 8º- 3, no primeiro tempo foi repassado aos 32 alunos a definição de expressão algébrica, com o entendimento de que esta consiste em toda expressão que abrange números e letras, onde letras(incógnitas) demonstram a presença de números desconhecidos. Após definir o que é uma expressão, a professora entregou uma folha com as duas primeiras atividades para que os alunos aplicassem a definição repassada.

No mesmo dia, já no segundo tempo, no 8º- 2, a professora separou os alunos em grupos compostos por quatro alunos em cada e explicou novamente como seria a metodologia aplicada, repassando os quatro passos de Polya para resolver um problema e os escreveu no quadro negro. Depois de repassados as etapas de resolução de problema, a professora entregou uma folha para cada aluno com duas atividades, sendo as mesmas que foram aplicadas no 8º- 3.

Atividade 1 e 2 aplicadas nas duas turmas no dia 15/04/19 (segunda- feira).

ATIVIDADE 1- Siga as instruções:

- Escreva dois números diferentes. O primeiro deve ser diferente de zero.
- Calcule a soma e a diferença dos dois números.

- Some os dois resultados obtidos.
- Finalmente, divida essa soma pelo primeiro dos dois números escritos no início. Agora, vou adivinhar o resultado dessa divisão. Explique o porquê disso.

ATIVIDADE 2- Pense em um número natural de 1 a 9.

- Multiplique esse número por 5
- Multiplique o resultado por 2
- Agora, some ao resultado outro número natural qualquer, de 1 a 9
- Você diz o resultado e eu adivinho o primeiro número!

Como isso é possível?

1) Compreendendo o problema:

i) O que pede o problema?

Resposta: *Os alunos responderam que era para seguir as instruções, pois os dois problemas eram adivinhações.*

ii) O que se procura?

Resposta: *Os alunos responderam que era acertar o resultado da divisão no 1º e adivinhar um número no 2º.*

iii) Quais os dados?

Resposta: *Os alunos disseram que eram os números escolhidos por eles.*

2) Elaborando um plano:

i) Você já viu um problema desses?

Resposta : *Muitos alunos disseram que sim, citaram até alguns exemplos parecidos.*

ii) Qual o plano para resolver?

Resposta*: Os alunos disseram que teriam que escolher os números e resolveriam por partes as operações.*

3) Executando o plano:

Resposta: *Os alunos, entre eles, resolveram as operações por partes e a professora e os demais colegas adivinhavam o resultado*.

4) Fazendo o retrospecto:

Resposta*: Depois que o resultado era divulgado, eles conferiam para ver se estava correto.*

No dia 15/04/19 (segunda-feira), no 3º tempo na sala do 8º- 3, a professora aplicou as duas primeiras atividades e percebendo que os alunos ainda estavam com dificuldades de traduzir da linguagem formal para a linguagem algébrica, repassou mais duas atividades que seriam corrigidas na próxima aula dia 16/04/19.

Já no 8º - 2, os alunos continuaram a discutir os dois primeiros problemas durante todo o quarto tempo, e no final do quarto tempo, a maioria dos alunos, após seguir todas as etapas para resolver os problemas, conseguiram compreender, a partir da 4ª etapa (verificação), que os resultados na 1ª atividade consistiam sempre no mesmo o número e na 2ª atividade, o resultado era sempre o algarismo das dezenas. Logo, eles perceberam que não importava a escolha dos números e a partir daí poderiam generalizar colocando no lugar dos números, as letras.

1 – Seguindo-se as instruções da **Atividade 1**, os alunos chegaram as seguintes conclusões:

- Escreva dois números diferentes: x e y , com $x \neq 0$
- Expresse a soma e a diferença dos dois números: $(x + y)$ e $(x - y)$
- Some os dois resultados obtidos: $(x + y) + (x - y) = 2x$
- Divida a soma pelo primeiro dos dois números escritos no início: $2x : x = 2$

Logo o resultado seria sempre igual à 2.

2 – Seguindo-se as instruções da **Atividade 2**, os alunos chegaram as seguintes conclusões:

- Escolher um número entre 1 e 9 e multiplicar por 5: $(x.5)$;
- Multiplique o resultado por 2: $(5.x) . 2 = 10x$
- Some ao resultado outro número natural qualquer, de 1 a 9: $10x + y$

O resultado seria sempre igual ao algarismo das dezenas.

Após os alunos encontrarem essas duas expressões, eles mesmos definiram que expressão algébrica é uma sentença que envolve números e letras.

As atividades 1 e 2 foram aplicadas no 8º- 3 e 8º- 2, e com essas duas primeiras atividades o objetivo era, na turma do 8º 3, verificar se os alunos, a partir das definições repassadas pela professora, eram capazes de fazer a tradução da linguagem formal para a linguagem algébrica.

Já no 8º- 2, com o foco nos problemas e não nas definições prontas, o objetivo era a partir dos problemas, seguindo os passos de Polya e, com algumas intervenções da professora, fazer com que os alunos ao final conseguissem definir com suas próprias palavras expressão algébrica, e também mostrar que as letras (incógnitas) servem para generalizar.

ATIVIDADES

INTRODUÇÃO AO CÁLCULO ALGÉBRICO ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

ALUNO: 8º 2

DEFINIR EXPRESSÃO ALGÉBRICA

AS ATIVIDADES FORAM RETIRADAS DO LIVRO DIDÁTICO USADO NA ESCOLA ESTADUAL HENRIQUE DINIZ
LIVRO :MATEMÁTICA NA MEDIDA NA CERTA
AUTOR:MARÍLIA CENTURIÓN E JOSÉ JAKUBOVIC

1-SIGA AS INSTRUÇÕES:

- ESCREVA DOIS NÚMEROS DIFERENTES . O PRIMEIRO DEVE SER DIFERENTE DE ZERO.
- CALCULE A SOMA E A DIFERENÇA DOS DOIS NÚMEROS.
- SOME OS DOIS RESULTADOS OBTIDOS.
- FINALMENTE, DIVIDA ESSA SOMA PELO PRIMEIRO DOS DOIS NÚMEROS ESCRITOS NO INÍCIO.

  AGORA, VOU ADIVINHAR O RESULTADO DESSA DIVISÃO.EXPLIQUE O PORQUE DISSO.

1º Será capaz de adivinhar o resultado.
Os dados serão os números que você pensar.
2º Siga as instruções.

9 7

9+7=16
9-7=2
16+2=18
18:9=2

2- * PENSE EM UM NÚMERO NATURAL DE 1 A 9.

- MULTIPLIQUE ESSE NÚMERO POR 5
- MULTIPLIQUE O RESULTADO POR 2
- AGORA, SOME OUTRO NÚMERO NATURAL QUALQUER, DE 1 A 9
- VOCÊ DIZ O RESULTADO E EU ADIVINHO O PRIMEIRO NÚMERO!

COMO ISSO É POSSÍVEL?

5 x 5=25
25 x 2=50
50 + 2 = 52

como resultado 2. Ou seja, a pessoa pensa 2 números,
y

$+x-\cancel{y}$

$:x=2$

você subtrai "y" sempre ficará 0, sendo assim, 2x divic
será sempre o total de 2.

pensa em um número de 1 a 9. A pessoa que vai adivi
m variáveis, multiplica por 5 e em seguida 2, você
m outro número e soma com o resultado. veja:

$).2 = 10x+y$

10

, que a pessoa pense 7 e depois 5: $10.7+5$

$70+5=75$

O algarismo da dezena sempre será o número que a pessoa pensou.

é uma expressão algébrica?

você pensa a expressão com
is ao invés de números, nos
os dessa folha as expressões
icas são: ① $2x:x$ e ② $10x+y$.
você pode perceber são expressões apenas
letras, sendo assim, uma expressão algebrica.

Uma aluna do 8º - 2, após as duas primeiras atividades, definiu que expressão algébrica é quando no lugar de números usa-se letras para generalizar.

Para as atividades 3 e 4, foram seguidos no 8º- 2 as quatro etapas de George Polya, assim como nas duas primeiras atividades.

Atividade 3 e 4: Aplicadas nas duas turmas.

Atividade 3 - A quadra da escola HD tinha um terreno quadrado medindo **y** metros de lado. O diretor solicitou ao Estado que ampliasse esse terreno aumentando mais 3 m de frente e 2 m de fundos.

a) Faça a representação geométrica correspondente à nova quadra.
b) Quantos metros à frente da quadra passará a ter?
c) Quantos metros o fundo da quadra passará a ter?
d) Qual é a expressão da área da nova quadra na forma mais simplificada possível?
e) Qual é a expressão do perímetro dessa nova quadra na forma mais simplificada possível

Atividade 4 - Se um sanduíche na cantina da escola HD custa *s* reais e um refrigerante *r* reais, indique o custo, em reais, de:

a) dois sanduíches;
b) sete refrigerantes;
c) um sanduíche e três refrigerantes;
d) cinco sanduíches e um refrigerante.

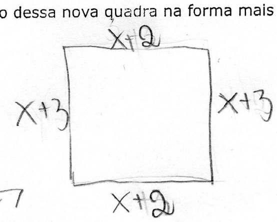
No dia 16/04/19 (terça-feira), no 8º- 3, foram corrigidas as atividades 3 e 4 que haviam sido repassadas no dia anterior. Já no 8º- 2, a turma foi novamente separada em grupos para fazer as atividades 3 e 4, utilizando a metodologia de resolução de problemas de Polya.

3-(Professor Rafael, adaptada) A quadra da escola HD tinha um terreno quadrado medindo **X** metros de lado. O diretor solicitou ao Estado que ampliasse esse terreno aumentando mais 3m de frente e 2m de fundos.

a) Faça a representação geométrica correspondente a nova quadra.
b) Quantos metros a frente da quadra passará a ter?
c) Quantos metros o fundo da quadra passará a ter?
d) Qual é a expressão da área da nova quadra na forma mais simplificada possível?
e) Qual é a expressão do perímetro dessa nova quadra na forma mais simplificada possível?

Dados: 3m de frente
2m de fundos.
Y metros de lado.

A)

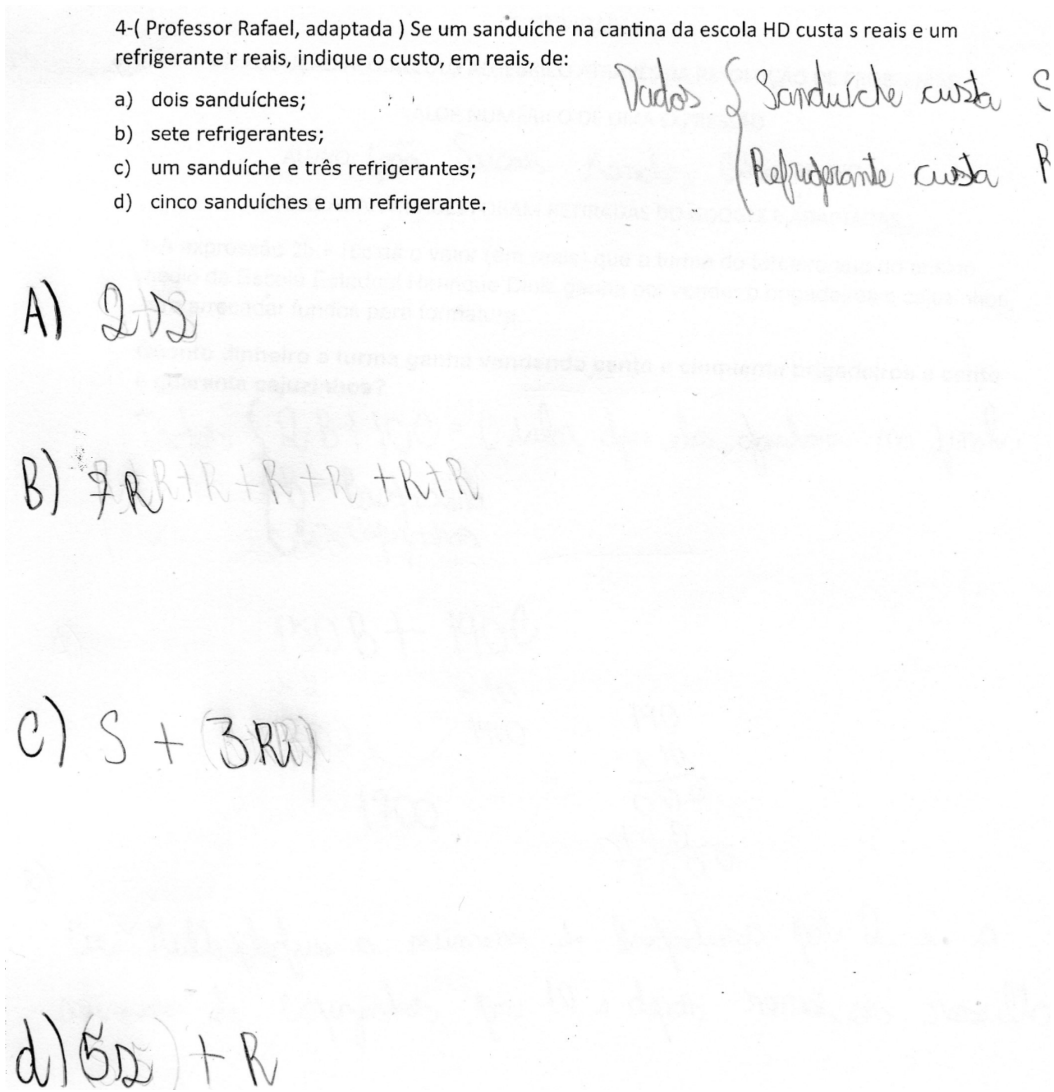


B) X+3

c) X+2

d) (X+3).(X+2)

e) 2(X+3)+2(X+2)



4-(Professor Rafael, adaptada) Se um sanduíche na cantina da escola HD custa s reais e um refrigerante r reais, indique o custo, em reais, de:

a) dois sanduíches;
b) sete refrigerantes;
c) um sanduíche e três refrigerantes;
d) cinco sanduíches e um refrigerante.

Dados { Sanduíche custa S
Refrigerante custa R

A) 2S

B) 7R R+R+R+R+R+R

C) S + 3R

d) 5S + R

Com as atividades 3 e 4, o objetivo era, em ambas as turmas, reforçar a definição de expressão algébrica.

Ao final das quatro primeiras atividades, 60%(sessenta por cento) dos alunos do 8º- 3 ainda apresentavam dificuldade em compreender o uso das letras para representar números desconhecidos. E, paralelamente, no 8º- 2, 20% (vinte por cento) dos alunos não conseguiram definir e compreender o que é uma expressão algébrica.

Após ambas as turmas já conseguirem compreender o que é uma expressão algébrica, a próxima etapa foi adotada, que incidia em definir valor numérico de uma expressão.

Na sequência, demonstra-se que as duas atividades apresentadas incidem sobre o valor numérico de uma expressão.

No dia 22/04/19 (segunda-feira), no 8º- 3, no primeiro tempo, a professora repassou aos alunos a definição de valor numérico de uma expressão, explicando que este é compreendido como o número que se encontra quando há uma substituição de letras (incógnitas) por números. Após repassada a definição, a professora entregou a cada aluno uma folha com duas atividades para que os alunos resolvessem. No mesmo dia, no segundo tempo, no 8º- 2, a professora separou novamente os alunos em grupos e entregou as atividades para que eles, aplicando metodologia de resolução de problemas, resolvessem e definissem o valor numérico. Observa-se que foi necessário utilizar duas aulas do dia 22/04 e uma aula no dia 23/04/19 para que os alunos conseguissem concluir o que é valor numérico.

Atividades aplicadas no dia 22/04/19 (segunda-feira)

Todas as atividades foram retirados do Google e adaptadas (Fonte: desconhecida)

ATIVIDADE 1- A expressão $2b + 10c$ dá o valor (em reais) que a turma do terceiro ano do ensino médio da Escola Estadual Henrique Diniz ganha por vender b brigadeiros e c cajuzinhos, para arrecadar fundos para formatura. Quanto dinheiro a turma ganha vendendo cento e cinquenta brigadeiros e cento e quarenta cajuzinhos?

1- Compreendendo o problema:

i) O que pede o problema?

Resposta: *Os alunos responderam que era para calcular a quantidade de dinheiro arrecadado pela turma do 3º ano.*

ii) O que se procura?

Resposta: *Os alunos responderam que era o valor arrecadado pela turma com a venda de 150 brigadeiros e 140 cajuzinhos.*

iii) Quais os dados?

Resposta: *Os alunos disseram que eram a expressão 2b + 10c e as quantidades de brigadeiros e cajuzinhos.*

2-Elaborando um plano:

i) Você já viu um problema desses?

Resposta: *Muitos alunos disseram que não.*

ii) Qual o plano para resolver?

Resposta: *Os alunos disseram que teriam que resolver por partes. Primeiro pegar a quantidade de brigadeiros vendidos e multiplicar por dois, depois a quantidade de cajuzinhos e multiplicar por dez, feito isso somariam os dois totais.*

3-Executando o plano:

Resposta: *Os alunos, entre eles, resolveram as operações por partes e chegaram no resultado.*

4-Fazendo o retrospecto:

Resposta: *Depois que o resultado era divulgado eles conferiam para ver se estava correto.*

ATIVIDADE 2 - A turma do oitavo da Escola Estadual Henrique Diniz foi a uma floricultura comprar rosas para presentear os professores, chegando lá perceberam que a floricultura usa a expressão $2 + 5r$ para determinar o preço, em reais, de r rosas.

Complete a tabela para encontrar o preço de diferentes números de rosas.

NÚMERO DE ROSAS (r)	Preço (2 + 5r)
4	
8	
16	

a) A turma do oitavo arrecadou 50 reais. Quantas rosas eles podem comprar?

Explique a um familiar, amigo(a) ou colega de classe porque o preço de oito rosas *não* é o dobro do preço de quatro rosas.

• ATIVIDADES

INTRODUÇÃO AO CÁLCULO ALGÉBRICO ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

VALOR NUMÉRICO DE UMA EXPRESSÃO

ALUNO: 8º ANO 2

TODAS AS ATIVIDADES FORAM RETIRADAS DO GOOGLE E ADAPTADAS

1-A expressão $2b + 10c$ dá o valor (em reais) que a turma do terceiro ano do ensino médio da Escola Estadual Henrique Diniz ganha por vender b brigadeiros c cajuzinhos, para arrecadar fundos para formatura.

Quanto dinheiro a turma ganha vendendo cento e cinquenta brigadeiros e cento e quarenta cajuzinhos?

2b + 10c

• Pergunta: quanto dinheiro a turma ganha vendendo 150 brigadeiros e 140 cajuzinhos?

• dados: 150 brigadeiros e 140 cajuzinhos

. expressão: 2b + 10c

-Plano: ?

2b + 10c

12 e + C ?

$$\begin{array}{r} 150 \\ \times\ 2 \\ \hline 300 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 140 \\ 10 \\ \hline 000 \\ 140 \\ \hline 1400 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1400 \\ 300 \\ \hline 1700 \end{array}$$

2b +10c

2 → é o preço de 1 brigadeiro

10 → é o preço de 1 cajuzinho

depois de descobrir isso é só multiplicar o preço do brigadeiro (2 reais) pela quantidade de brigadeiros vendidos (15 fazer a mesma coisa com o preço (10 reais) e a quan 140) de cajuzinho. Depois somar os dois resultados.

150 (quantidade) × 2 (reais) | 140 (quantidade) × 10 (reais) = 1400 + 300 → 1700 reais.

2-A turma do oitavo da ESCOLA E. HENRIQUE DINIZ foi a uma floricultura comprar rosas para presentear os professores, chegando lá perceberam que a floricultura usa a expressão $2 + 5r$ para determinar o preço, em reais, de r rosas.

a) Complete a tabela para encontrar o preço de diferentes números de rosas.

NÚMERO DE ROSAS (r)	PREÇO (2+ 5r)
4	22
8	42
16	82

***b)* A turma do oitavo arrecadou 50 reais. Quantas rosas eles podem comprar?**

2+5 ×9
2+ 45
47 reais

9 rosas

c) Explique a um familiar, amigo(a) ou colega de classe porque o preço de oito rosas *não* é o dobro do preço de quatro rosas.

Pois na expressão começa sempre por multi plicação e divisão

...n numérico: É quando você substitui a ...avel por um número, e encontra um ...tado numérico. O resultado da expressão ...brico é o valor numérico.

Após as atividades, uma aluna, definiu que valor numérico de uma expressão algébrica é quando você substitui a variável por um número e encontra um resultado numérico.

Com essas duas atividades, o objetivo era que os alunos compreendessem o que é o valor numérico de uma expressão. No 8º- 3, os alunos só aplicaram a definição que foi repassada pela professora, e já no 8º- 2 os alunos conseguiram, por meio da metodologia de resolução de problemas, concluir a definição de valor numérico.

Na turma do 8º- 3, onde teve-se o emprego do método tradicional, o conteúdo todo foi trabalhado em quatro aulas. Na turma 8º- 2, cujos conteúdos foram operados conforme a metodologia da resolução de problemas seguindo os quatro passos apresentado por G.Polya (compreender o problema, elaborar um plano, executar o plano e fazer os retrospecto), foram necessárias quatro aulas para que os alunos, a partir dos problemas apresentados, fossem capazes de definir o que é uma expressão algébrica. Após os alunos terem compreendido a definição de expressão algébrica foram necessárias mais três aulas, para que a partir dos problemas eles concluíssem o que é valor numérico de uma expressão.

Após o conteúdo ter sido devidamente trabalhado em ambas as turmas, foi realizada uma avaliação diagnóstica com o escopo de analisar o nível de aprendizado dos alunos.

Avaliação diagnóstica aplicada em ambas às turmas.

<table>
<tr><td rowspan="5"></td><td colspan="8">ESCOLA ESTADUAL HENRIQUE DINIZ</td></tr>
<tr><td>Aluno:</td><td colspan="5"></td><td>Nº:</td><td></td></tr>
<tr><td>Série:</td><td>8º</td><td>Turma:</td><td>2 e 3</td><td>Bimestre :</td><td>2º</td><td>Data:</td><td>29/04/19</td></tr>
<tr><td>Professor:</td><td colspan="5">PATRICIA DE ALMEIDA LIGUORI</td><td>Matéria :</td><td>MATEMÁTICA</td></tr>
<tr><td colspan="4">AVALIAÇÃO:EXPRESSÕES ALGÉBRICAS/VALOR NUMÉRICO</td><td>Valor:</td><td>6,0</td><td>Nota:</td><td></td></tr>
</table>

1- A demanda (D) de certo produto é dada pela fórmula D = 4.000 – 50P, em que P é o preço por unidade do bem. Determinar a demanda para:

a) P = R$ 60,00,

b) P = 40,00.

2- Na bilheteria do cinema há um cartaz com o preço dos ingressos.

Criança: R$ 6

Adulto: R$ 12

Para uma sessão, foi vendida uma quantidade **x** de ingressos para adultos e uma quantidade **y** de ingressos para crianças.

a) Que expressão algébrica representa o total arrecadado para a sessão?

b) Quantos reais foram arrecadados na sessão, se x = 150 e y = 240?

3- A quantidade de água (**V**), em litros, que uma bomba pode elevar é dada pela expressão V = 45t + 10, onde **t** é o tempo em minutos. Quantos litros essa bomba terá colocado na caixa d’água depois de:

a) 30 minutos de funcionamento.

b) 1 hora de funcionamento.

4- Os fabricantes de sapatos calculam o número do sapato adequado a cada pessoa usando a seguinte fórmula: N=5c+28/4, onde **N** é o número do sapato e **c** é o comprimento do pé em centímetros. Use essa fórmula para calcular o número de uma pessoa cujo comprimento do pé é de 24 cm.

5- Leia o texto a seguir e responda às questões.
As companhias distribuidoras de energia elétrica costumam informar seus consumidores de que o gasto de energia mensal de um aparelho elétrico pode ser calculado pela fórmula: G=P.H.D/1000, onde **G** é o gasto em quilowatts-hora (**kwh**);
P é a potência do aparelho em watts (**w**);
H é o número de horas que o aparelho funcionou a cada dia;
D é o número de dias que o aparelho funcionou a cada mês.

a) Imagine um chuveiro elétrico com potência de 3 800 w que fique ligado 0,5 horas, 30 dias por mês. Quanto esse chuveiro consome em 1 mês?
b) Sabendo que cada quilowatt-hora custa R$ 0,48, quanto custam esses banhos na conta mensal?

6- Dados $P = x^2 + a^2 - 2ax$ e $Q = 2x^2 + 5ax + 3a^2$, determine:
a)P + Q e seu valor numérico para $a = 10$ e $x = -4$
b)P – Q e seu valor numérico para $a = -0,5$ e $x = 12$

A turma 8º- 2, com a efetivação do trabalho por meio da metodologia de resolução de problemas, teve como resultado um percentual de 87% (oitenta e sete por cento) da turma que conseguiu obter resultado satisfatório, ou seja, atingiram ao menos 60% da prova. Todavia, na turma 8º- 3, em que as definições foram repassadas pela professora e os alunos somente a reproduziram nas atividades, o resultado foi de 58% (cinquenta e oito por cento) de alunos com média satisfatória.

Após decorrido a introdução do conteúdo e depois da avaliação diagnóstica, os alunos do 8º- 2 responderam a um questionário sobre sua visão a respeito da metodologia de resolução de problemas. Diante de um total de 32 alunos presentes na turma, 28 responderam ter gostado da metodologia de resolução de problemas para introduzir expressão algébrica e valor numérico, explicando que o método foi de grande valia para o entendimento do uso das letras nas expressões. O questionário mostrou que 2 alunos não gostaram da metodologia, julgando maior dificuldade e demora no procedimento e, por fim, 2 alunos não responderam ao questionário, pois estavam ausentes no dia da aplicação do mesmo.

Os alunos da turma 2 disseram também que a metodologia foi mais dinâmica, deixando a aula mais interessante.

Questionário aplicado para os alunos da turma 8º 2.

QUESTIONÁRIO

1) Você gosta da disciplina Matemática?

( ) Sim ( ) Não

2) Você tem dificuldades para entender os conteúdos das aulas de Matemática?

( ) Sim ( ) Não

3) O que você acha que justificaria a sua dificuldade no aprendizado?

( ) Dificuldades associadas com a própria Matemática

( ) Dificuldades associadas a compreensão

( ) Método de ensino

4 – Qual a diferença que você percebeu entre a aula tradicional e a a apresentada por meio de resolução de problemas?

5 – Você gostou do método apresentado?

( ) Sim ( ) Não

6) Você considera que o método utilizado facilitou a introdução do tema em estudo?

( ) Sim ( ) Não

Justifique sua resposta.

____

Questionário respondido de alguns alunos.

QUESTIONÁRIO

1) Você gosta da disciplina matemática?

(X) Sim ( ) Não

2) Você tem dificuldades para entender os conteúdos das aulas de matemática?

( ) Sim (X) Não

3) O que você acha que justificaria a sua dificuldade no aprendizado?

( ) Dificuldades associadas com a própria matemática

( ) Dificuldades associadas a compreensão

( ) Método de ensino

4 – Qual a diferença que você percebeu entre a aula tradicional e a a apresentada por meio de resolução de problemas?

Que, a por meio de resolução, a gente mesma descobre o que é a matéria, e é mais fácil de entender.

5 – Você gostou do método apresentado?

(X) Sim ( ) Não

6) Você considera que o método utilizado facilitou a introdução do tema em estudo?

(X) Sim ( ) Não

Justifique sua resposta.

Sim, pois desse método aprendemos a matéria, mas do jeito que nós pensamos.

1- Gosto pois é uma matéria legal de se aprender e porque sempre
ive facilidade em aprende-la.

2- Não, pois o professor explica tudo de uma maneira que é fa
de compreender.

5- Sim, pois é mais legal e mais fácil de aprender a matéria.

mais

QUESTIONÁRIO

1) Você gosta da disciplina matemática?
(X) Sim ( ) Não

Porque eu acho a matematica muito interessante e por isso a tive como preferida

2) Você tem dificuldades para entender os conteúdos das aulas de matemática?
( ) Sim (X) Não

Porque a professora tem uma boa forma de explicar tenho mais facilidade de aprendizado em suas aulas.

3) O que você acha que justificaria a sua dificuldade no aprendizado?
( ) Dificuldades associadas com a própria matemática
(X) Dificuldades associadas a compreensão
( ) Método de ensino

4 – Qual a diferença que você percebeu entre a aula tradicional e a a apresentada por meio de resolução de problemas?

A tradicional é mais clara e simples já o metodo apresentado depende mais do aluno e é mais complicado.

5 – Você gostou do método apresentado?
(X) Sim ( ) Não

ele é mais dinâmico, acho que isso desperta mais interesse pelo aluno

6) Você considera que o método utilizado facilitou a introdução do tema em estudo?
(X) Sim ( ) Não
Justifique sua resposta.

Pois a forma dinamica trouxe mais interesse

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pelo exposto, pode-se compreender que as concepções a respeito da Matemática surgiram em razão de problemas de ordem prática que são oriundos da rotina das pessoas, assim como assuntos teóricos que invadiram a percepção e pensamento de diversos estudiosos da área no decorrer do processo histórico.

Segundo as teorias que explanam sobre a Matemática e o ensino da Álgebra em sala de aula, é observado que nestas tem-se a presença de fatores intrínsecos a comportamentos e postura por parte das pessoas, e, dispor de conhecimentos que abordam sobre as demonstrações de processos criativos colabora para que alunos tenham um maior interesse e envolvimento para a concepção do conhecimento, transcendendo a ótica criada da Matemática como um produto que se encontra finalizado e pronto.

Os educadores em Matemática devem procurar desenvolver nos alunos um meio de se pensar algebricamente, e a ligação entre evolução histórica do ensino de Matemática, Álgebra e discussão do corpo docente reafirma o relevo de se conceber percepções abrangentes no ambiente intra-classe, onde a Álgebra é discorrida como uma temática transversal que deveria encontrar-se presente no decorrer de todo o processo de escolaridade.

A aplicação de métodos por parte dos professores para o ensino de Álgebra conduz à sala de aula assuntos e produções teóricas que explanam aos mesmos um desafio que se pauta no emprego de meios que transformem os conteúdos obtidos em pesquisas bibliográficas em atividades de ensino que ofereçam aos alunos uma maior compreensão da Matemática.

Os professores precisam atuar com vista a elaborar abordagens pedagógicas que beneficiem a readequação e assimilação das teorias e conceitos abrangidos pelos conteúdos.

Dispor de conhecimento sobre a Álgebra e seu ensino é entendido como basilar aos professores que atuam na disciplina, influenciando de forma positiva as práticas pedagógicas, colaborando, igualmente, na percepção dos processos que a Álgebra abarca e suas dimensões.

Na resolução de problemas, acredita-se que o ensino promovido pelos professores na área de Álgebra é capaz de cooperar para a motivação dos alunos no que tange à aprendizagem, orientando a um maior conhecimento e investigações que propiciam uma noção efetiva acerca da produção Matemática.

O pensamento algébrico possibilita conhecimento a respeito da simbologia desta como um tipo de linguagem que otimiza a demonstração do raciocínio matemático e, assim sendo, atividades abarcadas pela resolução de problemas em Álgebra podem contribuir para a formação do pensamento algébrico nos alunos, atenuando as dificuldades que possam surgir no aprendizado.

Acredita-se que no momento em que os alunos se familiarizam com a linguagem algébrica, tem-se uma maior compreensão para a resolução de problemas e, pelo estudo, é percebido que as atividades operam como elemento motivador dos alunos, auxiliando nos processos de ensino e aprendizagem.

Pelo estudo apresentado, pode-se observar que a proposta de análise sobre o desenvolvimento dos alunos diante do processo de ensino e aprendizagem de Álgebra pela resolução de problemas, conectado também ao emprego de meios convencionais foi considerado como satisfatório, tendo em vista que os alunos que frequentam o oitavo ano do ensino fundamental da Escola Estadual Henrique Diniz, localizada na cidade de Barbacena-MG, demonstraram grande interesse pela metodologia de resolução de problemas.

Deste modo, a partir da aplicação do método de resolução de problemas em uma das classes, teve-se como resposta uma maior compreensão dos alunos, que tiveram entendimento sobre o significado de uma expressão algébrica e o modo como se deve calcular o valor numérico desta, despertando, assim, o pensamento algébrico destes.

Paralelamente, a aplicação na turma de alunos pelo método convencional de ensino de Álgebra não surtiu o mesmo interesse quando comparada aos alunos que passaram pela resolução de problemas, uma vez que, mesmo julgando a resolução de problemas como uma técnica que demanda maior tempo de execução, o método convencional foi considerado como mais complexo no que tange à compreensão dos alunos, o que reforça a percepção de que a resolução de problemas incide como eficaz para o despertar do pensamento algébrico no corpo discente das duas turmas analisadas.

A metodologia de resolução de problemas foi aplicada eficientemente para a introdução dos conceitos de expressão algébrica e valor numérico, todavia o método tradicional, devido aos conteúdos e maior rapidez em respostas, é entendido como importante de ser trabalhado em seus conteúdos, possibilitando, portanto, uma associação de técnicas que visam o ensino e aprendizado.

Logo, o ensino de Álgebra precisa dar enfoque aos significados dos conceitos algébricos na resolução de problemas, visando, especificamente, o aprendizado dos alunos, sendo este estimulado pelo pensamento algébrico, propiciando o uso de técnicas e discussão acerca dos conceitos em que a Álgebra envolve.

Neste ínterim, pelo estudo efetivado, pode-se constatar que a metodologia da resolução de problemas consistiu como satisfatória para definir expressão algébrica e valor numérico de uma expressão, e a partir dessa conjuntura, como docente na área, almejo uma continuação dos trabalhos com a aplicação da metodologia de resolução de problemas, buscando, efetivamente, introduzir o estudo de Álgebra para alunos do oitavo ano, porém não vou utilizá-la para todos os conteúdos, uma vez que, conforme exposto, demanda um número maior de aulas, o que torna inviável o cumprimento do currículo e cronograma, dentro do prazo determinado para a execução de cada etapa. Acredito, dentro do analisado, que a metodologia em discussão, embora eficiente, não predomina no âmbito de ensino dos docentes de um modo geral em razão do demasiado número de alunos por turma e o tempo que demanda para que seja empregada de maneira satisfatória.

6 REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Jadilson Ramos de; SANTOS, Marcelo Câmara dos. Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: proposição de um modelo para os problemas de partilha. *Zetetiké,*Campinas, SP. v.26. n.3. 2018, p.546-568. Disponível em < https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8650717/18882>. Acesso em 05 de março de 2019.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. *Ensinando Matemática na sala de aula através da Resolução de Problemas*. Boletim GEPEM, n.55, p. 1-19, 2009.

ARAÚJO, Regiane Gomes de; FILLOS, Leoni Malinoski. *Aulas investigativas no ensino da Álgebra*: uma experiência no 8º ano do ensino fundamental. IV Fórum das Licenciaturas. VI Encontro do PIBID. II Encontro PRODOCÊNCIA – Diálogos entre licenciaturas: demandas da contemporaneidade – UNICENTRO. 2015. Disponível em < http://www2.unicentro.br/proen/files/2014/09/Regiane-Gomes-de-Ara%C3%BAjo-e-Leoni-Malinoski-Fillos.pdf >. Acesso em 14 de março de 2019.

BORTOLETTI, Anderson de Abreu. *Introdução às expressões algébricas na escola básica*: variáveis & células de planilhas eletrônicas. 2014. 161fls. Dissertação (Mestrado). Mestrado em Ensino de Matemática. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2014. Disponível em < https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/107253 >. Acesso em 05 de março de 2019.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental, 1998.

______. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental, 2008.

BRUM, Lauren Darold. *Análise de erros cometidos por alunos de 8º ano do ensino fundamental em conteúdos de Álgebra*. 2013. 94fls. Dissertação (Mestrado). Mestrado em Ensino de Matemática. Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática. Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa d Extensão. Área de Ciências Tecnológicas. Centro Universitário Franciscano de Santa Maria. Santa Maria, RS, 2013. Disponível em < http://tede.unifra.br:8080/bitstream/UFN-BDTD/371/1/Lauren%20Darold%20Brum.pdf >. Acesso em 27 de março de 2019.

CARAÇA, B. J. *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Gradiva: Lisboa, 2000

CASTRO, Doraci do Rocio Merchiori de. *O ensino da Álgebra no 8º ano do ensino fundamental*. 2013. 79fls. Produção Didático Pedagógica (Caderno pedagógico). Programa de Desenvolvimento Educacional-PDE. Secretaria de Estado da Educação do Paraná. Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Curitiba. Versão Online. Cadernos PDE. v. II. 2013. Disponível em < http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_utfpr_mat_pdp_doraci_do_rocio_merchiori_de_castro.pdf >. Acesso em 09 de abril de 2019.

COELHO, Flávio Ulhoa; AGUIAR, Márcia. A história da Álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino. *Estudos Avançados*. v.32. n. 94. 2018. Disponível em < http://www.scielo.br/pdf/ea/v32n94/0103-4014-ea-32-94-00171.pdf >. Acesso em 09 de abril de 2019.

COSTA, Amanda Silva da. et al. Investigando as dificuldades apresentadas em Álgebra por alunos do Oitavo Ano do Ensino Fundamental. *Revista Destaques Acadêmicos*, Lajeado. v. 8. n. 4. 2016. Disponível em < http://www.univates.br/revistas/index.php/destaques/article/download/1224/1098>. Acesso em 09 de abril de 2019.

DANTE, L. R. *Didática da resolução de problemas de Matemática*. São Paulo: Ática, 12. ed. 2000.

ERNANDES, Emanoela Alessandra. *O conceito função a partir das proposições da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017) na unidade temática Álgebra*. 2017. 36fls. Artigo (Curso Matemática). Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul - UNIJUÍ. 2017. Disponível em < http://bibliodigital.unijui.edu.br:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/5609/Emanoela%20Alessandra%20Ernandes.pdf?sequence=1>. Acesso em 22 de setembro de 2019.

FURASTÉ, Pedro Augusto. *Normas Técnicas para o Trabalho Científico*: explicitação das normas da ABNT. 16. ed. Porto Alegre: Dáctilo Plus, 2012.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo (Orgs). *Métodos de pesquisa*. Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS. Curso de Graduação Tecnológica. Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. Disponível em < http://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf>. Acesso em 05 de abril de 2019.

GONÇALVES, Juliana Aparecida. *Dificuldade dos alunos que iniciam no estudo da Álgebra*. 2013. 44fls. Trabalho de conclusão de curso. Curso de Matemática Coordenação de Matemática. Faculdade de Pará de Minas. Pará de Minas, 2013. Disponível em < http://fapam.web797.kinghost.net/admin/monografiasnupe/arquivos/9052014212438Monografia_Juliana_Goncalves.pdf >. Acesso em 12 de abril de 2019.

HANKE, Tânia Aparecida Ferreira. *Padrões de regularidades*: uma abordagem no desenvolvimento do pensamento algébrico. 2008. 212fls. Dissertação (Mestrado). Mestrado em Ensino de Matemática. Programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2008. Disponível em < http://www.biblioteca.pucminas.br/teses/EnCiMat_HankeTA_1.pdf >. Acesso em 27 de março de 2019.

LANGE, Maurício Mailan. *Álgebra no 8º ano do ensino fundamental*: prática pedagógica com a utilização de material manipulável. 2016. 67fls. Dissertação (Mestrado). Mestrado em Ciências e Tecnologias na Educação. Área de concentração: Tecnologias na Educação. Programa de Pós-Graduação em Ciências e Tecnologias na Educação. Campus Pelotas Visconde da Graça. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-Rio-Grandense. Pelotas, 2016. Disponível em <

http://ppgcited.cavg.ifsul.edu.br/mestrado/images/downloads/dissertacoes/mauricio_lange >. Acesso em 27 de março de 2019.

LEITE, A. S.; ARAÚJO, M. C. S. *Resolução de problemas x metodologia de ensino*: como trabalhar Matemática a partir da resolução de problemas. Encontro Nacional de Educação Matemática, Salvador, 2010.

LIMA, José Roberto de Campos; BIANCHINI, Bárbara Lutaif. A Álgebra e o pensamento algébrico na proposta de Base Nacional Curricular Comum para os anos iniciais do Ensino Fundamental. *Rev. Prod. Disc. Educ.Matem.*, São Paulo, v.6, n.1, pp. 197-208, 2017. Disponível em < https://revistas.pucsp.br/pdemat/article/view/32595/22517>. Acesso em 24 de setembro de 2019.

MACCALI, Ludmila. *Atividades investigativas para o ensino da Álgebra em turmas de 7° ano e 9° ano do Ensino Fundamental*. 2017. 116fls. Dissertação (Mestrado Profissional). Mestrado em Ensino de Ciências Exatas. Linha de pesquisa: Tecnologias, Metodologias e Recursos Didáticos para o Ensino de Ciências e Matemática. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas. Centro Universitário UNIVATES. Lajeado, 2017. Disponível em < https://www.univates.br/bdu/bitstream/10737/1713/1/2017LudmilaMaccali.pdf >. Acesso em 03 de abril de 2019.

MARCUSSI, Haidée de Fátima Rodrigues. *Álgebra no Ensino Fundamental*. 2013. 64fls. Dissertação (Mestrado). Mestrado em Matemática. Centro de Ciências e Tecnologia. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF). Campos dos Goytacazes-RJ, 2013. Disponível em < http://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/08/19032013Haidee-Fatima-Rodrigues-Marcussi.pdf >. Acesso em 12 de abril de 2019.

MELO, Lidiane Alves de Lima; PAZ, Flavio de Oliveira Feitosa; SOUZA, Carlos Bino de. *Resolução de Problemas segundo George Polya*: uma abordagem metodológica para solucionar problemas matemáticos. X Encontro Paraibano de Educação Matemática. EPBEM. 2018. Disponível em < http://editorarealize.com.br/revistas/epbem/trabalhos/TRABALHO_EV121_MD1_SA5_ID255_16082018190822.pdf>. Acesso em 24 de setembro de 2019.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. *Base Nacional Comum Curricular* – Educação é a Base. Conselho Nacional de Educação. 2017. Disponível em < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf >. Acesso em 24 de setembro de 2019.

MORETTI, Valmir Roberto. *Um estudo sobre métodos algébricos de resolução de equações algébricas com proposta de atividades para o ensino básico*. 2014. 91fls. Dissertação (Mestrado Profissional). Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica. Universidade Estadual de Campinas. UNICAMP. Campinas, 2014. Disponível em < http://repositorio.unicamp.br/bitstream/REPOSIP/306084/1/Moretti_ValmirRoberto_M.pdf >. Acesso em 05 de março de 2019.

MOURA, Tiago Emanuel Domingos de; SANTOS, Emily de Vasconcelos; RÊGO, Rogéria Gaudêncio do. *A BNCC para o ensino fundamental*: uma descrição do conteúdo probabilístico e articulações com os PCN. IV CONEDU – Congresso Nacional de Educação.

2017. Disponível em < https://editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/TRABALHO_EV073_MD1_SA13_ID7893_17102017122602.pdf >. Acesso em 24 de setembro de 2019.

NOBRE, Sandra; AMADO, Nélia; PONTE, João Pedro da. A resolução de problemas com a folha de cálculo na aprendizagem de métodos formais algébricos. *Quadrante*. v. XXIV. n 2. 2015. Disponível em < https://www.researchgate.net/publication/292565300_A_resolucao_de_problemas_com_a_folha_de_calculo_na_aprendizagem_de_metodos_formais_algebricos/link/56af404208ae28588c62f121/download >. Acesso em 05 de março de 2019.

NUNES, Amanda Caroline, et al. *O lúdico na Matemática: a aprendizagem da Álgebra a partir do jogo Fan Ta*. EDUCERE. Formação de Professores: contextos, sentidos e práticas. IV Seminário Internacional de Representações Sociais, Subjetividade e Educação. VI Seminário Internacional sobre Profissionalização Docente. 2010. Disponível em < https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2017/26335_13642.pdf >. Acesso em 03 de abril de 2019.

NUNES, C. B. *A Resolução de Problemas na Formação Inicial e Continuada de Professores*. II Seminário em Resolução de Problemas. Rio Claro – SP. Anais. Rio Claro, 2011.

NUNES, C.B; SOUZA, A.C.P. *A Resolução de problemas como metodologia de ensino aprendizagem-avaliação de Matemática em sala de aula*. UNESP, Rio claro- SP, 2004. Disponível em <www.sbem.com.br/files/ix_enem/Minicurso/Resumos/MC65873300534R.doc>. Acesso em 15 de janeiro de 2019.

OLIVEIRA, Silvânia Cordeiro de; LAUDARES, João Bosco. *Pensamento algébrico*: uma relação entre Álgebra, aritmética e geometria. 2015. Disponível em < http://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/PENSAMENTO-ALG%C3%89BRICO-UMA-RELA%C3%87%C3%83O-ENTRE-%C3%81LGEBRA-ARITM%C3%89TICA-E-GEOMETRIA.pdf >. Acesso em 05 de março de 2019.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). *Educação Matemática*: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213 - 231.

_______. *Pesquisa em Resolução de Problemas*: caminhos, avanços e novas perspectivas. Bolema, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.

PANOSSIAN, Maria Lucia. *O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição do objeto de ensino da Álgebra*. 2014. 318fls. Tese (Doutorado). Doutorado em Educação. Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo. São Paulo, 2014. Disponível em < http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-14052014-153038/pt-br.php >. Acesso em 27 de março de 2019.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. *Parecer sobre Documento da Base Nacional Comum Curricular Matemática* – Ensino Fundamental. Relatório Analítico. 2015. Disponível em < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/relatorios-analiticos/Carmen_Lucia_Brancaglion_Passos.pdf>. Acesso em 24 de setembro de 2019.

PEREIRA, Sarah Raphaele de Andrade; MONTEIRO, Lúcia Cristina Silveira. *Uma proposta metodológica para o ensino de Álgebra na educação básica*: as quatro dimensões da Álgebra e o uso do geogebra para análise dos significados das relações algébricas nas parábolas. IX EPBEM. Encontro Paraibano de Educação em Matemática. 2016. Disponível em < https://editorarealize.com.br/revistas/epbem/trabalhos/TRABALHO_EV065_MD1_SA4_ID421_30102016164404.pdf >. Acesso em 14 de março de 2019.

PINHEIRO, Patrícia Aparecida. *Introdução ao estudo da Álgebra no Ensino Fundamental*. 2013. 68fls. Dissertação (Mestrado Profissional). Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2013. Disponível em < https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/5956/5640.pdf?sequence=1&isAllowed=y >. Acesso em 03 de abril de 2019.

PINTO, Antonio Henrique. A Base Nacional Comum Curricular e o Ensino de Matemática: flexibilização ou engessamento do currículo escolar. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 31, n. 59, p. 1045-1060, 2017. Disponível em < http://www.scielo.br/pdf/bolema/v31n59/0103-636X-bolema-31-59-1045.pdf>. Acesso em 22 de setembro de 2019.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas*: um novo aspecto do método matemático. 2.ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POLYA, G. *Como resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciência, 2003.

POZO, J. I. (org). *A solução de problemas* – aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ROCHA, Eliana Almeida Reis; SANT'ANA, Claudinei de Camargo. *Dificuldades no Ensino e Aprendizagem de aritmética e Álgebra nas escolas públicas*. 2011. Disponível em < http://www2.uesb.br/cursos/matematica/matematicavca/wp-content/uploads/DIFICULDADES-NO-ENSINO-E-APRENDIZAGEM.pdf>. Acesso em 24 de setembro de 2019.

SADOVSK, Patrícia. *Falta fundamentação didática no ensino da Matemática*. Fundação Vitor Civita, Revista Nova Escola. Ed. 199. 07.

SANTOS, Alex Bruno Carvalho dos; PEREIRA, José Carlos De Souza; NUNES, José Messildo Viana. Concepções de professores de Matemática do ensino básico sobre a Álgebra escolar. *Educ. Matem. Pesq*., São Paulo. v.19. n.1. p. 81-103, 2017. Disponível em < https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/28616/pdf >. Acesso em 12 de abril de 2019.

SILVA, Juliano da. *O ensino da Álgebra no ensino fundamental: dificuldades e desafios*. 2013. 38fls. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização). Pós Graduação em Ensino de Ciências. Modalidade de Ensino a Distância. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

UTFPR. Campus Medianeira. Medianeira, 2013. Disponível em < http://repositorio.roca.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/2556/1/MD_ENSCIE_III_2012_39.pdf >. Acesso em 14 de março de 2019.
SOARES, Heloisa Helena Ramos. *O olhar do professor sobre a aprendizagem algébrica no ensino fundamental: práticas e teorias*. 2012. 54fls. Trabalho de conclusão de curso. Licenciatura em Matemática Departamento de Matemática Pura e Aplicada. Instituto de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2012. Disponível em < https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/66871/000871977.pdf?sequence=1&isAllowed=y >. Acesso em 12 de abril de 2019.

SOARES, M. T. C., PINTO, N. B. *Metodologia da resolução de problemas*. 24ª Reunião ANPED. Caxambu, 2001,. Disponível em <http://www.anped.org.br/reunioes/24/tp1.htm#gt19>. Acesso em 17 de janeiro de 2019.

SORTISSO, Alessandra Fabian. Considerações iniciais de uma professora em formação sobre o ensino da Álgebra. *Revista da Graduação*. v. 4. n. 2. 2011. Disponível em < http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/graduacao/article/view/10090/7120 >. Acesso em 03 de abril de 2019.

STOCCO, Ana Cristina; ROCHA, Neusa Nogas. A Álgebra e suas dificuldades no ensino médio. IN: *Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE*. Versão Online. Cadernos PDE. v. 1. 2014. Disponível em < http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_utfpr_mat_artigo_ana_cristina_stocco.pdf >. Acesso em 03 de abril de 2019.

TELES, Rosinalda Aurora de Melo. Um estudo sobre a influência do campo algébrico na resolução de situações que envolvem fórmulas de área. *Educ. Matem. Pesq.*, São Paulo. v.12. n.1. p.129-142. 2010. Disponível em < https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/2377/2181 >. Acesso em 03 de abril de 2019.

VALÉRIO, Wiviane. *Resolução de problemas*: uma abordagem com questões da OBMEP em sala de aula. 2017. 89fls (Dissertação). Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC). Programa de Mestrado Profissional em Matemática. USP. São Carlos, 2017. Disponível em < http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55136/tde-06032017-101943/publico/WivianeValerio_revisada.pdf >. Acesso em 14 de março de 2019.

VASCONCELLOS, Ana Cristina de; FRANÇA, Júnia Lessa. *Manual para normalização de publicações técnico-científicas*. 9 ed. 1ª reimpressão. Coleção Aprender. Belo Horizonte: UFMG, 2014.

VELOSO, Débora Silva; FERREIRA, Ana Cristina. *Uma reflexão sobre as dificuldades dos alunos que se iniciam no estudo da Álgebra*. X Semana da Matemática e II Semana da Estatística. Revista da Educação Matemática da UFOP, v. I, 2011. Disponível em < https://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/1292/1/EVENTO_Reflex%C3%A3oDificuldadesAlunos.pdf>. Acesso em 22 de setembro de 2019.

ZANOM, Jéssica Mistura. et al. *A resolução de problemas em Álgebra*: vivências e reflexões na Pós-Graduação em Educação Matemática. XII Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. 2016.

Disponível em < http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5430_3077_ID.pdf >. Acesso em 03 de abril de 2019.