2018: DISSERTAÇÃO DE MESTRADO
Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT, Universidade Federal de São João Del-Rei - UFSJ
Sociedade Brasileira de Matemática - SBM

Percepções sobre a Matemática Financeira de alunos dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, de duas escolas do Sul de Minas

Éder Silva de Andrade [1]
Ronaldo Ribeiro Alves[2]

Resumo:

Sabe-se que a matemática financeira constitui uma das áreas da matemática com maior aplicabilidade e relevância na vida cotidiana de toda a população. Diante disso, o presente artigo tem como objetivo apresentar um breve contexto teórico e fazer um levantamento estatístico voltado para a aferição dos conhecimentos e atitudes de estudantes do ensino médio e fundamental de algumas escolas públicas e privadas de Coqueiral e Varginha, sul de Minas Gerais. Foi utilizada a metodologia de estudo de campo e aplicação de questionários, por meio do *Google Forms*, a partir dos quais advieram os dados apresentados. Os resultados apontam uma compreensão limitada dos estudantes com relação aos conhecimentos da matemática financeira, reforçando a necessidade de voltarmos nossa atenção para essa área da matemática que muitas vezes é trabalhada somente de maneira mecânica, sem um envolvimento contextualizado.

Palavras-chave: Aplicações Financeiras, Matemática Financeira, Ensino Médio

1 Introdução

O ensino de matemática no Brasil é acompanhado por alguns desafios concretos que têm alterado substancialmente a maneira como essa disciplina é trabalhada na sala de aula e discutida no meio acadêmico. É possível perceber, olhando para o nosso entorno, que muitas vezes esta ciência ainda carrega consigo um antigo estigma de ser uma matéria odiada, temida, difícil e abstrata demais para a compreensão de alguns. Isso se deve ao fato de por muito tempo seu ensino ter se restringido à uma certa mecanicidade dos processos lógico-dedutivos, seja por "decoreba" de fórmulas, codificação e decodificação, memorização de resultados, imitação da resolução do professor, raciocínio linear e limitado, etc. No entanto, a matemática ensinada de forma mecânica, sem muito

[1]Aluno de Mestrado do PROFMAT, Turma 2018, Universidade Federal de São João Del-Rei - UFSJ. edersilvadeandrade@yahoo.com.br
[2]Professor Orientador, Doutor, Departamento de Matemática e Estatística - DEMAT, UFSJ. ronribal@ufsj.edu.br

espaço para a autenticidade de pensamento e criatividade, pouco tende a contribuir para uma aprendizagem ativa que se contraponha às abordagens tradicionais de ensino que são limitadas. Se por um tempo o tradicionalismo pedagógico foi suficiente para seus propósitos, hoje na era da diversidade contemporânea fica claro que ele já não consegue mais dar conta da pluralidade de ideias, vivências diferentes e experiências múltiplas que povoam nossas escolas.

Tornam-se mais importantes do que nunca, com isso, metodologias de ensino de matemática que considerem o aluno como sendo o centro de todo o processo de desenvolvimento e que abram espaço para a engenhosidade, liberdade criativa e construção da cidadania. Muitos tópicos ou saberes curriculares do campo das ciências exatas desempenham um papel crucial para a construção dessa cidadania, bem como para a autonomia intelectual e aprendizagem ativa/reflexiva, fugindo da mecanicidade metodológica e maximizando as possibilidades de desenvolvimento ao aluno.

A matemática financeira constitui um exemplo notório de um conjunto de conhecimentos valiosos para qualquer cidadão, pois ajudam diretamente nas questões de controle financeiro, planejamento orçamentário, importância de fazer economias, noções de finanças e afins, coisas que fazem parte da vida adulta de toda a população e que, justamente por conta dessa abrangência, demandam de uma atenção especial no contexto da escola. Isto posto, o presente estudo busca contribuir de certa forma para a efetivação e melhoria das práticas de ensino de matemática financeira em particular nas escolas brasileiras, considerando que uma efetividade ou qualidade maior nessa área poderá acarretar muitos benefícios para toda a sociedade, como por exemplo a redução da inadimplência que é um grande problema em nosso país.

Este trabalho tem suas raízes em uma questão pessoal que me conduziu a uma série de reflexões em torno da importância da educação financeira e da necessidade abrangente de seu ensino efetivo e contextualizado nas escolas. Há um tempo atrás, passei por uma fase de dificuldade econômica a partir da qual foi possível rever algumas concepções particulares envolvendo gastos, prioridades, controle orçamentário, entre outras, abrangendo alguns conceitos que muitas vezes não recebiam a devida ou necessária atenção no âmbito doméstico. Ao longo deste processo, eu sempre pensava na falta que uma boa educação financeira, sólida e bem estruturada do ponto de vista pedagógico, pode fazer nas nossas vidas. Olhando para trás e analisando o que aprendi de matemática financeira na escolarização básica, poucas cenas me vêm à memória, o que significa que infelizmente não contei com um respaldo satisfatório nesse aspecto tão importante. Nesse sentido, considera-se que muitas situações desgastantes de "aperto" econômico que assolam as famílias brasileiras poderiam ser evitadas ou pelo menos minimizadas a partir de uma boa educação financeira em nossas escolas.

Diante desse cenário, elenca-se neste estudo o seguinte objetivo de pesquisa: apresentar uma contextualização teórica do tema e investigar os conhecimentos que os alunos de algumas escolas da rede pública e privada, tanto do ensino médio quanto do ensino fundamental, dos municípios de Coqueiral - MG e Varginha - MG, detém acerca de alguns conceitos centrais de matemática financeira, contribuindo assim para dar visibilidade para tais saberes curriculares e levar os alunos participantes da pesquisa a reconhecerem e valorizarem a grande importância desses conhecimentos na contemporaneidade, haja vista que saber matemática financeira é um fator que faz a diferença de vida de qualquer um.

Torna-se importante mencionar que o envolvimento com a matemática financeira possui uma relação muito singular com a própria educação financeira que por si só nos auxilia e facilita uma série de atividades do dia a dia, enquanto conjunto de conhecimentos com ampla aplicabilidade e inúmeras possibilidades de relações dentro da própria matemática e suas diversas áreas. Esse conjunto de conhecimentos da matemática financeira pode ser relacionado com a ideia de função, considerando os algoritmos de juros que nada mais são do que estruturas de uma função matemática, sendo os juros simples uma função afim e os juros compostos uma função exponencial. Relaciona-se ainda com os logaritmos, radiciação e potenciação, dentre outras, abrindo uma gama de caminhos de trabalho para o professor realmente comprometido com a aprendizagem ativa, e não mecânica.

A matemática financeira constitui, portanto, uma área da matemática extremamente rica e repleta de possibilidades metodológicas que abrem caminho para o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo, exercício da criatividade e pensamento estratégico, pilares fundamentais para a edificação da cidadania aliada à uma aprendizagem ativa e pedagogicamente significativa. Espera-se que o presente estudo possa contribuir de alguma forma para a valorização dessa parte tão importante da matemática que se encontra diretamente presente na vida de todos nós.

2 Porcentagem

"Ela é usada para indicar uma fração de denominador 100 ou qualquer representação equivalente a ela"(DANTE, 2016), ou seja:

$$50\% \longrightarrow \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0,50$$

Vejamos um exemplo: sendo um capital de R$1.000,00, consideremos as seguintes porcentagens sobre ele:

$$10\% \longrightarrow 0,10 \times \text{R\$}1.000,00 = \text{R\$}100,00$$

$$20\% \longrightarrow 0,20 \times \text{R\$}1.000,00 = \text{R\$}200,00$$

$$30\% \longrightarrow 0,30 \times \text{R\$}1.000,00 = \text{R\$}300,00$$

$$\vdots$$

Podemos então, observando o exemplo anterior, concluir que a porcentagem possui um crescimento proporcional ou linear, o que a relaciona a conteúdos como "razão e proporção"e a popular "regra de três diretamente proporcional".

Com isso abre-se um leque de oportunidades para a resolução de problemas. Vejamos:

Calcule 10% de R\$500,00:

1) Multiplicação de frações:

$\frac{10}{100} \times \text{R\$}500,00 = \text{R\$}50,00$

2) Regra de três diretamente proporcional:

$100\% \longrightarrow \text{R\$}500,00$
$10\% \longrightarrow x$

Efetuando-se a multiplicação cruzada, tem-se:

$100\% \times x = 10\% \times \text{R\$}500,00$

Isolando-se o variável x:

$x = \frac{10\% \times \text{R\$500,00}}{100\%} \longrightarrow x = \text{R\$}50,00$

3) Razão e Proporção:

Se 10% equivale a $\frac{1}{10}$

Então, a décima parte de R\$500.00, vale:

$\frac{\text{R\$500,00}}{10} = \text{R\$50,00}$

3 Acréscimos e Descontos

Para falarmos de acréscimos e descontos, primeiramente temos que definir "fator de atualização". Segundo DANTE (2016), "é a razão entre dois valores de uma grandeza em tempos diferentes (passado, presente ou futuro)". Ou seja:

$$f = \frac{A}{B} \text{ com } B \neq 0 \tag{1}$$

Onde:
A: valor novo.
B: valor antigo.

Esta divisão resulta apenas três tipos de valores:

$$\frac{A}{B} > 1$$
$$\frac{A}{B} < 1$$
$$\frac{A}{B} = 1$$

Considerando A um valor sucessivo a B, ou seja, em uma sequência, que A seja posterior a B, tem-se:

$\frac{A}{B} > 1 \longrightarrow$ Houve acréscimo de B para A

$\frac{A}{B} < 1 \longrightarrow$ Houve desconto de B para A

$\frac{A}{B} = 1 \longrightarrow$ Valores permaneceram constantes

Vejamos o seguinte exemplo:

$\frac{A}{B} = 1,10$

Desse resultado podemos tirar duas interpretações:

1) A é 10% maior que B, então houve acréscimo;

2) A é 110% de B.

Ainda segundo DANTE (2016), para encontrarmos o valor da taxa de acréscimo ou desconto, basta substituirmos o resultado da equação (1), em alguma das equações a seguir:

$$\text{Para } f > 1 \implies f = 1 + i \tag{2}$$

$$\text{Para } f < 1 \implies f = 1 - i \tag{3}$$

Assim, voltando ao exemplo anterior:

Como $\frac{A}{B} > 1$, usaremos a equação (2). Logo:

$f = 1 + i$

$1,10 = 1 + i$

$\therefore\ i = 0,10$ ou 10%

4 Taxas Sucessivas

Suponto que um capital C sofrerá reajustes consecutivos mensalmente de 10% e 30%, então, o valor final obtido será de:

- Primeiro reajuste:

$$\mathrm{C} + \frac{10}{100}\mathrm{C} = \frac{100\mathrm{C} + 10\mathrm{C}}{100} = \frac{110\mathrm{C}}{100} = 1,1\mathrm{C}$$

- Segundo reajuste:

$$1,1\mathrm{C} + \frac{30}{100}1,1\mathrm{C} = \frac{110\mathrm{C} + (30 \times 1,1\mathrm{C})}{100} = \frac{110\mathrm{C} + 33\mathrm{C}}{100} = \frac{143\mathrm{C}}{100} = 1,43\mathrm{C}$$

Subtraindo-se do valor final o capital inicial, teremos a porcentagem total do reajuste.

$$1,43\mathrm{C} - \mathrm{C} = 0,43\mathrm{C}$$

Portanto, neste exemplo dado, a porcentagem do reajuste sobre o valor inicial foi de 43%.

Nas capitalizações, devem ser observados que acréscimos são somados ao capital e descontos são subtraídos. Aqui também se aplica a regra da equação (1) para determinarmos se houve acréscimo, desconto ou se não alterou o capital após as aplicações das taxas sucessivas.

Pode-se observar também que, ao se aplicar as demais taxas, elas não se estabelem sobre o valor inicial, mas sim, sobre aquele que já foi reajustado pela taxa imediatamente anterior a que será aplicada. Vejamos o seguinte exemplo, bem como em questões matemáticas:

Um produto custa R$100,00, obteve um acréscimo de 10% e no mês seguinte um desconto de 10%. Após aplicar as taxas, o produto voltará a custar o mesmo valor de R$100,00?

1ª Taxa:

$$100,00 + 10\% = 100,00 + \frac{10}{100} \times 100,00 = 100,00 + 10,00 = 110,00$$

2ª Taxa:

$$110,00 - 10\% = 110,00 - \frac{10}{100} \times 110,00 = 110,00 - 11,00 = 99,00$$

Portanto, a resposta para o problema é NÃO, provando que, em taxas sucessivas, aplicando-se a mesma porcentagem, o valor não voltará ao inicial pois a segunda tarifa é considerada sobre o valor já alterado pela primeira. Ou seja, neste exemplo:

$$10\% \text{ sobre R\$}100,00 \neq 10\% \text{ sobre R\$}110,00$$

Pois

$10\% \times \text{R\$}100,00 = \text{R\$}10,00$

$10\% \times \text{R\$}110,00 = \text{R\$}11,00$

Para determinarmos se houve acréscimo ou desconto em relação ao valor inicial, tem-se:

$f = \dfrac{R\$99,00}{R\$100,00} = 0,99 < 1$

Pela equação (1):

$f = 1 - i$

$0,99 = 1 - i$

$0,99 - 1 = -i$

$-i = -0,01$ (multiplicando-se ambos os lados por -1)

$i = 0,01$ ou 1% de desconto

Conforme expõe BENIGNO (2000), existe uma maneira mais rápida para calcular o valor final após a aplicação de taxas sucessivas.

Seja P_0 o preço inicial que sofrerá acréscimos sucessivos, cujas taxas percentuais são i_1, i_2, ... , i_n, então o preço final P_n, após n reajustes, é dado pela seguinte equação:

$$P_n = P_0 \times (1 + i_1) \times (1 + i_2) \times ... \times (1 + i_n) \tag{4}$$

No caso particular em que as taxas sucessivas são iguais, a equação (4) pode ser resumida da seguinte forma:

$$P_n = P_0 \times (1 + i)^n \tag{5}$$

Voltando ao exemplo anterior, podemos determinar se o produto obteve acréscimo ou desconto apenas substituindo os valores na equação (4):

$P_n = R\$100,00 \times (1 + 10\%) \times (1 - 10\%)$

$P_n = R\$100,00 \times (1,10) \times (0,90)$

$$
\begin{aligned}
P_n &= R\$100,00 \times (1,1 \times 0,90)\\
P_n &= R\$100,00 \times 0,99\\
P_n &= R\$99,00
\end{aligned}
$$

Cabe observar que, em se tratando de desconto, o valor de i é substituido na equação acima com sinal negativo.

5 Juros Simples

"Juro é a remuneração que ou se recebe da instituição ou a ela se paga em relação ao capital"(BARROSO et al., 2010).

É importante observarmos que no sistema de juros simples, não há capitalização sucessiva das porcentagens.

Para definirmos uma equação que determina o valor do juro simples, J, precisamos considerar um capital inicial C e uma taxa I de juro simples que insidirá sobre ele, da mesma forma que calculamos a porcentagem de determinado valor. Ou seja, para sabermos quanto foi gerado de juros sobre um determinado valor, basta multiplicarmos a taxa I pelo capital aplicado.

$$J = C \times I$$

Determinadas taxas são aplicadas continuamente. Ou seja, o capital pode sofrer insidência da taxa de juro por várias vezes, dessa forma temos:

$$
\begin{aligned}
&J_1 = C \times I\\
&J_2 = (C \times I) + (C \times I)\\
&J_3 = (C \times I) + (C \times I) + (C \times I)\\
&\vdots\\
&J_n = (C \times I) + (C \times I) + (C \times I) + \ \ldots
\end{aligned}
$$

Podemos agrupá-las e chamar de n o número de vezes que se repetem as insidências da taxa. Assim,

$$J = C \times I \times n$$

Dessa forma, encontramos a equação geral que determina o valor do juro simples. Mas, como em todos os casos a taxa de juros é aplicada segundo um determinado tempo/período, vamos alterar a variável n, de número de vezes da repetição, por t, período de tempo. Dessa forma:

$$J = C \times I \times t \tag{6}$$

No entanto, determinamos apenas o valor do juro simples. Em problemas de capitalização, devemos encontrar também o montante M, que é o valor final obtido somando-se o capital anterior à aplicação da taxa de juros com o próprio valor do juro obtido.

$$M = C + J \longrightarrow M = C + (C \times I \times t) \tag{7}$$

Vejamos o seguinte exemplo:

Um capital de R\$1.000,00 foi aplicado por cinco meses em um fundo de rendimento à uma taxa de juro simples de 10% ao mês. Os montantes resultantes por mês estão demonstrados abaixo.

$M_0 = \text{R\$}1.000,00$

$M_1 = \text{R\$}1.000,00 + (\text{R\$}1.000,00 \times 10\% \times 1) = \text{R\$}1.000,00 + \text{R\$}100,00 = \text{R\$}1.100,00$

$M_2 = \text{R\$}1.000,00 + (\text{R\$}1.000,00 \times 10\% \times 2) = \text{R\$}1.000,00 + \text{R\$}200,00 = \text{R\$}1.200,00$

$M_3 = \text{R\$}1.000,00 + (\text{R\$}1.000,00 \times 10\% \times 3) = \text{R\$}1.000,00 + \text{R\$}300,00 = \text{R\$}1.300,00$

$M_4 = \text{R\$}1.000,00 + (\text{R\$}1.000,00 \times 10\% \times 4) = \text{R\$}1.000,00 + \text{R\$}400,00 = \text{R\$}1.400,00$

Agrupando os valores, temos:

$$(\text{R\$}1.000,00,\ \text{R\$}1.100,00,\ \text{R\$}1.200,00,\ \text{R\$}1.300,00,\ \text{R\$}1.400,00)$$

Por este exemplo, podemos notar uma semelhança com outra área da matemática: a progressão aritmética, ou simplesmente P.A. Nela, as sequências de termos que obedecem um crescimento linear, ou seja, a diferença entre termos consecutivos é sempre igual. Comprovemos:

$\text{R\$}1.400,00 - \text{R\$}1.300,00 = \text{R\$}1.300,00 - \text{R\$}1.200,00 =$
$\text{R\$}1.200,00 - \text{R\$}1.100,00 = \text{R\$}1.100,00 - \text{R\$}1.000,00 = \text{R\$}100,00$

Vale lembrar que o termo geral da P.A. é dado pela seguinte equação:

$$a_n = a_0 + (n-1)r \tag{8}$$

Em que:

a_n: termo geral

a_0: termo inicial

n: número do termo da P.A. que se quer encontrar

r: razão da P.A.

A razão pode ser determinada fazendo-se a subtração de termos adjacentes, como feito acima. No exemplo dado, a razão foi de R$\$100,00$.

Substituindo-se os dados do exemplo nos termos da equação geral da P.A., temos:

Equação geral do exemplo: $M_t = C + (C \times I \times t)$

Portanto:

$a_n = M_t$

$a_0 = C$

$(n-1) = t$

$R = C \times I$

Analisando-se as conjecturas, é possível observar que temos grandezas diretamente proporcionais, ou seja:

$$\uparrow M \iff I \uparrow$$

Ou ainda,

$$\uparrow M \iff t \uparrow$$

Vale destacar que, por possuir uma razão, como vimos acima, podemos concluir que a equação de juro simples obedece a um crescimento linear, dado pela seguinte fórmula geral:

$$f(x) = ax + b \tag{9}$$

Onde:

$f(x)$: imagem da função, equivalente ao valor do montante, M

a: coeficiente angular, indica a inclinação da função, equivalente à taxa de juros incidente sobre o capital, $C \times I$

x: variável da função, equivalente à variável tempo, t

b: coeficiente linear, equivalente ao capital, C

Dessa forma,

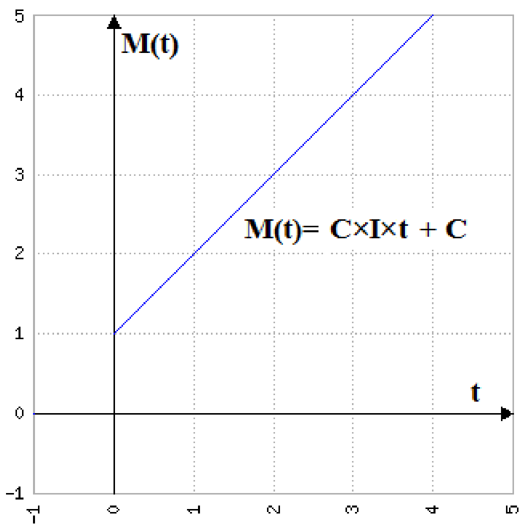

Figura 1: Função linear que representa a equação que descreve o valor do Montante, aplicado sob capitalizações a juros simples

Cabe observar que: se $a > 0$ na equação (9), então teremos uma taxa de acréscimo; por outro lado, se $a < 0$, o percentual será de desconto.

6 Juros Compostos

Segundo AMORIM (2016),

> O regime de capitalização onde a taxa é aplicada a cada período sobre o valor acumulado do capital com os juros dos períodos anteriores, é chamado de regime de juros compostos. Dessa forma, um capital C aplicado a juros compostos a uma taxa i, gera, após n períodos de aumentos sucessivos constantes, o montante M. (AMORIM, 2016)

O sistema de juros compostos obedece à seguinte equação:

$$M = C \times (1 + I)^t \tag{10}$$

Tomemos o seguinte exemplo:

Considere um capital, C, igual à R\$100,00. Será aplicada sobre ele uma taxa, I, a juros compostos, de 10% a.m.[3]. Quais os valores de montante ao longo de 5 meses?

Substituindo os valores na equação (10), temos:

$$\begin{aligned}
M &= \text{R\$}100,00 \times (1 + \frac{10}{100})^t \\
M_0 &= \text{R\$}100,00 \times (1 + \frac{10}{100})^0 \implies M_0 = \text{R\$}100,00 \times 1 \implies M_0 = \text{R\$}100,00 \\
M_1 &= \text{R\$}100,00 \times (1 + \frac{10}{100})^1 \implies M_1 = \text{R\$}100,00 \times 1,1 \implies M_1 = \text{R\$}110,00 \\
M_2 &= \text{R\$}100,00 \times (1 + \frac{10}{100})^2 \implies M_2 = \text{R\$}100,00 \times 1,21 \implies M_2 = \text{R\$}121,00 \\
M_3 &= \text{R\$}100,00 \times (1 + \frac{10}{100})^3 \implies M_3 = \text{R\$}100,00 \times 1,331 \implies M_3 = \text{R\$}133,10 \\
M_4 &= \text{R\$}100,00 \times (1 + \frac{10}{100})^4 \implies M_4 = \text{R\$}100,00 \times 1,4641 \implies M_4 = \text{R\$}146,41 \\
M_5 &= \text{R\$}100,00 \times (1 + \frac{10}{100})^5 \implies M_5 = \text{R\$}100,00 \times 1,61051 \implies M_5 = \text{R\$}161,05
\end{aligned}$$

Agrupando-se os valores, temos:

$$(\text{R\$}100,00,\ \text{R\$}110,00,\ \text{R\$}121,00,\ \text{R\$}133,10,\ \text{R\$}146,41,\ \text{R\$}161,051)$$

Novamente aqui notamos outra semelhança entre área diferentes da matemática, neste caso, a progressão geométrica, ou P.G. Nela, os termos obedecem um crescimento exponencial, portanto, para encontrarmos a razão da sequência, basta dividirmos o termo posterior pelo imediamente anterior a ele. Dessa forma:

$$\frac{\text{R\$}161,051}{\text{R\$}146,41} = \frac{\text{R\$}146,41}{\text{R\$}133,10} = \frac{\text{R\$}133,10}{\text{R\$}121,00} = \frac{\text{R\$}121,00}{\text{R\$}110,00} = \frac{\text{R\$}110,00}{\text{R\$}100,00} = 1,1 \text{ ou } (1 + 10\%)$$

[3]Sigla para a expressão "ao mês".

Relembrando que o termo geral da P.G. é descrito pela seguinte equação:

$$a_n \ = \ a_0 \times q^{n-1} \tag{11}$$

Onde:

a_n: termo geral

a_0: termo inicial

n: número do termo da P.G. que se quer encontrar

q: razão da P.G.

Substituindo-se os termos equivalentes de juros compostos na equação (11) acima, temos:

Equação geral do exemplo: $M_t = C \times (1 + I)^t$

Portanto:

$a_n = M_t$

$a_0 = C$

$q = (1 + I)$

$(n - 1) = t$

Aqui também se fazem verdades que as grandezes são diretamente proporcionais. Mas aqui, a teoria dos juros compostos obedece um crescimento exponencial, assim:

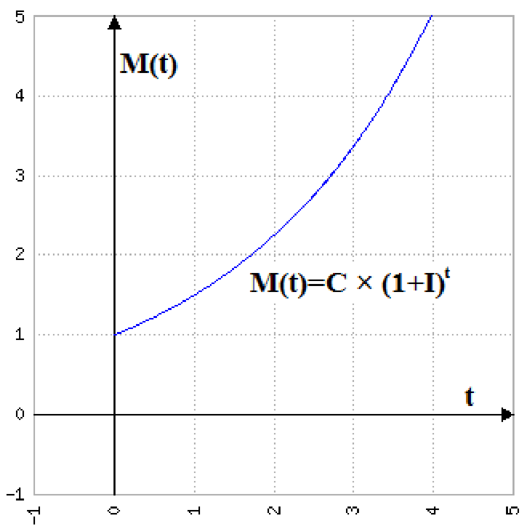

Figura 2: Função exponencial que representa a equação que descreve o valor do Montante, aplicado sob capitalizações a juros compostos

Neste caso: se $0 < q < 1$ na equação (11), então o gráfico da função será decrescente; por outro lado, se $q > 1$, o gráfico será crescente.

Cabe destacar que, para valores menores que zero, a função exponencial começa a oscilar, sendo crescente para valores de tempo ímpares, e decrescente para valores pares. Outros casos particulares são quando $q = 1$, nele, o gráfico se torna uma reta horizontal de imagem 1; e $q = 0$, neste caso, o gráfico é uma reta sobre o próprio eixo das abscissas (imagem igual a zero). Portanto, a condição de existência para essa função é $q > 0$ e $q \neq 1$.

7 Taxas Equivalentes

Ela faz a equivalência entre taxas de juros distintas, aplicadas sobre o mesmo montante, em unidades de tempo também distintas, gerando o mesmo valor de montante. Vejamos um exemplo.

Para uma taxa mensal de 2%, qual a sua taxa anual equivalente?

Se um ano possui 12 meses, para encontrarmos o valor da taxa anual, basta capitalizarmos a taxa mensal em 12 vezes, assim:

Capitalização segundo juros compostos:

$$(1+I)^t \implies (1+\frac{2}{100})^{12} = (1+0,02)^{12} = (1,02)^{12} = 1,2682$$

A capitalização a juros compostos em um ano então respeitaria a seguinte equação:

$$(1+I)^1 = 1,2682$$

Isolando-se a variável I, encontraremos o valor da taxa equivalente anual:

$$(1+I) = 1,2682 \implies I = 1,2682 - 1$$
$$\therefore \; I = 0,2682 \quad \text{ou} \quad 26,82\%$$

É propício que nestes problemas possamos explorar conceitos de potenciação, radiciação e logaritmos.

Através da potencialização, podemos encontrar o valor do juros composto e do montante gerado.

Problemas logarítmicos são comuns quando se precisa descobrir o tempo necessário para atingir a um determinado montante.

A radiciação é utilizada para descobrir uma taxa desconhecida.

Vejamos alguns exemplos:

1) Potencialização

Para um investimento de R\$2.000, 00, um Banco oferece duas opções de rendimentos: taxas de juros compostos de 2% a.m. ou 24% a.a. Qual é a mais vantajosa depois de 1 ano?

Substituindo-se os valores na equação (10), temos:

$$\begin{aligned} M_1 &= \text{R\$}2.000,00 \times (1 + \frac{2}{100})^{12} \\ M_1 &= \text{R\$}2.000,00 \times (1,02)^{12} \\ M_1 &= \text{R\$}2.000,00 \times 1,2682 \implies M_1 = \text{R\$}2.536,40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_2 &= \text{R\$}2.000,00 \times (1 + \frac{24}{100})^{1} \\ M_2 &= \text{R\$}2.000,00 \times (1,24)^{1} \\ M_2 &= \text{R\$}2.000,00 \times 1,24 \implies M_2 = \text{R\$}2.480,00 \end{aligned}$$

Portanto, a opção mais vantajosa é a de 2% a.m. de R\$2.536, 40.

2) Radiciação

Qual taxa deverá ser aplicada por um período de 10 meses para que um determinado valor possa ser dobrado?

Substituindo-se os valores da equação (10) e considerando-se o valor de montante como sendo o dobro do capital, temos:

$$2 \times C = C \times (1 + I)^{10}$$

Cancelando-se o capital de ambos os lados:

$$\begin{aligned} 2 \times \cancelto{1}{C} &= \cancelto{1}{C} \times (1 + I)^{10} \\ 2 &= (1 + I)^{10} \\ \sqrt[10]{2} &= (1 + I) \\ 1,0718 &= 1 + I \implies I = 1,0718 - 1 \\ \therefore \quad I &= 0,0718 \quad \text{ou} \quad 7,18\% \end{aligned}$$

3) Logaritmos

Qual o tempo gasto para que um determinado capital triplique o seu valor, aplicada a uma taxa de juros compostos de 3% a.m.?

Resolvendo da mesma maneira que o exemplo anterior:

$$3 \times \cancel{C}^{1} = \cancel{C}^{1} \times (1 + \frac{3}{100})^t$$
$$3 \ = \ (1 + 0,03)^t$$
$$\log 3 \ = \ \log{(1,03)^t}$$

Aplicando-se a propriedade do expoente do logaritmo:

$$\log 3 \ = \ \log{(1,03)^t} \implies \log 3 = t \times \log 1,03$$
$$0,4771 = t \times 0,0128$$
$$t \ = \ \frac{0,4771}{0,0128} \implies t \ = \ 37,27$$

No entanto, como as taxas de juros são aplicadas exatamente a cada 30 dias, serão necessários 38 meses para que um determinado valor de capital triplique o seu valor.

Arredonda-se o valor para o inteiro imediatamente superior, pois o inferior não seria suficiente para triplicar. Vejamos:

$$M_1 \ = \ C \times (1 + \frac{3}{100})^{37}$$
$$M_1 \ = \ C \times (1 + 0,03)^{37}$$
$$M_1 \ = \ C \times (1,03)^{37} \implies M_1 \ = \ C \times 2,9852$$

$$M_2 \ = \ C \times (1 + \frac{3}{100})^{38}$$
$$M_2 \ = \ C \times (1 + 0,03)^{38}$$
$$M_2 \ = \ C \times (1,03)^{38} \implies M_2 \ = \ C \times 3,0748$$

8 Operações de Desconto

A seguir são apresentadas duas operações de desconto simples: racional e comercial.

8.1 Introdução

FARO (2006) introduz o assunto ressaltando que.

> Quando se salda um comprimisso antes de sua data de vencimento, costuma-se pagar menos que o seu valor nominal. Por causa disso, diz-se que se faz juz a um desconto, e o ato de se resgatar uma obrigação antes de seu vencimento é genericamente denominado 'operação de desconto. (FARO, 2006)

O autor continua a sua definição dizendo que, para transações de curto prazo, o regime de juros utilizado nas operações de desconto é o simples, o que a faria ser chamada de desconto racional (ou por dentro).

No entanto, por ser menos vantajoso aos bancos, essa metodologia não é utizada na prática. A forma de cálculo faz uso de uma variante, correspondente ao desconto comercial ou bancário (por fora).

8.2 Desconto Simples

Nesse tipo de desconto distinguem-se dois tipos: o racional e o comercial.

8.2.1 Desconto Racional

O desconto racional, também chamado de verdadeiro ou por dentro.

Assim, consideremos uma taxa periódica de juros i. O valor do desconto, D, obtido ao se descontar um certo valor nominal N, n períodos antes de seu vencimento será dado da seguinte forma:

$$D = n \times i \times t \tag{12}$$

Note que a equação (12) apresenta semelhança à equação (6).

8.2.2 Desconto Comercial

O desconto comercial, ou por fora, tem como objetivo aumentar os ganhos das instituições financeiras e facilitar o cálculo do desconto simples (FARO, 2006).

Novamente considere a taxa i de juros, o valor do desconto, D, que se obtem ao se descontar um valor nominal n, t períodos antes de seu vencimento, é dado pela seguinte fórmula:

$$D = n - \frac{n}{1 + i \times t}$$

$$D = \frac{\cancel{n} + n \times i \times t - \cancel{n}}{1 + i \times t}$$

$$D = \frac{n \times i \times t}{1 + i \times t} \tag{13}$$

A seguir, vejamos um exemplo:

Uma pessoa pretende saldar um título de $R\$10.000,00$, três meses antes de seu vencimento. A taxa de juros neste período encontra-se em 1% $a.m.$ Qual o valor do desconto comercial:

$$D = \frac{R\$10.000 \times 0,01 \times 3}{1 + 0,01 \times 3}$$

$$D = \frac{300}{1,03} = R\$291,26$$

Aplicando-se esse mesmo exemplo ao desconto racional, obteremos:

$$D = R\$10.000 \times 0,01 \times 3$$

$$D = R\$300,00$$

O desconto por fora sofre uma capitalização comercial, mesmo sendo a regime de juros simples. O desconto é dado a partir do montante, não do capital, como acontece com o desconto racional.

Exemplo: Um capital de $R\$1.200,00$ aplicado a juros simples de 10% $a.m.$, no prazo de 6 meses.

Para resolver, consideremos os montantes referentes a cada parcela, conforme equação (7):

$$M_1 = R\$1.200,00 + R\$1.200,00 \times 0,1 \times 1 \Longrightarrow M_1 = R\$1.320,00$$

$$M_2 = R\$1.200,00 + R\$1.200,00 \times 0,1 \times 2 \Longrightarrow M_2 = R\$1.440,00$$

$$M_3 = R\$1.200,00 + R\$1.200,00 \times 0,1 \times 3 \Longrightarrow M_3 = R\$1.560,00$$

$$M_4 = R\$1.200,00 + R\$1.200,00 \times 0,1 \times 4 \Longrightarrow M_4 = R\$1.680,00$$

$$M_5 = R\$1.200,00 + R\$1.200,00 \times 0,1 \times 5 \Longrightarrow M_5 = R\$1.800,00$$

$$M_6 = R\$1.200,00 + R\$1.200,00 \times 0,1 \times 6 \Longrightarrow M_6 = R\$1.920,00$$

O pagamento do título será antecipado em 2 meses:

1ª) Racional:

$$D = R\$1.200,00 \times 0,1 \times 2 \Longrightarrow D = R\$240,00$$

2ª) Comercial:

$$D = \frac{R\$240,00}{1 + 0,1 \times 2} \Longrightarrow D = R\$200,00$$

No desconto comercial o valor é atualizado sobre o montante, ou seja,

$C = R\$1.200,00$

$i = 10\%\ a.m.$

$t = 6\ meses$

$M = 100\% + 60\%$

Fazendo uma regra de três:

$$\frac{R\$1.200,00}{x} = \frac{120\%}{20\%}$$

$$x = \frac{R\$1.200,00 \times 20\%}{120\%} \Longrightarrow x = R\$200,00$$

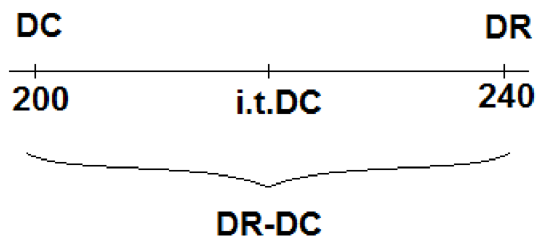

Figura 3: Reta representativa dos valores de desconto

A reta acima representa os valores dos descontos, note que o desconto comercial é menor que o racional. A dirença entre eles é dada por:

$DR - DC = i \times t \times DC$

$DR - DC = 10\% \times 2 \times DC$

$DR - DC = 20\% \times DC$

A diferença entre desconto racional e comercial é dada por:

O desconto é o mesmo valor de juros produzido pelo capital, ou seja, é como se aplicássemos novamente a fórmula de juros simples, equação (6), só que no período de antecipação e, após o cálculo, diminuirmos do valor da dívida (o montante). Vejamos a seguinte P.A.

$$C = R\$1.000,00 = a_0$$
$$i = 10\%\, a.m. = razao\,(c \times i)$$
$$t = 10\, meses = numero\, de\, termos$$

Agora vejamos os termos dessa P.A:

$PA =$
$(R\$1.100,00,\ R\$1.200,00,\ R\$1.300,00,\ R\$1.400,00,\ R\$1.500,00,\ R\$1.600,00,\ R\$1.700,00,$
$R\$1.800,00,\ R\$1.900,00,\ R\$2.000,00)$

Vamos agora aplicar um período de antecipação de 3 meses:

$$D = n \times i \times t$$
$$D = R\$1.000,00 \times 0,1 \times 3 = R\$300,00$$
$$M = R\$2.000,00 - R\$300,00 = R\$1.700,00$$

Observar que se não antecipar o pagamento, o montante final será de $R\$2.000,00$. Antecipando 3 meses, o montate passa a ser $R\$1.700,00$.

Podemos também associar o desconto racional por dentro à regra de três.

$$\frac{C}{D} = \frac{100\%}{i \times t}$$
$$D = \frac{C \times i \times t}{100}$$

8.3 Sistema de Amortização Constante

É aquele onde o valor descontado da sua dívida será sempre o mesmo, mas os valores das prestações serão decrescentes. Sistema muito utilizado em cálculos de financiamento de imóveis.

Um valor de $R\$10.000,00$, à taxa de $5\%a.m.$, será pago em parcelas decrescentes em sistema de amortização constante, em 10 meses, da seguinte forma.

Item	Dívida	R$	Juros	Parcela
	R$10.000,00			
1	R$9.000,00	R$1.000,00	R$10.000,00 $\times 0,05$ = R$500,00	R$1.500,00
2	R$8.000,00	R$1.000,00	R$9.000,00 $\times 0,05$ = R$450,00	R$1.450,00
3	R$7.000,00	R$1.000,00	R$8.000,00 $\times 0,05$ = R$400,00	R$1.400,00
4	R$6.000,00	R$1.000,00	R$7.000,00 $\times 0,05$ = R$350,00	R$1.350,00
5	R$5.000,00	R$1.000,00	R$6.000,00 $\times 0,05$ = R$300,00	R$1.300,00
6	R$4.000,00	R$1.000,00	R$5.000,00 $\times 0,05$ = R$250,00	R$1.250,00
7	R$3.000,00	R$1.000,00	R$4.000,00 $\times 0,05$ = R$200,00	R$1.200,00
8	R$2.000,00	R$1.000,00	R$3.000,00 $\times 0,05$ = R$150,00	R$1.150,00
9	R$1.000,00	R$1.000,00	R$2.000,00 $\times 0,05$ = R$100,00	R$1.100,00
10	R$0,00	R$1.000,00	R$1.000,00 $\times 0,05$ = R$50,00	R$1.050,00
				R$12.750,00

É aconselhável trabalhar esta tabela com o auxílio de planilhas no Excel, dado a praticidade e inúmeros problemas que podem ser resolvidos, tais como: pagar antecipado R$2.000,00 da dívida e manter o número de parcelas; pagar parcelas finais antecipadas; prorrogar o prazo de pagamento; entre outros.

O professor pode (e deve) trabalhar esses cálculos tecnologicamente, por meio de planilhas de cálculo.

Vale notar que, no sistema de amortização constante, o SAC, a única coluna que descreve uma PA constante é da amortização, as demais descrevem uma PA decrescente:

- Dívida, a razão é igual ao valor das parcelas sem os juros

- Prestação: tem razão igual a taxa multiplicada pela parcela (sem juros), ou seja, $i \times p = 5\% \times R\$1.000,00 = R\$50,00$.

9 Principais Movimentações Financeiras

Hoje em dia, praticamente todas as movimentações financeiras podem ser realizadas através de contas bancárias e sua funções.

A matemática financeira pode contribuir para que o aluno do ensino médio entenda as questões relacionadas aos tipos de contas, a tributação sobre elas e sobre as movimentações financeiras em geral.

A seguir serão listadas algumas transições financeiras mais cotidianas, retiradas do site ALTERDATA (2020).

1) Aplicação Automática

Na aplicação automática, o banco realiza um débito da conta bancária para uma conta de aplicação, em períodos consecutivos ou não. "O banco "investe"esse dinheiro em fundos de investimento (renda fixa, variável, etc.), obtendo retorno em juros e credita novamente na conta que foi debitada com o valor junto com os juros aplicados"(ALTERDATA, 2020).

2) Contas Correntes

Existem dois tipos de contas correntes: a simples, se caracteriza por não ter juros; e a especial, com aplicação de juros. Na primeira, o cliente bancário não possui limites, enquanto que na segunda, há limites e são cobradas taxas de manutenção e outros serviços conforme cada banco.

3) Conta Poupança

É uma conta que também serve como aplicação. O cliente bancário efetua depósito com o intuito de receber juros sobre o valor.

4) Taxas e Tarifas

Taxas e tarifas são conceitos distintos, embora sejam ambos cobrados pelos bancos. A primeira é estabelecida unicamente pelo Banco Central e incide sobre transações específicas. Tanto essas transações, quanto o seu valor são estabelecidos pelo BC. Com relação à segunda, estas sim são cobranças definidas pelos próprios bancos e incidem sobre seus diversos serviços.

5) IOF

"Sigla utilizada para "Imposto sobre Operações Financeiras". É uma taxa cobrada quando há operações relativas à emissão de títulos, operações de câmbio, operações de seguros, etc"(ALTERDATA, 2020).

6) Empréstimos

Transação bastante comum, principalmente com relação à classe média, os empréstimos são oferecidos pelos bancos e possuem vários tipos. A seguir, estão listados alguns deles, segundo ORGANIZZE (2020).

- Empréstimo pessoal: é mais o comum. Após uma análise de crédito, ele pode ser creditado em até 24 horas. Outra vantagem desse tipo é que ele está disponível para todos, desde que não haja restrições no nome. Por outro lado, esse empréstimo costuma vir acompanhado de juros bastante altos.

- Empréstimo consignado: é aquele descontado diretamente do salário, aposentadoria ou pensão do contratante. Nesta transação, os juros são os mais baixos entre os tipos de empréstimos. No entanto, não está disponível para todos e, em caso de emergência, não é possível deixar de pagar alguma parcela por algum mês.

- Empréstimo por penhor: a chamada "penhora". É feito mediante a cessão de um bem. Neste caso, o valor do empréstimo é concedido segundo a avaliação do bem. O seu pagamento deve ser feito no prazo, para obter novamente o item penhorado. Aqui, não há análise do cadastro de crédito, mas os juros são normalmente altos e o não pagamento no prazo, perde-se o bem.

- Cheque especial: "crédito pré-aprovado destinado a "cobrir" o saldo devedor da conta corrente"(ORGANIZZE, 2020). Por ser pré-provado não é necessário procurar uma agência, o valor é exatamente aquele para cobrir o saldo devedor e pode ser pago a qualquer momento. Mas, as taxas de juros são altas, "segundo o Banco Central, em fevereiro de 2017, a média era de 328,3% ao ano"(ORGANIZZE, 2020).

- Rotativo do cartão de crédito: "é o crédito concedido quando você não paga o valor total da fatura do cartão de crédito. A administradora paga os lojistas e cobra o valor no mês seguinte, com juros"(ORGANIZZE, 2020). Possui as mesmas vantagens e desvantagens do anterior, mas neste caso, os juros podem chegar a valores acima de 450% ao ano.

7) Consórcios

É uma modalidade de crédito na qual pessoas se juntam e cada uma paga uma parte do bem. Nele, se paga ao banco para depois comprar o bem, quando não for contemplado no sorteio e recebê-lo antes. Pode-se oferecer lances para se obter a carta de crédito. Os consórcios não possuem taxas de juros, há somente uma taxa administrativa pelo contrato, há a possibilidade de escolha do valor das parcelos e o tempo para pagá-las. A desvantagem é que se pode esperar até o final para poder ser contemplado (ARAUJO, 2020).

10 Pesquisa de Campo

A pesquisa aqui apresentada traz inicialmente uma abordagem metodológica investigativa-conceitual, elencando as ideais e conceitos principais da matemática financeira que têm sua importância no contexto de uma aprendizagem ativa/reflexiva, ou seja, trata-se de uma contextualização teórica. Em um segundo momento, apresenta-se os resultados de uma pesquisa exploratória contando com a participação de estudantes de algumas escolas públicas e privadas de ensino médio e fundamental das cidades de Coqueiral - MG e Varginha - MG, ambas localizadas na região sul do estado. O objetivo foi investigar os conhecimentos e atitudes que esses estudantes possuíam ou apresentavam diante de alguns conceitos centrais de matemática financeira.

Considera-se que essa estratégia metodológica adotada foi a melhor escolha possível, considerando o objetivo a ser atingido que permitiu a discussão de uma série de questões muito férteis no campo educacional. Nesse sentido, foi incorporada à esta pesquisa uma estratégia metodológica classificada como estudo de campo, técnica muito útil para explorar em detalhes as características de um fenômeno específico, que no caso foi a aprendizagem da matemática financeira. Foi cuidadosamente elaborado um questionário investigativo na modalidade online através da plataforma Google Forms, contemplando onze questões, algumas conceituais e outras exploratórias, no intuito de aferir tanto os saberes que os alunos participantes possuíam sobre os temas principais da matemática financeira, quanto as atitudes que eles apresentavam diante desses temas, ou seja, se gostavam, se interessavam, se despertavam a atenção, etc. Foram obtidos cento e setenta e uma respostas válidas do formulário. Todos os dados advindos dos questionários foram devidamente tabelados e são apresentados aqui neste estudo através da representação gráfico-visual que ajuda bastante a facilitar a compreensão.

11 Resultados e Discussões

Neste tópico serão perpetradas algumas problematizações e discussões bastante relevantes direcionadas a aspectos especificamente educacionais ou sociais que os dados e informações (representação gráfico-visual) advindas da pesquisa de campo empreendida nos permitiram desenvolver. É importante mencionar que o formato de apresentação dos dados, como é possível perceber, contempla fielmente a questão ética, não expondo diretamente a individualidade de ninguém.

Responderam ao questionário estudantes (ensino fundamental e médio) da Escola Estadual Padre Anchieta, localizada no município de Coqueiral, sul de Minas Gerais, e também estudantes do Colégio dos Santos Anjos que fica na cidade de Varginha, sul de Minas Gerais, distanciadas cerca de sessenta e dois quilômetros entre si, sendo uma pública e a outra privada, respectivamente.

Essa coleta de dados aconteceu ao longo dos meses de outubro e novembro de 2020. Foram obtidos através desse levantamento 171 respostas válidas, sendo 59,1% alunas do sexo feminino e 40,9% do sexo masculino. Como tudo isso resultou na plotagem de um número grande de gráficos, foram selecionados alguns deles para compor nossos principais resultados e discussões visando a conclusão da pesquisa de acordo com cronograma pré-estabelecido. Na sequência são desenvolvidas umas discussões referentes a alguns gráficos mais representativos e que chamaram mais atenção do ponto de vista pedagógico e social por apresentarem informações que abrem espaço para o aprimoramento de nosso sistema educacional em todas as suas vertentes.

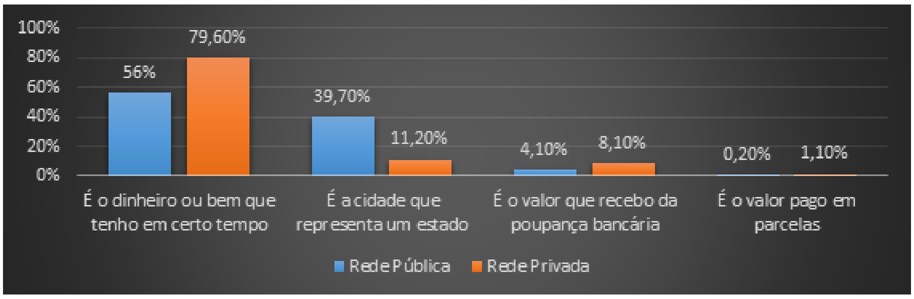

Figura 4: refere-se ao conhecimento dos estudantes em relação ao conceito de capital
Fonte: estudo de campo, pesquisa-questionário

O conceito de capital é fundamental para a compreensão da matemática financeira e para o exercício de uma postura positiva e criativa diante dela. Observa-se que existe uma significativa parcela dos participantes da pesquisa (Figura 4 - Gráfico 1) que não souberam classificar corretamente esse conceito, 20,40% dos estudantes da rede privada não souberam esse conceito e na rede pública 44,00% responderam equivocadamente.

Chama a nossa atenção a quantidade de alunos que responderam que capital é o que representa um estado, confundindo os conceitos de capital dos campos da Matemática e da Geografia. É interessante mencionar que, mesmo o objetivo da pesquisa estando explícito para eles no questionário por conta de seu formato e estrutura, muitos mesmo assim atribuíram o assunto à Geografia, indicando não ter noção nenhuma sobre o assunto de modo geral, o que é um problema.

Se considerarmos que esse é o conceito mais básico e fundamental da matemática financeira, a partir do qual serão desenvolvidos outros mais complexos e elaborados, é possível perceber que mesmo no "campo do básico" ainda estamos deixando a desejar com relação à abrangência dessas noções entre os estudantes, sobretudo na rede pública onde o índice de erro nessa resposta quase chegou perto da metade absoluta dos estudantes, ou seja, 50,00%. Demonstra-se, portanto, uma apropriação insatisfatória do conceito de capital nos contextos analisados.

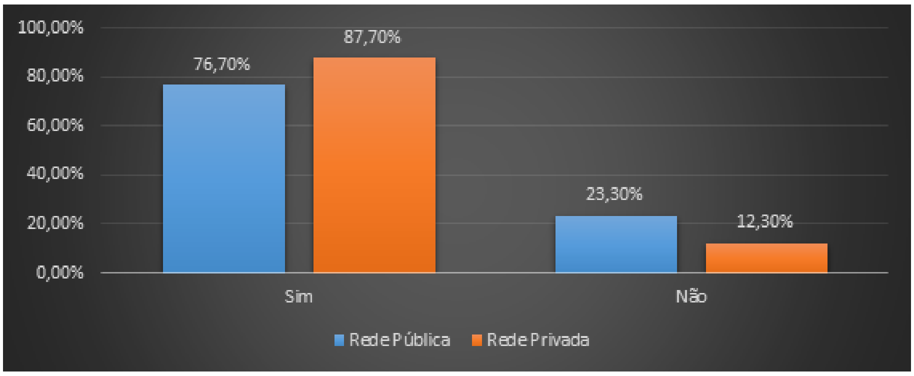

Figura 5: refere-se à existência de conversas com os pais sobre a importância da educação financeira
Fonte: estudo de campo, pesquisa-questionário

Considerando que não somente na escola o aluno passa por processos de aprendizagem financeira, e não esquecendo também que a família é uma instituição responsável por prover essa evolução e tantas outras, investigou-se se os estudantes traziam consigo experiências de diálogos com os pais sobre essa temática tão importante (Figura 5 - Gráfico 2). Na rede pública 76,70% dos estudantes relataram ter essa conversa com os pais, em detrimento de 23,30% que nunca dialogaram sobre isso no ambiente familiar ou doméstico. Enquanto isso na rede privada, é possível observar um cenário um pouco melhor, tendo 87,70% dos alunos experiências positivas nesse aspecto e 12,30% sem diálogo financeiro em casa.

O fato da participação das famílias nesses assuntos ser maior no contexto das escolas privadas nos coloca diante de uma questão muito importante que é o nível socioeconômico e sua relação com a educação escolar. Nesse sentido, de acordo com os dados apresentados, quem tem uma condição de vida melhor parece tender a enfatizar mais essas temáticas nos diálogos domésticos, refletindo uma preocupação ativa com o bem-estar financeiro que inevitavelmente se reflete no bem-estar geral (físico e emocional) de todos os cidadãos.

Considerando que o núcleo familiar constitui a nossa primeira e principal matriz de referências simbólicas e culturais, reforça-se a importância de serem trabalhadas essas temáticas também no âmbito domiciliar, através de atividades corriqueiras do dia a dia onde a família pode estimular o desenvolvimento dos filhos com muitas estratégias diferentes. Podemos perceber que principalmente as crianças menores têm uma curiosidade muito aguçada, estão o tempo todo observando, reproduzindo e significando o mundo ao seu redor.

Relativamente cedo elas já começam a construir, cada uma a seu modo e no seu tempo particular, o entendimento de que determinadas coisas ou objetos só podem ser usufruídos por meio do dinheiro e nesse sentido dependem exclusivamente dele, como um carrinho ou uma boneca, um brinquedo novo, uma roupa nova ou um passeio no parque para tomar sorvete. Nesse período, elas demonstram muita curiosidade e interesse em aprender e participar mais ativamente no que se relaciona ao dinheiro, seus benefícios e responsabilidades inerentes. Então, por que não aproveitar estrategicamente desse momento para já ir introduzindo gradualmente a educação financeira? Com certeza isso trará bons frutos para a vida dessa criança que terá condições mais concretas de ter uma vida econômica saudável e consciente.

Além de auxiliar substancialmente os pequenos a construíram a capacidade pessoal de intervir na vida coletiva e nos desafios da sociedade de modo reflexivo e crítico, ter acesso a esse tipo de conhecimento no âmbito familiar e escolar ajuda amplamente na formação de cidadãos e cidadãs mais conscientes de suas próprias condições. Tudo isso para que, em um futuro projetado, possam seguir caminhos mais promissores e sejam capazes de tomar as decisões certas nos momentos certos.

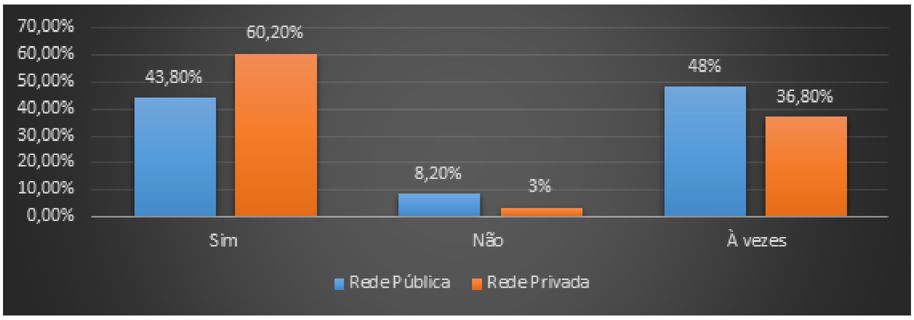

Figura 6: refere-se à economia feita com o dinheiro que ganha
Fonte: estudo de campo, pesquisa-questionário

Outro fator que pretendeu-se aferir foi a destinação imediata do dinheiro por parte dos estudantes, se gastavam ou economizavam de alguma forma. Essa questão foi levantada de modo geral nessa pergunta e detalhada na próxima, como será possível perceber. Dos estudantes provenientes da rede pública 43,80% responderam que fazem economia com o dinheiro que ganham, 8,20% que não fazem e 3,80% que fazem economia às vezes. Na rede privada por sua vez, 60,20 % afirmam economizar de alguma forma, apenas 3,00% não economizam e 36,80% somente às vezes. Esses dados nos confrontam com mais um indício do desnível socioeconômico que marca negativamente a educação brasileira repleta de desafios e assimetrias.

Considera-se significativo do ponto de vista pedagógico que as crianças e adolescentes reconheçam com auxílio da escola e também da família que a prática da economia é importante e pode nos colocar um passo à frente de muitos na competitividade da vida adulta, além de evitar uma série de dores de cabeça pois se afundar em dívidas sem nenhuma educação financeira ou econômica é um caminho muito complicado e que ninguém quer.

As crianças desde pequenas podem aprender a poupar e valorizar o seu próprio dinheiro, em uma perspectiva de educação financeira bem executada. Os números da pesquisa apontam que ainda temos um certo caminho a percorrer para a plena efetivação e abrangência dessa perspectiva, principalmente na rede pública de ensino que reflete algumas assimetrias e desigualdades sociais já materializadas no âmbito classista e muitas vezes reforçadas no sistema educacional. Na rede pública, com relação ao quesito economia de dinheiro (Figura 6 - Gráfico 3), infelizmente não chega na metade do total o número percentual de estudantes pesquisados que afirmam economizar o dinheiro que ganham, este fato indica a urgência de lidarmos com essa questão com mais afinco enquanto educadores e educadoras que têm como função social atrelada à profissão o dever de trabalhar em prol de uma sociedade mais justa e igualitária com oportunidades para todos.

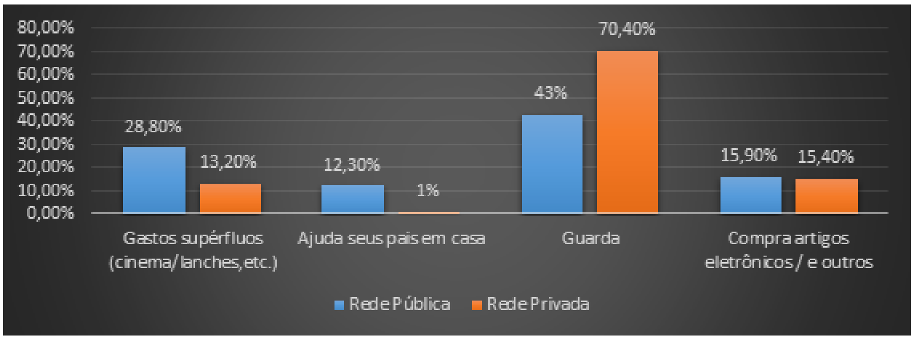

Figura 7: refere-se ao que se faz com o dinheiro que ganha
Fonte: estudo de campo, pesquisa-questionário

Esse gráfico complementa muitas informações da questão anterior, pois apresenta de forma clara o que os estudantes costumam fazer com o dinheiro que ganham para além de guardar, economizar ou algo do tipo, traçando assim um perfil de consumo geral do estudante contemporâneo. Na rede pública, 43,00% dos estudantes afirmam guardar o dinheiro ao passo que 57,00% destinam para outras finalidades acima detalhadas (Figura 7 - Gráfico 4). Na rede privada, a surpreendente maioria de 70,40% respondeu que guarda o dinheiro que ganha, contraponto 29,60% dos estudantes que encaminham o dinheiro para outras vias (consumo). Percebe-se com esses dados um interesse bem maior dos estudantes da rede privada para a economia de dinheiro. E até mesmo considerando somente aqueles que não guardam e que gastam com coisas consideradas supérfluas, os alunos da rede pública ficam na frente com 28,80% gastando com essas coisas (cinemas, lanches, etc.).

Dentre os estudantes de escolas públicas que não guardam, existe uma ressalva de 12,30% que ajudam com as despesas de casa, não sendo o dinheiro direcionado para coisas supérfluas. Essa mesma margem na rede privada atingiu apenas um ponto percentual, ou seja, os estudantes de escolas privadas não precisam ajudar em casa pois geralmente os pais já possuem uma condição de vida razoável pelo menos a ponto de poder manter os filhos em escolas particulares, o que é uma baita vantagem no contexto brasileiro. Estamos falando de uma questão de cunho social, haja vista que a desigualdade continua sendo uma marca muito descritiva de nossa nação brasileira e foi possível perceber algumas delas nos dados discutidos.

Nota-se ainda nesse último gráfico uma primazia por gastos relacionados à equipamentos tecnológicos e artigos eletrônicos, como celulares, tabletes e notebooks, que demonstra o consumismo em que vivem os jovens de ambos os níveis sociais. Dos alunos da rede particular, 15,40% dos estudantes gastam o que ganham com esses entretenimentos, enquanto que na rede pública 15,90% também gastam com isso. É possível argumentar que o estudante contemporâneo, tanto da rede pública quanto particular, esteja gastando muito com esse consumo de eletrônicos, o que pode não ser saudável do ponto de vista financeiro. Seria muito mais interessante e recomendado, por exemplo, canalizar esses gastos em uma poupança de investimento para aplicar nos próprios estudos da criança ou adolescente, permitindo ao aluno expandir sobremaneira as suas possibilidades de desenvolvimento intelectual.

O Anexo A mostra o questionário feito aos estudantes entrevistados.

12 Considerações Finais

Ao encerrar o presente estudo, espera-se verdadeiramente que ele possa se constituir de alguma forma como uma ferramenta que contribua para a ampliação da importância dos conhecimentos atrelados à matemática e educação financeira dentro das próprias ciências exatas e para além delas, sendo uma ferramenta útil para toda a sociedade de modo geral e para a formação de cidadãos e cidadãs conscientes. A matemática financeira tem sua importância redobrada na vida cotidiana de todos nós, imersos na contemporaneidade e na globalização.

Afirma-se à guisa de conclusão que a contextualização de ideais e conceitos da matemática financeira que busca relacioná-los à temáticas cotidianas e que fazem parte da linguagem corriqueira dos alunos representa, do ponto de vista pedagógico, uma das melhores formas de se construir o conhecimento dos estudantes de maneira ativa e reflexiva. Observa-se que o trabalho com conceitos matemáticos abstratos partindo de suas aplicações em contextos do dia a dia favorecem uma aprendizagem duradoura, criativa e agradável DIAS (2008).

Por fim, encerra-se com um pensamento de Paulo Freire, patrono da nossa educação nacional e pesquisador brasileiro da área educacional com maior relevância no mundo todo. Paulo Freire costumava reiterar em muitos momentos diferentes de sua carreira, seja em livros, palestras e conferências, que o ato de ensinar não significa uma transferência autônoma de conhecimentos, mas é um ato que está mais ligado com a criação e abertura de possibilidades imaginativas das mais diversas, permitindo ao aluno ser um construtor do seu próprio conhecimento por meio da curiosidade e do estímulo fornecido FREIRE (1996). Pensando dessa forma, aplicar os conceitos da matemática financeira nas atividades do dia a dia, seja em movimentações bancárias, financiamentos ou investimentos, além de contextualizar e aplicar na prática esses assuntos, também contribui para que o próprio aluno tenha condições de construir um conhecimento muito mais significativo em consonância com a sua realidade vivenciada.

13 Agradecimentos

Agradeço aos meus pais, especialmente minha mãe, que foi a primeira a me incentivar a ingressar no mestrado e agradeço também minha esposa, pelo apoio incondicional em todos os momentos difíceis da minha trajetória acadêmica.

Agradeço também ao meu orientador Prof. Dr. Ronaldo, aos meus colegas e à instituição UFSJ pela oportunidade de cursar o Mestrado PROFMAT.

Agradeço principalmente a Deus por sempre me guiar e estar comigo nesta caminhada.

Este trabalho é dedicado a eles.

Referências

ALTERDATA (2020). Movimento bancário. *Disponível em: https://ajuda.alterdata. com.br/movbanc/principais-conceitos*, Acesso em: 26 de maio de 2020.

AMORIM, V. (2016). O ensino de matemática financeira: do livro didático ao mundo real. *Rio de Janeiro, SBM: 2º Simpósio de formação do professor de matemática da região Nordeste.*

ARAUJO, F. (2020). Consórcio de veículo: entenda como funciona. *Disponível em: https://www.serasa.com.br/ensina/dicas/consorcio-de-veiculo-entenda-como-funciona/*, Acesso em: 26 de maio de 2020.

BARROSO, J. M. et al. (2010). Conexões com a matemática. *São Paulo: Moderna*, V. 3.

BENIGNO, Barreto Filho; SILVA, C. X. d. (2000). Matemática aula por aula: volume único, ensino médio. *São Paulo: FTD.*

DANTE, L. R. (2016). Matemática: contexto & aplicações. 3ª ed. *São Paulo: Ática*, V. 3.

DIAS, R. V. (2008). O uso de porcentagem no cotidiano dos alunos. *Porto Alegre: Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.*

FARO, C. d. (2006). Fundamentos da matemática financeira: uma introdução ao cálculo financeiro e à análise de investimento de risco.

FREIRE, P. (1996). Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. *São Paulo: Coleção Leitura.*

ORGANIZZE (2020). Conheça quais são os tipos de empréstimos e saiba qual é o melhor. *Disponível em: https://financaspessoais.organizze. com.br/conheca-quais-sao-os-tipos-de-emprestimos-e-saiba-qual-e-o-melhor/*, Acesso em: 26 de maio de 2020.

Anexo A

1) Qual seu sexo?
( ) Masculino
( ) Feminino

2) Qual sua idade?
( ) Entre 11 e 15 anos
( ) Entre 16 e 18 anos
( ) Acima de 18 anos

3) Atualmente você está cursando que série?
( ) 6º Ano (Ensino Fundamental)
( ) 7º Ano (Ensino Fundamental)
( ) 8º Ano (Ensino Fundamental)
( ) 9º Ano (Ensino Fundamental)
( ) 1º Ano (Ensino Médio)
( ) 2º Ano (Ensino Médio)
( ) 3º Ano (Ensino Médio)

4) Qual instituição você estuda?
( ) Rede pública
( ) Rede privada

5) Você sabe o que é Educação Financeira?
( ) Sim
( ) Não

6) O que significa Educação Financeira para você?
( ) Aprender a controlar os seus gastos
( ) Saber o que fazer com o seu dinheiro
( ) Gastar menos do que ganha
( ) Não sei o significado de educação financeira

7) O que seria capital para você?
( ) É o dinheiro ou bem que tenho em certo tempo
( ) É a cidade que representa um estado
( ) É o valor que recebo da poupança bancária
( ) É o valor pago em parcelas

8) Você acha importante estudar a disciplina educação financeira?
( ) Sim
( ) Não

9) Seus pais conversam com você sobre a importância do dinheiro?
( ) Sim
( ) Não

10) O que você faz com o dinheiro que você ganha?
( ) Gastos supérfluos (cinema/lanches, etc.)
( ) Ajuda seus pais em casa
( ) Guarda
( ) Compra artigos eletrônicos / e outros

11) Você consegue economizar o dinheiro que ganha?
( ) Sim
( ) Não
( ) Às vezes

12) No futuro o que você pretende fazer?
( ) Ser um empreendedor (abrir seu próprio negócio)
( ) Continuar o negócio da família
( ) Ser funcionário público
( ) Ser funcionário de uma empresa privada
( ) Ainda não sei o que pretendo fazer
( ) Outros