

O processo de Moran para populações com três tipos de indivíduos e aptidões dependentes da frequência

Eliza Maria Ferreira⁶Armando Gil Magalhães Neves⁷

Resumo: O processo de Moran [3] ficou conhecido como um modelo estocástico para a evolução genética de uma população de tamanho finito fixo. Mais tarde essa teoria foi estendida à Teoria dos Jogos Evolutiva [1, 2, 4], onde a aptidão dos indivíduos depende também da frequência dos mesmos na população e são especificadas através de uma matriz de pagamento. A extensão do modelo de Moran para populações com mais de duas estratégias foi feita por [6] e abre uma nova classe de problemas.

Originalmente, a Teoria de Jogos Evolutiva foi desenvolvida para estudar a dinâmica determinística em populações infinitas [1, 5]. Para populações finitas, devido à hipótese da ausência de mutações, ocorrerá o fenômeno da *fixação*: com probabilidade 1, a população será composta totalmente de indivíduos de um mesmo tipo depois de um período de tempo suficientemente grande.

Estudaremos as probabilidades de fixação para o processo de Moran em uma população de tamanho finito com três tipos de estratégias. Para dois tipos de estratégias, existe uma fórmula exata explícita para a probabilidade de fixação. Em vez disso, para três tipos, as probabilidades de fixação surgem como soluções de sistemas de equações algébricas lineares. Provamos que tais sistemas têm soluções únicas. Sabemos que o número de cenários evolutivos para o caso de duas estratégias é maior do que o número correspondente para uma população infinita. É razoável esperar que isso seja verdade também para o caso de três tipos, o que nos leva a um grande número de cenários para examinar. Apresentaremos alguns resultados que devem nos ajudar a entender parcial ou totalmente alguns destes cenários.

Referências

- [1] J. Hofbauer and K. Sigmund. *Evolutionary Games and Population Dynamics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1998.
- [2] J. Maynard Smith and G. Price. The logic of animal conflicts. *Nature*, 246:15 – 18, 1973.

⁶Universidade Federal de Lavras,
eliza.ferreira@dex.ufla.br

⁷Universidade Federal de Minas Gerais,
aneves@mat.ufmg.br

- [3] P. A. P. Moran. Random processes in genetics. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 54(1):60–71, 1958.
- [4] M. Nowak. *Evolutionary Dynamics*. The Belknap of Harvard University Press, 1 edition, 2006.
- [5] P. D. Taylor and L. B. Jonker. Evolutionary stable strategies and game dynamics. *Math. Biosci.*, 40:145–156, 1978.
- [6] J. Wang, F. Fu, L. Wang, and G. Xie. Evolutionary game dynamics with three strategies in finite populations. *arXiv preprint physics/0701315*, 2007.