

Categoria Derivada de uma Álgebra

Marlon Pimenta Fonseca¹⁷

Resumo: Um dos principais interesses da Teoria das Representações é o estudo da categoria de módulos de uma álgebra. Neste contexto uma questão de suma importância é: Quando duas álgebras são Morita - equivalentes, isto é, quando as respectivas categorias de módulos são equivalentes? De certa forma, sua importância se justifica pela existência de diversas propriedades homológicas, a saber, seu grupo de Grothendieck, seus grupos de cohomologia de Hochschild, entre outros, que são preservados por Morita equivalências. Entretanto, a categoria de módulos não é o maior ambiente onde os elementos acima são invariantes.

O estudo da categoria derivada da categoria de módulos de uma álgebra faz um paralelo com o estudo da categoria de módulos. Sendo assim, uma pergunta natural é: Quando duas álgebras são derivadamente equivalentes, isto é, suas respectivas categorias derivadas são equivalentes como categorias trianguladas? E assim como no parágrafo anterior, os invariantes acima citados, além de outros, são preservados por equivalências derivadas.

Nesta palestra falaremos sobre o problema da equivalência de categoria de módulos sobre álgebras de dimensão finita e sobre o Teorema de Morita que dá condições necessárias e suficientes para que duas álgebras sejam Morita-equivalentes. Falaremos também sobre a categoria derivada da categoria de módulos de uma álgebra, lembrando fatos básicos sobre localização de categorias trianguladas e definiremos a categoria derivada de uma álgebra. Por fim enunciaremos o Teorema de Rickard que é um análogo do Teorema de Morita para equivalências derivadas.

Referências

- [1] Auslander, M.; Reiten, I.; Smalø, S. *Representation theory of Artin algebras*. Corrected reprint of the 1995 original. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 36. Cambridge University Press, Cambridge, 1997. xiv+425 pp.
- [2] Milicic, Dragan. *Lectures on derived categories*. Disponível em <https://www.math.utah.edu/~milicic/Eprints/dercat.pdf>.
- [3] Rickard, Jeremy. *Morita theory for derived categories*. J. London Mathematical Society (2) 39(3), 436-456 (1989).

¹⁷Universidade Federal de Lavras,
marlon.fonseca@dex.ufla.br