

Uma prova elementar da fórmula de Euler para poliedros, usando o método de Cauchy

Jean-Paul Brasselet ¹
Nguyen Thi Bich Thuy ²

O uso do método de Cauchy para demonstrar a famosa “fórmula de Euler” para poliedros é objeto de muita controvérsia. Em particular, a fórmula é atribuída a Descartes por vários autores e até mesmo a Arquimedes por outros. A prova de Cauchy é criticada entre outros por Lakatos e Lima. Nesta palestra, damos uma prova elementar da fórmula com a única hipótese de que o poliedro é homeomórfico a uma esfera e usando apenas o método de Cauchy. Embora original e nova, a palestra será muito básica, com muitos exemplos a mais da esfera (o toro, a garrafa de Klein, etc...) e muitas figuras, acessível a alunos desde graduação e professores de todas as disciplinas.

Referências

- [1] Elon Lima, O Teorema de Euler sobre Poliedros, Matemática Universitária, Sociedade Mathematica Brasileira, No 2, Dezembro 1985, pp 57–74
- [2] Jean-Paul Brasselet e Nguyen Thi Bich Thuy, Uma prova elementar da fórmula de Euler usando o método de Cauchy, arXiv:2003.12709

¹CNRS e Universidade de Aix-Marseille - França,
jean-paul.brasselet@univ-amu.fr

²UNESP,
bich.thuy@unesp.br

No que a Matemática pode e deve ajudar em desastres como o que ocorreu em Brumadinho!?

João Frederico da Costa Azevedo Meyer ³

Resumo:

Resumo: Nesta apresentação gostaria de apresentar alguns aspectos básicos do que ocorreu em Brumadinho e ainda acontece, traçando paralelos com outros acidentes do mesmo tipo e destacando instrumental matemático que pode (e deve!) ser usado na avaliação dos efeitos e dos riscos que perduram. Ao final, pretendo mencionar diversos aspectos dos efeitos duradouros, infelizmente inesperados, por suas origens. Efeitos esses que também se constituem em desafios para a Matemática - e para Matemáticas e Matemáticos!

³Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP,
jmeyer@unicamp.br

ART NOUVEAU em BILHARES

Sônia Pinto de Carvalho⁴

Resumo: Vou mostrar como, usando o conceito (simples) de bilhar matemático e um software no computador (no meu caso, o IDL), podemos fazer desenhos que lembram ornamentos art nouveau.

⁴Universidade Federal de Minas Gerais,
sonia@mat.ufmg.br

O Número de Bruce-Roberts de uma Função em uma Hipersuperfície com Singularidade Isolada

Bárbara Karolline de Lima Pereira⁵

Bruna Oréfice Okamoto⁶

João Nivaldo Tomazella⁷

Juan J. Nuño Ballesteros⁸

Resumo: Sejam $(X, 0)$ uma hipersuperfície com singularidade isolada definida por $\phi: (\mathbb{C}^n, 0) \rightarrow (\mathbb{C}, 0)$ e $f: (\mathbb{C}^n, 0) \rightarrow \mathbb{C}$ germe de função \mathcal{R}_X -finitamente determinado. Nesse trabalho nós provamos

$$\mu_{BR}(f, X) = \mu(f) + \mu(\phi, f) + \mu(X, 0) - \tau(X, 0),$$

onde μ e τ são os números de Milnor e de Tjurina, respectivamente de uma função ou uma interseção completa com singularidade isolada. Esse resultado generaliza a relação obtida em [1], onde foi adicionada a condição de quase homogeneidade à hipersuperfície com singularidade isolada.

Referências

- [1] J. J. Nuño Ballesteros, B. Oréfice-Okamoto, J. N. Tomazella, *The Bruce-Roberts number of a function on a weighted homogeneous hypersurface*, Q. J. Math.64(2013), no. 1, 269-280

⁵Universidade Federal de São Carlos
barbarapereira@dm.ufscar.br

⁶Universidade Federal de São Carlos,
bruna@dm.ufscar.br

⁷Universidade Federal de São Carlos,
tomazella@dm.ufscar.br

⁸Universitat de València,
Juan.Nuno@uv.es

RELACIONANDO INVARIANTES DE GERMES DE FUNÇÕES E DE APLICAÇÕES

Daiane Alice Henrique Ament⁹

Resumo: Em Teoria de Singularidades é comum associar invariantes a germes de variedades, de funções e de aplicações que reflitam as propriedades de tais germes. Dados invariantes definidos para um mesmo germe a pergunta natural é: qual a relação entre eles?

Dentre os invariantes dessa teoria destaca-se o número de Milnor, tratado por muitos autores e que foi definido para diversos germes de variedades singulares e de funções com singularidade isolada. No caso de germes de funções sobre uma singularidade determinantal isolada, o número de Milnor determinantal foi definido por Nuño-Ballesteros, Oréface-Okamoto e Tomazella em [9]. Para germes de funções sobre um germe de variedade analítica complexa, um invariante que pode-se considerar é a obstrução de Euler de uma função, definida por Brasselet, Massey, Parameswaran e Seade em [4].

O objetivo deste trabalho é apresentar a relação entre o número de Milnor determinantal e a obstrução de Euler de uma função, para germes de funções analíticas $f : (X, 0) \rightarrow (\mathbb{C}, 0)$ com singularidade isolada, onde $(X, 0)$ é uma singularidade determinantal isolada. Esta relação pode ser vista em [1].

Para o caso de germes de aplicações $f : (\mathbb{C}^n, 0) \rightarrow (\mathbb{C}^{n+1}, 0)$ (com $(n, n+1)$ nas boas dimensões de Mather) associa-se dois invariantes: a A_e -codimensão definida e abordada nos artigos de Mather (ver [11]) e o número de Milnor da imagem definido por Mond em [6] e Siersma em [10]. Mond em [7] considera o caso $n = 1$ e demonstra que existe uma desigualdade entre a A_e -codimensão e o número de Milnor da imagem, o caso $n = 2$ foi abordado por De Jong e Van Straten em [5] e por Mond em [6], os quais também obtiveram uma desigualdade entre estes dois invariantes. Para $n \geq 3$, essa desigualdade é um problema em aberto, conhecida como a Conjectura de Mond.

Para germes de aplicações $f : (X, 0) \rightarrow (\mathbb{C}^2, 0)$, com $(X, 0) \subset (\mathbb{C}^n, 0)$ uma interseção completa com singularidade isolada de dimensão 1, pode-se associar dois invariantes: a A_e -codimensão definida por Mond e Montaldi em [8] e o número de Milnor da imagem definido em [2] para $n = 2$ e em [3] para n um natural qualquer. Outro objetivo deste trabalho é apresentar a relação dada em [2] entre estes dois invariantes, ou seja, a desigualdade proposta pela Conjectura de Mond no caso de germes de aplicações entre curvas planas. E, no caso em que n é um natural qualquer, apresentar a igualdade entre estes dois invariantes dada em [3] para o caso de germes de aplicações entre curvas irredutíveis quase homogêneas.

⁹Universidade Federal de Lavras,
daiane.ament@ufla.br

Referências

- [1] Ament, D. A. H.; Nuño-Ballesteros, J. J.; Oréface-Okamoto, B.; Tomazella, J. N. The Euler obstruction of a function on a determinantal variety and on a curve, *Bulletin of the Brazilian Mathematical Society, New Series*, **47**, 955-970, 2016.
- [2] Ament, D. A. H.; Nuño-Ballesteros, J. J. Mond's conjecture for maps between curves, *Mathematische Nachrichten*, **290**, 2845-2857, 2017.
- [3] Ament, D. A. H.; Nuño-Ballesteros, J. J.; Tomazella, J. N. Image Milnor number and A_e -codimension for maps between weighted homogeneous irreducible curves, *Advances in Geometry*, **20** (3): 319-330, 2020.
- [4] Brasselet, J.-P.; Massey, D.; Parameswaran, A. J.; Seade. J. Euler obstruction and defects of functions on singular varieties, *J. London Math. Soc. (2)*, **70**(1): 59-76, 2004.
- [5] de Jong, T.; van Straten, D. Disentanglements, *Lecture Notes in Math.*, **1462**, 199-211, 1991.
- [6] Mond, D. Vanishing cycles for analytic maps, *Lecture Notes in Math.*, **1462**, 221-234, 1991.
- [7] Mond, D. Looking at bent wires A_e -codimension and the vanishing topology of parametrized curve singularities, *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, **117** (2): 213-222, 1995.
- [8] Mond, D.; Montaldi, J. Deformations of maps on complete intersections, Damon's \mathcal{K}_V -equivalence and bifurcations, *London Mathematical Society Lecture Note*, **201**, 263-284, 1994.
- [9] Nuño-Ballesteros, J. J.; Oréface-Okamoto, B.; Tomazella, J. N. , The vanishing Euler characteristic of an isolated determinantal singularity, *Israel J. Math.*, **197** (1): 475-495, 2013.
- [10] Siersma, D. Vanishing cycles and special fibres, *Lecture Notes in Math.*, **1462**, 292-301, 1991.
- [11] Wall, C. T. C. Finite determinacy of smooth map-germs. *Bull. London Math. Soc.*, **13**(6): 481-539, 1981.

DISTRIBUIÇÃO KUMARASWAMY WEIBULL COM FRAÇÃO DE CURA E APLICAÇÕES

Marcos Vinicius de Oliveira Peres¹⁰ Franchesco Sanches dos Santos¹¹ Vanessa de Oliveira Lima¹²

Resumo: Comumente em análise de sobrevivência o evento de interesse está relacionado com a morte ou recorrência de uma doença. Contudo, com o avanço da medicina, ao final do estudo, possivelmente uma parcela dos indivíduos não venha a apresentar o evento de interesse. Nesses casos, esses indivíduos podem estar curados ou serem imunes ao evento de interesse. Logo, é fundamental nesse tipo de estudo que essa proporção de indivíduos não suscetíveis seja estimada de forma adequada. Essa proporção de indivíduos curados ou imunes é chamada fração de cura e as ferramentas comuns em análise de sobrevivência não a modelam adequadamente. De acordo com [1] um método para estimar a fração de curados é assumir que a população seja uma mistura de indivíduos suscetíveis que experimentam o evento de interesse e indivíduos não suscetíveis que supostamente nunca irão experimentar o evento de interesse. Então, se T é uma variável aleatória que representa o tempo até a ocorrência de um evento, e $t > 0$ uma observação de T . A função de sobrevivência do modelo de mistura com fração de cura é expressa por,

$$S(t) = p + (1 - p) S_0(t), \quad (0.1)$$

onde T é uma variável aleatória estritamente positiva que indica o tempo de vida do indivíduo, p é um parâmetro que indica a fração de cura ($0 < p < 1$) e $S_0(t)$ é a função de sobrevivência basal para os indivíduos suscetíveis ao evento de interesse. Note que, $\lim_{t \rightarrow \infty} S(t) = p$, pois $\lim_{t \rightarrow \infty} S_0(t) = 0$.

Alguns autores [2, 3, 4] apresentam uma alternativa ao modelo de mistura, conhecido como modelo de não-mistura. Esse modelo define uma assíntota para o risco acumulado, dessa forma, a fração de cura é definida por essa assíntota. A função de sobrevivência neste caso é dada por,

$$S(t) = p^{F_0(t)} = \exp[\ln(p)F_0(t)], \quad (0.2)$$

onde $F_0(t) = 1 - S_0(t)$, assim, $\lim_{t \rightarrow \infty} S(t) = p$.

Como distribuição para os indivíduos suscetíveis, consideramos nesse trabalho a Kumaraswamy Weibull (KW) proposta por [5]. A função de sobrevivência, função densidade de probabilidade e função de risco da distribuição KW é expressa por,

$$S_0(t) = \left[1 - \left(1 - e^{-\alpha t^\theta}\right)^\gamma\right]^\beta, \quad (0.3)$$

$$f_0(t) = \alpha\beta\gamma\theta t^{\theta-1} e^{-\alpha t^\theta} \left[1 - e^{-\alpha t^\theta}\right]^{\gamma-1} \left[1 - \left(1 - e^{-\alpha t^\theta}\right)^\gamma\right]^{\beta-1} e \quad (0.4)$$

$$h_0(t) = \frac{\alpha\beta\gamma\theta t^{\theta-1} e^{-\alpha t^\theta} \left[1 - e^{-\alpha t^\theta}\right]^{\gamma-1}}{1 - \left(1 - e^{-\alpha t^\theta}\right)^\gamma}. \quad (0.5)$$

¹⁰Universidade Estadual de Maringá, mvoperes2@uem.br

¹¹Universidade Estadual do Paraná, msndofranchesco_surf@hotmail.com

¹²Universidade Estadual do Paraná, vanessa.lima17@outlook.com

Onde, $\alpha, \beta, \gamma, \theta > 0$ e $t > 0$. A função de risco tem diversos comportamentos, pode exibir as formas: constante, crescente, decrescente, unimodal e de banheira (decrescente e depois crescente). Sendo assim, a KW é mais versátil na forma da função de risco do que as tradicionais distribuições consideradas no estudo de tempo de vida, como: distribuição exponencial, Weibull, Gama, log-Normal, entre outras.

Para avaliar a metodologia proposta, consideramos dados reais médicos que apresentam nos tempos de sobrevida frações de indivíduos que foram considerados curados ou imunes. As inferências sob os os parâmetros do modelo proposto foram realizadas considerando uma abordagem Bayesiana. Utilizamos o algoritmo MCMC (cadeias de Monte Carlo Markov) implementado no software *OpenBUGS* e o software *R* para simular amostras da distribuição *posterior* conjunta. As aplicações com dados reais médicos evidenciam que o modelo proposto se ajusta aos dados de forma satisfatória. Ambos os modelos de fração de cura considerados, mistura e não-mistura, modelaram apropriadamente a fração de cura dos dados, se ajustando adequadamente a curva de sobrevida empírica de Kaplan-Meier e a curva não-paramétrica da função de risco dos dados. Por fim, vale ressaltar que os algoritmos computacionais no *OpenBUGS* para o modelo proposto podem ser facilmente implementados.

Referências

- [1] Maller, R. A.; Zhou, X.. Survival analysis with long-term survivors, 1a. edição. John Wiley & Sons, 1996.
- [2] Achcar, J. A.; Coelho-Barros, E. A.; Mazucheli, J. Cure fraction models using mixture and non-mixture models. *Tatra Mountains Mathematical Publications*, **51**(1): 1-9, 2012.
- [3] Lambert, P. C.; Thompson, J. R.; Weston, C. L.; Dickman, P. W. Estimating and modeling the cure fraction in population-based cancer survival analysis. *Biostatistics*, **8**(3): 576-594, 2007.
- [4] Martinez, E. Z.; Achcar, J. A.; Jácome, A. A.; Santos, J. S. Mixture and non-mixture cure fraction models based on the generalized modified Weibull distribution with an application to gastric cancer data. *Computer methods and programs in biomedicine*, **112**(3): 343-355, 2013.
- [5] Cordeiro, G. M.; Ortega, E. M.; Nadarajah, S. The Kumaraswamy Weibull distribution with application to failure data. *Journal of the Franklin Institute*, **347**(8): 1399-1429, 2010.

ALGEBRAIC STRUCTURES RELATED WITH RATIONAL QUASI SEMI METRICS

Makar Plakhotnyk ¹³

Resumo: We study in our work the rational quasi semi metrics. They can be understood as rational non-negative $n \times n$ -matrices $A = (\alpha_{pq})$ with zero diagonal, such that

$$\alpha_{ij} + \alpha_{jk} \geq \alpha_{ik} \tag{0.6}$$

holds for all i, j and k . If we assume that the entries α_{ij} are integers we obtain the definition of a non-negative exponent matrix. Exponent matrices are crucial ingredients of tiled orders and also related to semi maximal rings (see [1] for details). One of the interesting features of the non-negative exponent matrices is that they form a max-plus algebra. Another important remark is that (0.6) together with inequalities of non-negativity define a polyhedral cone.

The automorphisms of the next algebraic structures were described in [2]:

1. Max-plus algebra of (integer) non-negative exponent matrices;
2. Semigroups of (integer) non-negative exponent matrices with respect to addition and entry-wise maximum.

We describe the following algebraic structures:

1. Max-indecomposable (integer) exponent matrices;
2. Polyhedral cone of rational quasi semi metrics with respect, with binary operation sum, or entry-wise maximum; Its additive and max-automorphisms;
3. Group of max-automorphisms of the coordinate faces of the polyhedral cone of rational quasi semi metrics.
4. Group of combinatorial automorphisms of the polyhedral cone of rational quasi semi metrics [3];

This is a collaborated work with M. Dokuchaev and A. Mandel.

Referências

- [1] A. Zavadski and V. Kirichenko, *Torsion free modules over prime rings*, *Zap. Sci. Semin. LOMI USSR Akad. Sci.*, Vol. **57**, No 4, pp. 100-116, 1976.
- [2] M. Dokuchaev, V. Kirichenko, G. Kudryavtseva and M. Plakhotnyk, *The max-plus algebra of exponent matrices of tiled orders*, *J. Algebra*, Vol. **490**, pp. 1–20, 2017.
- [3] M. Dokuchaev, A. Mandel and M. Plakhotnyk, *The cone of Quase-semimetrics and exponent matrices of tiled orders*, *ArXiv*, eprint: 2005.05492, math.CO, may. 2020.

¹³Faculdade de Tecnologia de São Paulo (FATEC-SP),
makar.plakhotnyk@gmail.com

Multiplicação de matrizes distribuída segura através do uso de Raízes da Unidade

Roberto Assis Machado ¹⁴

Resumo: O uso de dados tem ficado cada vez mais comum para basear a tomada de decisões tais como campanha de marketing, estratégia de crescimento, criação de máquinas autônomas, etc. O aumento da quantidade de dados para as mais diversas aplicações dificulta a computação e, na maioria das vezes, são ineficazes localmente. Isso faz com que as pessoas comecem a computar os modelos nos poderosos servidores na nuvem. Nesse contexto, os usuários podem requerer tarefas de alto custo computacional em grandes quantidades de dados que estão distribuídos em servidores alocados em diferentes regiões do mundo. Por um lado, tal flexibilidade de computação reduz o custo individual para as empresas e profissionais que não precisam manter um equipamento poderoso apenas com o objetivo de fazer os cálculos massivos em um imenso banco de dados. Mas em contrapartida, aumenta a preocupação com a privacidade dos dados para evitar a exposição de dados sensíveis de usuários. Dessa forma, os algoritmos devem beneficiar os usuários que não possuem equipamentos poderosos enquanto mantêm a privacidade dos dados. Existem pelo menos três problemas de otimização a serem analisados: 1) Minimizar o custo de upload; 2) Minimizar o custo de download; 3) Minimizar o custo total de comunicação. Considere que tenhamos L fontes de dados A_1, A_2, \dots, A_L queremos computar uma função GA_1, A_2, \dots, A_L com a ajuda de N servidores. Cada uma das fontes está conectada a cada servidor, através de links confiáveis e sem erros. Todos os servidores estão conectados entre si. Impomos a condição de privacidade teoricamente perfeita com o cruzamento de T servidores, i.e., a informação contida em quaisquer T servidores não permite o vazamento de qualquer informação tanto dos valores de entrada A_1, A_2, \dots, A_L quanto do resultado da função GA_1, A_2, \dots, A_L . Assumimos, também, que os servidores são honestos, responsivos e curiosos o que significa que eles seguem os passos designados honestamente, mas eles podem tentar cruzar T servidores para tentar deduzir alguma informação a respeito dos valores de entrada e de saída.

Nesse trabalho, focaremos na operação segura de multiplicação distribuída de duas matrizes $A = A_1, A_2, \dots, A_L$ e $B = B_1, B_2, \dots, B_L$ utilizando N servidores e mantendo a privacidade de A, B e $AB = A_1B_1, A_2B_2 + \dots + A_LB_L$ sob o cruzamento de T servidores. Todas as operações serão realizadas em um corpo finito F_q , com q elementos. Um elemento $x \in F_q$ é uma k -ésima raiz da unidade se $x^k = 1$ mas $x^j \neq 1$ para todo $0 < j < k$. Sejam $L = 1, T = 1$ e $F_7 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Considere A, B, R e S matrizes quadradas de ordem $(m \times m)$ sendo R e S matrizes geradas aleatoriamente. Estamos interessados em computar AB de modo privado. Considere os polinômios $A(x) = A + Rx$ e $B(x) = B + Sx$. Note que $ABx = Ax Bx = AB + AS + RSx + RSx^2$ e que $AB = AB(0) = AB(1) + AB(2) + AB(4) + AB(6)$.

¹⁴Rutgers University,
robertoassismachado@gmail.com

Enviando os valores $A(i)$, $B(i)$ para o i -ésimo servidor é possível computar o produto AB sem que cada servidor consiga deduzir algo de A , B ou AB .

Teorema: Dadas as condições acima, sempre é possível fazer a multiplicação de matrizes com no máximo $L + 2T$ servidores.

Referências

- [1] I. S. Reed and G. Solomon, Polynomial codes over certain finite fields, *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, vol. 8, no. 2, pp. 300–304, 1960.
- [2] R. D’Oliveira, S. El Rouayheb, and D. Karpuk, GASP codes for secure distributed matrix multiplication, arXiv e-prints, Dec. 2018.
- [3] N. Mital, C. Ling and D. Gunduz, Secure Distributed Matrix Computation with Discrete Fourier Transform, arXiv e-prints, Jul. 2020.

MODELO SEIR E MODELO SEIRQ: UM ESTUDO PRELIMINAR PARA ANÁLISE DO EFEITO DA QUARENTENA EM TEMPOS DE PANDEMIA (COVID-19)

Alice Ione Resende¹⁵
Nicolly Ramalho Silva¹⁶ Daniel Freitas Martins¹⁷
Mehran Sabeti¹⁸

Resumo: Esta pesquisa tem como objetivo apresentar uma análise a respeito da disseminação do Vírus Covid-19 no Brasil. Utilizamos como referência os estudos de Kermack e MacKendrick, e de outros autores que realizaram pesquisas a respeito dos modelos epidemiológicos. No nosso estudo focamos em três modelos, o SIR (Suscetíveis, Infectados, Recuperados), SEIR (Suscetíveis, Expostos, Infectados, Recuperados) e o SEIRQ (Suscetíveis, Expostos, Infectados, Recuperados, Quarentena). Comparamos os gráficos dos modelos em relação aos números de infectados e aos picos epidêmicos e percebemos que no modelo SEIR o pico epidêmico acontece mais tarde e com menos intensidade do que no modelo SIR. No que diz respeito ao modelo SEIRQ, foram estudadas diferentes estratégias de quarentena em relação ao número de indivíduos e de tempo. O que comprovou a importância dessa medida para a diminuição no número de infectados e do pico epidêmico. Apresentamos para cada modelo os pontos de equilíbrio e a reprodutibilidade basal (RO), que representa o número de infecções secundárias, em uma comunidade suscetível, provenientes do contato com um indivíduo infectado durante o período de sua infecção. Após análise dos 3 modelos observamos que o valor de produtividade basal diminui no modelo SEIRQ em relação aos outros dois modelos, para qualquer tipo de estratégias de quarentena para os indivíduos. Futuramente pretendemos definir alguns conceitos importantes da modelagem com foco na contextualização da doença estudada, aplicando parâmetros que representem os dados obtidos pela OMS em relação ao Brasil e dados obtidos pela SUS sobre nosso estado de Minas Gerais.

Apresentaremos o referente trabalho através do formato vídeo-pôster.

¹⁵Universidade do Estado de Minas Gerais – campus Divinópolis,
alice.1693450@discente.uemg.br

¹⁶Universidade Federal de Minas Gerais,
nicollysilva.35@hotmail.com

¹⁷Universidade Federal de Viçosa – campus Florestal,
daniel.f.martins@ufv.br

¹⁸Professor orientador, Universidade Federal de Viçosa – campus Florestal,
mehran@ufv.br

Referências

- [1] G. Gaeta, A simple SIR model with a large set of asymptomatic infectives. e-print arXiv:2003.08720 [q-bio.PE] (2020).
- [2] W.O. Kermack e A.G. McKendrick, Contributions to the Mathematical Theory of Epidemics. Proc. R. Soc. Lond. A 138 (1932), 55-83; Proc. R. Soc. Lond. A 141 (1933), 94-122.
- [3] KEELING, Matt J.; ROHANI, Pejman. Modeling Infectious Diseases in humans and animals. Princeton University Press. 2008.
- [4] MARTCHEVA, Maia. An Introduction to Mathematical Epidemiology. Springer, volume 61. New York. 2015.

APLICAÇÃO DE UMA NOVA METODOLOGIA PARA ANÁLISE DO FORRAGEAMENTO DE CUPINS

Betânia Drosdrocky Gonçalves¹⁹ Lucas Rebouças²⁰ Laís Braga Silva²¹

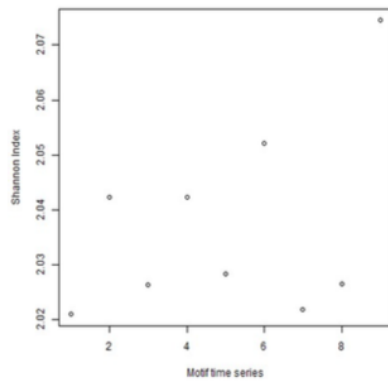
Resumo: É de conhecimento geral o fato de que compreender as características do comportamento animal tem grande importância para o desenvolvimento humano. A ecologia do movimento tem como foco explicar processos ecológicos correlacionando padrões de movimento (Nathan et al, 2008). O forrageamento biológico é um caso específico de pesquisa de processos estocásticos que busca por meio de análises de caminhadas entender questões relacionadas a padrões encontrados em fenômenos aleatórios. Diante desse desafio, é necessário buscar novas maneiras de interpretar o forrageamento, abrindo espaço para mais descobertas em um campo da ciência com altíssima relevância. Para o presente trabalho, nos baseamos em um modelo de análise inovador, publicado neste ano, que visa investigar o forrageamento biológico de forma objetiva e eficaz, como é detalhado no artigo de origem, “Analysis of temporal patterns in animal movement networks” (Pasquaretta et al, 2020). O método é testado para diferentes espécies de animais (abelhas, pássaros, corças e lobos), e consiste em representar a caminhada por meio de grades, onde a presença do forrageador em cada faixa de caminhada é sempre alocada em seu eixo, buscando identificar a partir do deslocamento na grade a persistência para determinados padrões difusivos. As dimensões da grade são adaptadas de acordo com nove quantis avaliados na caminhada. O algoritmo utiliza o método Dynamic Time Warping para selecionar a melhor proporção da grade a partir dos dados, e então o índice de diversidade Shannon para detalhar a série mais indicada para análise, visando verificar o modelo onde há maior variedade de padrões de deslocamento (motivos) presentes e maior equidade na proporção de motivos. Como integrantes do Laboratório de Física Biológica da UFSJ, coordenado pela prof. Dra Leticia Ribeiro de Paiva, com projetos de pesquisa em física do forrageamento e ênfase para análise do comportamento de cupins, resolvemos integrar uma nova espécie para esse método, aplicando o algoritmo proposto por Pasquaretta et al (2020) para cupins da espécie *Cornitermes cumulans* (Kollar). Por meio dessa perspectiva, é possível estudar de maneira ainda mais detalhada uma espécie que vem sendo pesquisada pelo grupo e conseguir agregar às pesquisas da área. Utilizamos o código R disponibilizado pelos autores do artigo citado para uso público [3] e as séries de dados de caminhadas de cupim em uma placa de 205 mm de Miramontes et al, 2014 [2]. Repetimos o procedimento com as quatro séries de dados disponíveis e com diferentes intervalos entre as localizações do forrageador. Após os experimentos, os valores escolhidos foram da série D, com intervalo de 3 segundos. Através da análise dos gráficos, após a exclusão dos quantis com tamanho de passo próximo de 0, percebemos que existem 9

¹⁹Universidade Federal de São João del-Rei, betaniadrosdrocky@gmail.com

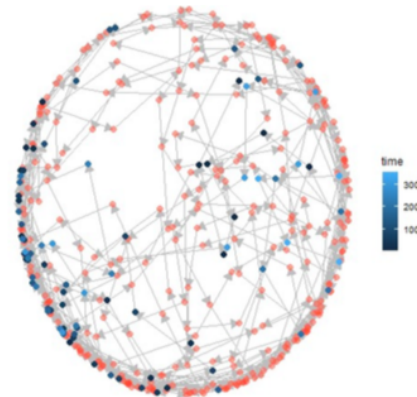
²⁰Universidade Federal de São João del-Rei, reboucaslucas00@gmail.com

²¹Campus Alto Paraopeba, Universidade Federal de São João del-Rei, laisbragasilva@gmail.com

quantis possíveis, representados na figura 1a. Podemos perceber também que o índice de Shannon selecionou a grade 9 como o tamanho ideal. O motivo predominante obtido para a caminhada do cupim foi o M3, que representa o movimento em apenas uma direção, com 3 nós, sem revisita. A mesma tendência foi observada nos animais analisados pelo artigo que nos baseamos. Os outros motivos presentes, são chamados de motivos complexos, bidimensionais. Percebemos, através da figura 1b, uma maior predominância dos motivos complexos (representados pelos pontos azuis) nas proximidades das paredes da placa. Também foi analisada a presença de loops, ou seja, pontos que tem o mesmo início e final. Nessa caminhada percebemos a presença de loops bem distribuídas na superfície da placa. Os resultados dos motivos bidimensionais na borda da placa está de acordo com o esperado, porque, por outros experimentos, sabemos que existe uma tendência maior dos cupins caminharem nas proximidades das paredes. Uma abordagem para futuras pesquisas seria aumentar a área de caminhada do cupim e observar o quanto isso afetaria nossos resultados.



(a) Quantis possíveis



(b) Motivos complexos e unidimensionais

Referências

- [1] Nathan, R.; Getz, W.M.; Revilla, E.; Holyoak, M.; Kadmon, R.; Saltz, D.; Smouse, P.E. A movement ecology paradigm for unifying organismal movement research. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 105(49):19052-19059, 2008.
- [2] Miramontes O.; De Souza O.; Paiva LR.; Marins A.; Orozco S. Lévy Flights and Self-Similar Exploratory Behaviour of Termite Workers: Beyond Model Fitting. *PLoS ONE* 9(10): e111183. doi:10.1371/journal.pone.0111183. 2014
- [3] Pasquaretta, C.; Dubois, T.; Gomez-Moracho, T. et al. Analysis of temporal patterns in animal movement networks. *Methods Ecol Evol.* ;00: 1–13. <https://doi.org/10.1111/2041-210X.13364>.2020.

INVARIÂNCIA POR TRANSFORMAÇÃO DE ESCALA

Denise Gomes de Castro ²²

Resumo: Uma estrutura invariante de escala pode ser definida como aquela que preserve sua forma mesmo quando observada em escalas diferentes. A invariância por transformação de escala é utilizada na resolução de muitos problemas, desde a análise da solução de problemas não lineares até o problema de renormalização na teoria quântica de campos, sendo um conceito importante na Física Moderna. Um exemplo de invariância de escala na geometria é um fractal. Os fractais apresentam simetrias invariantes à dilatação e contração de modo que sua rugosidade e fragmentação não tendem a anular uma a outra ou a oscilar, na realidade permanecem essencialmente iguais à medida que a figura é ampliada ou reduzida, ao menos numa escala de corte mínima ou máxima. Essas estruturas invariantes podem ser divididas em objetos auto-similares, quando podem ser reescaladas isotropicamente sob uma transformação de mudança no comprimento de escala, e auto-afins, quando os objetos aparecem imersos numa dimensão euclidiana superior, expressando propriedades anisotrópicas, e possuem projeção no espaço euclidiano inferior.

Referências

- [1] McComb, W.D. Renormalization Methods: A Guide For Beginners. Oxford University Press, USA, 2008.
- [2] Leonel, E. D. Invariância de escala em Sistemas Dinâmicos Não Lineares. São Paulo: Blucher, 2019. 476 p.
- [3] Mandelbrot, B. B. Fractals. Yale University, 1990.
- [4] Mandelbrot, B.B. The Fractal Geometry of Nature. W. H. Freeman and Company, New York, 1982.

²²Laboratório de Biosistemas, Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, denisegc@ufba.br

MCPtests: Um pacote R para procedimentos de comparações múltiplas

Diego Arthur Bispo Justino de Oliveira²³

Daniel Furtado Ferreira²⁴

Ben Dêivide de Oliveira Batista²⁵

Resumo: Com o avanço tecnológico e dos computadores, o auxílio da estatística passou a estar cada vez mais presente na ciência. Um dos fatores, foi a utilização de métodos estatísticos mais complexos para a solução de problemas mais diversos possíveis. Restrito ao desenvolvimento de softwares estatísticos, em 1995, Robert Gentleman e Ross Ihaka desenvolveram a primeira versão da linguagem R (R CORE TEAM, 2020) para desenvolvimento de problemas estatísticos e gráficos. O que foi mais inovador para a comunidade estatística foi uma linguagem de código livre e orientada a objetos. Outra vantagem é a versatilidade que essa linguagem tem com outras linguagens, como FORTRAN, Python, C, C++, Java, Julia, dentre outras. Isso proporcionou uma ampla e alta utilização do R para uso de análises estatísticas na comunidade científica. Contudo, uma de suas desvantagens para áreas aplicadas é o desenvolvimento das rotinas para análises de dados, que muitos usuários sentem dificuldade, uma vez, que exige um certo conhecimento sobre programação. Este trabalho tem como objetivo revisar alguns dos PCMs desenvolvidos até o momento na literatura e implementá-los no pacote MCPtests. O pacote terá uma interface gráfica para facilitar a acessibilidade e utilização. Ao se testar uma hipótese nula de igualdade de duas ou mais médias, duas decisões podem ser tomadas: (i) não rejeitar ou (ii) rejeitá-la. Considerando a segunda situação, fica uma outra indagação: quais médias diferem entre si? Vários pesquisadores, têm dado atenção a essa questão, propondo uma variedade de procedimentos de comparações múltiplas (PCMs), que identificam as diferenças existentes entre as médias. Várias metodologias de procedimentos estão inseridos no pacote MCPtests e o teste que será apresentado como exemplo é o teste Scott-Knott. A implementação desses testes, dentre outros, foram implementados no pacote usando a linguagem R. A linguagem R tem uma estrutura que denominamos de pacote. O pacote é um conjunto de funções programadas para resolver um determinado problema. Alguns pacotes para utilização de procedimentos de comparações múltiplas já existem, contudo, esses pacotes têm uma limitação do número de testes disponíveis, e ainda mais, não há alguma referência sobre as características de avaliação de desempenho de testes. Isso torna um ponto no escuro para o usuário, em achar que poderá utilizar qualquer PCM. Não se pode deixar de mencionar que existem alguns programas estatísticos de alto potencial de

²³Universidade Federal de São João del-Rei,
digo.arthur@hotmail.com

²⁴Universidade Federal de Lavras,
danielff@ufla.br

²⁵Professor orientador, Universidade Federal de São João del-Rei,
ben.deivide@ufsj.edu.br

análise de dados, tais como SAS, Statistica, Minitab, Sisvar, etc. Porém, esses programas são implementados em códigos fechados, isto é, o usuário não tem acesso a estrutura interna de programação. Dessa forma, problemas do tipo: rotinas programadas com base em teorias equivocadas, análise não implementadas, dentre outras, podem tornar uma limitação para utilização do software, pois não saberemos como as metodologias estão sendo implementadas. Com isso, implementamos o pacote MCPtests, em uma linguagem de código aberto (linguagem R), com uma versatilidade para o usuário com conhecimento na linguagem ou não. Para isso, também desenvolvemos uma interface gráfica para o usuário (IGU), usando a linguagem Tcl/Tk, por meio do pacote tcltk, da base do R. E para uma maior acessibilidade estamos trabalhando para uma versão Web da interface, proporcionando o uso em diferentes plataformas. Outras vantagens do pacote, estão nas entradas de dados, do qual apresentamos três formas, algo não apresentado nos outros pacotes bem como softwares. Por fim, as saídas gráficas dos resultados dos testes, bem como a exportação destes em diversos formatos, podem ser obtidos.

Referências

- [1] R CORE TEAM. R: A language and environment for statistical computing. Vienna, Austria, 2020. Disponível em: <https://www.R-project.org>
- [2] BATISTA, B. D. O.; FERREIRA, D. F.; OLIVEIRA, D. A. B. J. MCPtests: Multiple Comparisons Procedures. 2020. R package version 1.0. Disponível em: <https://CRAN.R-project.org/package=MCPtests>

Investigação Numérica da Difusão de Íons através de uma Membrana

Joice Xavier Lima²⁶Maurício Reis²⁷

Resumo: Uma das maiores contribuições da matemática para a ciência e para a tecnologia está no estudo e na formalização de equações diferenciais. Com elas, é possível uma formulação funcional de fenômenos naturais e alguns exemplos se destacam nessa área, como o caso das equações diferenciais parciais que modelam a difusão de calor ou de partículas num meio qualquer. Soluções analíticas para essas equações foram obtidas ao longo da história mediante o estabelecimento de técnicas, formalizações e correspondência com estruturas matemáticas fundamentais. Apesar disso, há uma grande variedade de fenômenos difusivos para os quais as técnicas para obtenção de soluções analíticas normalmente estudadas nos livros texto sobre o assunto não se aplicam ou sua obtenção não é simples. Em tais situações, pode ser proveitoso ou mesmo necessário fazer uma investigação numérica das soluções do problema, ainda que de forma preliminar.

No presente trabalho, será apresentada uma investigação numérica preliminar do problema de difusão de íons através de uma membrana. Essa investigação foi inicialmente motivada por trabalhos teóricos e experimentais sobre o assunto, onde são feitas adaptações e aproximações para obtenção da solução de estado estacionário, isto é, do comportamento temporal assintótico de equilíbrio da distribuição de íons ao longo de um meio unidimensional. Para além dessa motivação, pretende-se neste trabalho investigar a evolução temporal do sistema dinâmico correspondente a partir de diferentes distribuições iniciais de íons ao longo do meio unidimensional e considerando também o sistema não autônomo, em que um campo elétrico que varia no tempo pode ser aplicado ao meio difusivo.

Referências

- [1] Sistat P, Pourcelly G *Steady-state ion transport through homopolar ion-exchange membranes: an analytical solution of the Nernst-Planck equations for a 1:1 electrolyte under the electroneutrality assumption*. (1999) J Elec Chem 460:53?62
- [2] Oliveira, Adécio C.; Amado, Franco D. R.; Moura, Ruan C. A. *Steady state of ion transport inhomopolar ion-exchange membrane: a theoretical study*. (2015) J Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.

²⁶Aluno de graduação, Universidade Federal de São João del-Rei, lima.joicexavier@gmail.com

²⁷Professor orientador, Universidade Federal de São João del-Rei, mreis@ufsj.edu.br

ESTUDO DAS COREOGRAFIAS DIDÁTICAS PARA O AUXÍLIO À PRÁTICA DOCENTE NO ENSINO DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO SUPERIOR: MODALIDADE ONLINE.

José Geraldo dos Santos Barbosa²⁸

Querte Terezinha Conzi Mehlecke²⁹

Ben Dêivide de Oliveira Batista³⁰

Resumo: A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sugere que, no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, a escola precisa preparar o aluno para entender como a matemática é aplicada em diferentes contextos e situações. De acordo com a Base, a Matemática é considerada uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para embasar descobertas, afirmações e construções. E ainda, ela foca no que o aluno precisa desenvolver, para que o conhecimento matemático seja uma ferramenta para ler, compreender e transformar a realidade dentro e fora da escola. Nos dias atuais, mais especificamente, em 2020, em que o mundo todo foi afetado por uma pandemia e com isso, todos os setores da sociedade como infraestrutura, saúde, educação e/ou outras tiveram que repensar e alterar as suas rotinas e demandas. Especificamente, na educação, o ensino presencial foi totalmente afetado. Em Minas Gerais, o distanciamento se fez necessário, de acordo com o decreto 47.886, de 15 de março que estabelece medidas de prevenção ao contágio e de enfrentamento à pandemia e o decreto 47.891, do dia 20 de março que reconheceu o estado de calamidade pública. Já o Governo Federal lançou várias portarias e uma delas é a PORTARIA Nº 544, DE 16 DE JUNHO DE 2020 que dispõe sobre a substituição das aulas presenciais por aulas em meios digitais, enquanto durar a situação de pandemia do novo Corona vírus, o Covid-19. Essas portarias possibilitaram a continuidade das aulas, só que agora, em um novo formato, passando do presencial para a modalidade remota. Mas, fica a pergunta: Como ensinar matemática por meios das tecnologias digitais? A sociedade já se encontrava cada vez mais conectada e com tudo isso, é de extrema importância que os professores de todas as áreas, em especial os de matemática, repensem as práticas docentes. Esse novo repensar, tem como objetivo, contribuir para a construção de novos saberes para que o professor de matemática desenvolva novas competências e práticas pedagógicas mediadas pelas tecnologias digitais e práticas docentes inovadoras. A ideia conservadora de que o professor é o “detentor do conhecimento” e só ele tem o poder de transmitir aos alunos e estes estudantes, por sua vez, tinham a função básica de escutar, memorizar e reproduzir essas

²⁸Aluno de mestrado, Universidade Federal de São João del-Rei,
zegeraldomatematica@gmail.com

²⁹Co-Orientadora, Universidade Federal de São João del-Rei,

³⁰Professor orientador, Universidade Federal de São João del-Rei,
ben.deivide@ufsj.edu.br

informações recebidas, são ultrapassadas e o pior, tal metodologia desconsiderava toda e qualquer vivência de mundo desses alunos, o que comprometia seu potencial de desenvolvimento. Sabe-se, hoje, que há várias metodologias enriquecedoras para o processo de aprendizagem em sala de aula presencial e no momento, sala de aula virtual, nas quais o professor torna-se um mediador da experiência de construção do conhecimento. Inúmeras são as vantagens dessas novas configurações do modelo de ensino, que tornam a “sala de aula” atrativa e dinâmica, além de desenvolver alunos mais autônomos. Um desses modelos são as Coreografias Didáticas que é ideia principal desse trabalho e que tem como um dos seus objetivos fazer com que o aluno desenvolva a sua autonomia tornando-se um indivíduo proativo e criativo, capaz de resolver com mais facilidade os problemas, dentro e fora do contexto educacional, e aprende a ser crítico quanto ao que pensa e produz. Com o sentido de pertencimento e conhecimento do “novo”, buscamos novas soluções e adaptações com as aulas remotas. E para isso, foi feita uma nova reflexão que nos levou para uma questão problema: Como ensinar matemática remotamente com as coreografias didáticas? E para ajudar a responder esta questão, o objetivo geral desse trabalho é auxiliar os professores de matemática do ensino superior quanto ao uso da tecnologias digitais no ensino remoto com as coreografias didáticas. A ideia é pesquisar as plataformas de ensino a distância e pensando em soluções viáveis financeiramente ou até mesmo gratuitas, buscamos mecanismos para criação de instrumentos e materiais digitais, tais como uma apostila em PDF com links interativos, que possam auxiliar os alunos e professores. Neste sentido, como professor de matemática, vejo como uma oportunidade de contribuir para a construção de novas possibilidades em tempos de repensar a educação além dos espaços físicos. Para dar conta deste estudo, foi pesquisado sobre as coreografias didáticas na modalidade online tendo como pretensão, conhecer e discutir esse modelo didático inovador que poderá contribuir significativamente para a formação continuada dos professores, não somente da matemática, mas das diferentes áreas de conhecimento. Em virtude do que foi mencionado, acreditamos que este estudo intrigante pode beneficiar o professor e o aluno. Ambos poderão fazer uma releitura sobre as metodologias utilizadas em sala de aula e/ou em casa, nesse momento em que somos orientados a trabalhar e/ou estudar de forma remota. E o mais importante, é que talvez, futuramente, essa modalidade pode dar certo e o ensino ser reavaliado, readaptado, trazendo novas contribuições para a educação e fortalecendo o ato de ensinar e aprender. Isto é, ensinar e aprender com novas competências, as competências digitais.

Referências

- [1] Mehlecke, Q.T./Padilha, M.A. S. Inovações Pedagógicas e Coreografias Didáticas, 2019.
- [2] Silva, K.C da. Educação a distância no ensino superior, 2016.

RESULTADOS DAS AULAS DE MATEMÁTICA PREPARATÓRIAS PARA O ENEM PARA ALUNOS DA REDE PÚBLICA DE FRANCISCO BELTRÃO - PR

Marcos H. T. Mikoanski ³¹

Henrique G. Machado ³²

Camila N. B. Di Domenico ³³

Resumo: A educação básica, atualmente, apresenta-se com grandes deficiências, sendo que estas se refletem diretamente nos baixos índices no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), principalmente na matemática. Se comparados os resultados dos colégios públicos e privados, estas defasagens se tornam ainda mais expressivas, como exemplo o ano de 2017, em que a diferença na média da pontuação na prova de matemática foi de 90 pontos [1]. Neste cenário, horas a mais de estudo se tornam essenciais, por isso muitos alunos buscam os famosos “cursinhos preparatórios”, entretanto, os valores cobrados não atingem todas as classes sociais. Assim, o objetivo deste trabalho é apresentar os resultados obtidos com as aulas de matemática preparatórias à prova do ENEM (2019), ofertadas gratuitamente para alunos dos colégios públicos da cidade de Francisco Beltrão – PR, ministradas por alunos do curso de Engenharia Ambiental da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR-FB). Inicialmente, foi proposta a realização de um simulado no qual as questões eram do ENEM 2018 (caderno azul, questões 139 - 180). Na semana que antecede o ENEM foi reaplicado o mesmo simulado para analisar a evolução dos participantes.

A figura 1 apresenta os resultados dos simulados inicial e final:

³¹Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Câmpus Francisco Beltrão, mikoanski@alunos.utfpr.edu.br

³²Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Câmpus Francisco Beltrão, henriquemachado@alunos.utfpr.edu.br

³³Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Câmpus Francisco Beltrão, camiladomenico@utfpr.edu.br



Figura 1: Comparação entre os simulados realizados (Fonte: Dados dos autores, 2019)

A diferença das médias de acertos entre a aplicação do primeiro simulado para o segundo foi mais de 40% (20,7% e 61,6%). Posteriormente à realização do ENEM e dos processos para se ingressar no ensino superior, realizou-se um encontro com todos os participantes, para recolher informações sobre resultados do ENEM e vestibulares e de seus possíveis ingressos nas universidades. Neste encontro, observou-se que as notas em matemática no ENEM foram satisfatórias, sendo a média dos concluintes de 687,4, superando em mais de 160 pontos a média nacional que é de 523,1 [2]. A maior nota entre os participantes das aulas foi de 875,2, sendo que 4 participantes obtiveram notas em matemática acima dos 800 pontos. Com isso, 58% dos participantes das aulas no ano de 2019 ingressaram no ensino superior no ano de 2020.

Referências

- [1] Folha Uol. Matemática agrava abismo entre escolas públicas e privadas no Enem. Disponível em: <https://www1.folha.uol.com.br/educacao/2018/07/matematica-agrava-abismo-entre-escolas-publicas-e-privadas-no-enem.shtml> Acesso em: 27 maio. 2020.
- [2] Secretaria de Educação de São Paulo. Notas médias do ENEM 2019 caem em comparação ao ano anterior. Disponível em: <https://www.educacao.sp.gov.br/noticia/notas-medias-enem-2019-caem-em-comparacao-ao-ano-anterior>. Acesso em: 17 set. 2020

ESTIMATIVA DO NÚMERO DE ÁRVORES NECESSÁRIAS PARA COMPENSAÇÃO DE EMISSÃO DE DIÓXIDO DE CARBONO EM EVENTO

Marcos H. T. Mikoanski ³⁴

Henrique G. Machado ³⁵

Camila N. B. Di Domenico ³⁶

Denise A. Szymczak ³⁷

Resumo: O crescimento populacional e o desenvolvimento econômico intensificaram as emissões dos gases de efeito estufa (GEE) no meio ambiente. Em contrapartida, a ciência e a tecnologia têm mostrado caminhos para amenizar este impacto. O presente estudo teve como objetivo a quantificação de dióxido de carbono (CO₂) emitido pelas atividades da Expofeira Mulher 2019 realizada na cidade de Francisco Beltrão – PR, buscando estimar o número de árvores necessárias para plantio de forma a realizar a compensação destas emissões. O evento ocorreu entre os dias 03 a 07 de abril de 2019 e teve um público aproximado de 60 mil participantes, sendo uma feira de negócios muito importante para a economia da cidade e que movimenta a região sudoeste do Estado a cada dois anos. A metodologia para a quantificação do CO₂ emitida no evento foi adaptada do SENAI – Inventário de emissões de gases do efeito estufa [1]. Esse método usa como base o programa GHG Protocol. Este estudo buscou quantificar as emissões de CO₂ dos resíduos gerados pelo evento e que foram destinados ao aterro sanitário. Com a decomposição, esses resíduos emitiram o gás. As emissões produzidas pelos meios de transporte dos participantes até o local da feira também foi foco do estudo, já que a queima do combustível emite o gás. No local de realização do evento foi efetuada uma boa gestão de resíduos, com vários pontos de coleta espalhados em pontos estratégicos, separados em duas categorias: recicláveis e orgânicos. Os resíduos orgânicos e os considerados rejeitos contabilizaram 74,82% do resíduo total gerado pela feira. Durante os dias de evento foram gerados 1378,7kg de resíduos destinados ao aterro sanitário, ou seja, 0,023kg de resíduos por pessoa. Os resíduos enviados para o aterro contribuíram para a geração de 1,5474 t de CO₂, este valor poderia ter sido muito menor se houvesse um descarte correto dos resíduos, pois em muitos casos os participantes acabaram misturando os resíduos recicláveis com os orgânicos, ocasionando uma contaminação do material, e com isso será necessário o plantio de 9 mudas de árvores nativas para a compensação. Em relação ao transporte

³⁴Universidade Tecnológica Federal do Paraná,
mikoanski@alunos.utfpr.edu.br

³⁵Universidade Tecnológica Federal do Paraná,
henriquemachado@alunos.utfpr.edu.br

³⁶Universidade Tecnológica Federal do Paraná,
camiladomenico@utfpr.edu.br

³⁷Universidade Tecnológica Federal do Paraná,

considerando apenas os entrevistados (1065 entrevistados) foram contabilizados 94,04 t de CO₂, o que resulta na compensação com o plantio de 522 árvores. O total de CO₂ gerado pela Expofeira Mulher 2019 foi de 95,5874 toneladas, sendo que destas 1,5474 deuse pelos resíduos e 94,04 pelo deslocamento do público. A atividade com maior geração de CO₂ foi a de deslocamento dos frequentadores da feira, sendo que esta acarretou na geração de cerca de 98,4% do CO₂ total emitido no evento. Assim, seria necessário o plantio de 531 árvores para compensar o carbono gerado pela Expofeira Mulher, sendo 9 pela geração de resíduos e 522 pelo transporte, tendo por base apenas os dados coletados. Como foi proposta a extrapolação dos dados sobre o transporte, de forma que o número de mudas necessárias para o plantio ficasse mais condizente com o público presente no evento, utilizando informações do Sistema de Informação da Mobilidade Urbana da Associação Nacional do Transporte Público [2], o número de 522 árvores foi extrapolado para 7336. Para realizar a compensação ambiental do carbono emitido pela feira, será necessário o plantio de 7336 mudas de árvores para o deslocamento e 9 para os resíduos gerados, resultando em 7345 mudas, sendo que estas deverão ser nativas do estado do Paraná.

Referências

- [1] SENAI. Departamento Regional do Estado do Rio de Janeiro Cartilha inventário de emissões de gases de efeito estufa / [SENAI. Departamento Regional do Estado do Rio de Janeiro] . – Rio de Janeiro : [s.n], 2017. 64 p. : il., color. (Guia Empresarial do SENAI)
- [2] SIMOB/ANTP. Sistema de Informação da Mobilidade Urbana da Associação Nacional do Transporte Público. Relatório geral 2017. Jan. de 2020. Disponível em:<http://files.antp.org.br/simob/sistema-de-informacao-de-mobilidade-urbana-da-antp--2017.pdf>. Acesso em: 24 ago. de 2020.

MATEMÁTICA NA PRÁTICA: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA

Otávio Soares de Macedo ³⁸

Resumo: Sabendo que a trigonometria possibilita cálculo de distâncias de difícil acesso pretendemos, com a proposição desta atividade exploratória, mostrar que as aulas de matemática podem acontecer em contextos de aprendizagens mais práticos e investigativos. A partir do estudo teórico da trigonometria deflagrado em sala de aula, planejou-se um trabalho de campo na intenção de que os alunos pudessem atribuir sentido e significado ao conteúdo estudado, realizando a medição de objetos físicos do cotidiano, de difícil alcance, por meio do instrumento denominado teodolito. A atividade proposta privilegia o uso articulado dos pensamentos algébrico e geométrico, além de permitir efetiva integração das disciplinas escolares de matemática e física. Ela foi planejada para auxiliar o professor de Matemática e dar mais uma opção para atividades práticas em Matemática, voltadas à alunos do 9^o ano do ensino fundamental e 2^o ano do ensino médio. A atividade proposta necessita de grupos de três alunos, e orientação prévia do professor e a disponibilidade do roteiro de trabalho. De acordo com os PCNs + (2002), o Ensino Médio de escolarização tem o papel de levar o estudante a compreender procedimentos e estratégias matemáticas, que o permita desenvolver estudos posteriores; utilizar seus conhecimentos matemáticos em diversas situações; desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, utilizando-se destes para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos; saber expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas, dentre outros. Em consonância com essas orientações e baseado na literatura, verifica-se que os estudantes percebem que há um conexão entre a Matemática e suas vidas, embora não a reconheçam, como cita Ogliari (2008). Este projeto foi pensado a partir da constatação de que normalmente os alunos percebem pouco a relação da trigonometria no dia a dia, além de apresentarem dificuldades na aprendizagem deste tópico matemático, por demonstrarem pouca habilidade com a interpretação e a resolução de problemas matemáticos. Cury (2007) acredita que, se o aluno compreender conceitos e souber relacioná-lo com outros conhecimentos, ele estará raciocinando e desenvolvendo o conhecimento com mais facilidade. Este projeto deve ser desenvolvido em quatro etapas; executadas ora dentro da sala de aula, ora em espaços externos à escola. São elas: construção do círculo trigonométrico; confecção do teodolito; apresentação do roteiro para guiar a atividade de campo e elaboração do relatório final sobre o trabalho de campo realizado. Os efeitos pedagógicos oriundos da aplicação dessa atividade prática de matemática, não serão analisados neste trabalho, podendo ser objeto de investigação em pesquisas futuras.

³⁸Aluno de mestrado, Universidade Federal de São João del Rei, otavio.matematica2018@hotmail.com

Referências

- [1] BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. PCN + Ensino Médio: orientações educacionais aos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática. Brasília: MEC/SEF, 2002.
- [2] CORRÊA, Rosa Maria. Dificuldades no aprender: um outro modo de olhar. Campinas: Mercado das Letras, 2001. Y CURY, Helena Noronha. Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.
- [3] OGLIARI, L. N. A Matemática no Cotidiano e na Sociedade: perspectivas do aluno do ensino médio. 2008. 146 f. Dissertação de Mestrado. – Mestrado em Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

UMA INTRODUÇÃO AOS CÓDIGOS BCH

Pedro Leonardo Pinto de Souza ³⁹

Edney Augusto Jesus de Oliveira ⁴⁰

Vinícius Vivaldino Pires de Almeida ⁴¹

Resumo: Nesse trabalho introduziremos os códigos corretores de erros e abordaremos a classe desses códigos que é mais utilizada na prática: os códigos lineares. Além disso, apresentaremos os códigos cíclicos e BCH, sendo este último uma subclasse dos códigos cíclicos. Veremos que os códigos cíclicos são uma classe específica de códigos lineares e, por consequência, os códigos BCH também são. Nosso objetivo é apresentarmos esses códigos através de um ponto de vista matemático, evidenciando a estrutura sobre a qual cada um deles é construído, bem como algumas semelhanças e diferenças entre eles.

Os códigos corretores de erros são códigos criados para garantir a integridade de uma informação, que ao ser transmitida por um canal de comunicação imperfeito, como o telefone, canais via rádio, wi-fi, entre outros, pode chegar danificada ao destinatário. Esses códigos buscam detectar e, se possível, corrigir eventuais erros que possam ter ocorrido durante a transmissão de uma mensagem, através de um processo denominado decodificação. Tal processo é baseado em três parâmetros principais, o comprimento das palavras de um código, a quantidade de palavras e a distância mínima entre essas palavras, sendo a determinação deste último um dos grandes desafios na construção de um código corretor de erros.

Denotando por K um corpo finito com q elementos, e K^n o espaço vetorial n -dimensional sobre K , definimos um código linear da seguinte maneira:

Definição 1 *Um código $\mathcal{C} \subset \mathbb{K}^n$ é chamado de código linear se \mathcal{C} for um subespaço vetorial de \mathbb{K}^n .*

A partir da definição de códigos lineares, vemos que eles possuem a estrutura de um espaço vetorial, o que possibilita descrevermos um código linear \mathcal{C} ou como imagem, ou como núcleo de uma transformação linear $T : K^k \rightarrow K^n$, em que k é a dimensão do código linear \mathcal{C} . Além disso, obtemos que a matriz da transformação T com relação a uma base β de \mathcal{C} é uma matriz geradora do código linear \mathcal{C} e através dela determinamos uma outra matriz H , a qual chamamos de matriz teste de paridade, geradora do complemento ortogonal de \mathcal{C} , \mathcal{C}^\perp , que também é um código linear. A partir desses conceitos obtemos um resultado que possibilita determinarmos de maneira eficiente a distância mínima de um código linear e, conseqüentemente, estabelecermos um algoritmo de decodificação.

³⁹Universidade Federal de Ouro Preto,
pedro.leonardo@aluno.ufop.edu.br

⁴⁰Universidade Federal de Ouro Preto,
edney@ufop.edu.br

⁴¹Universidade Federal de Ouro Preto,
viniciusalmeida@ufop.edu.br

Por serem uma classe de códigos lineares, os códigos cíclicos também possuem estrutura de subespaço vetorial. Com isso, definimos os códigos cíclicos da seguinte maneira:

Definição 2 *Seja K um corpo e K^n um espaço vetorial sobre K . Dizemos que o subespaço vetorial $\mathcal{C} \subset K^n$ é um código cíclico quando para todo $\mathbf{c} = (c_0, \dots, c_{n-1}) \in \mathcal{C}$ temos $(c_{n-1}, c_0, \dots, c_{n-2}) \in \mathcal{C}$*

Por outro lado, podemos enxergar os códigos cíclicos como o ideal $I([g(X)])$ do anel quociente $R_n = K[X]/I(X^n - 1)$, em que $I([g(X)])$ e $I(X^n - 1)$ são os ideais gerados, respectivamente, pela classe do polinômio $g(X) \in K[X]$, divisor de $X^n - 1$, e pelo polinômio $X^n - 1 \in K[X]$. Vemos que esse ideal é principal e que através do seu polinômio gerador, estabeleceremos de maneira mais simples que os códigos lineares em geral, do ponto de vista matemático, a matriz geradora e matriz teste de paridade de um código cíclico. No entanto, não há uma maneira prática de encontrar sua distância mínima, o que torna a quantidade de cálculos realizados no algoritmo da decodificação muito maior quando aplicado aos códigos cíclicos. Por essa razão, estudamos os códigos BCH, pois eles nos fornecem uma maneira prática de estimarmos sua distância mínima por meio de uma cota.

Os códigos BCH, por se tratarem de um código cíclico particular, também são vistos como o ideal $I([g(X)])$ de R_n , com $g(X) = \text{mmc}(m_{\gamma^a}(X), \dots, m_{\gamma^{a+\delta-2}}(X))$, em que γ é uma raiz n -ésima primitiva da unidade e $m_{\gamma^a}(X), \dots, m_{\gamma^{a+\delta-2}}(X)$ são os polinômios minimais de $\gamma^a, \dots, \gamma^{a+\delta-2}$ tal que $a \geq 0$ e $0 \leq \delta \leq n$. Consequentemente, o polinômio gerador $g(X)$ é um polinômio minimal de raízes n -ésimas da unidade. Essa restrição nos permite estabelecer uma cota para a distância mínima de um código BCH. Deste modo, conseguimos aplicar o algoritmo da decodificação para códigos lineares com uma quantidade consideravelmente menor de cálculos do que para os códigos cíclicos e, mais ainda, diferentemente dos códigos lineares em geral, é possível construir códigos BCH capazes de corrigir múltiplos erros.

Referências

- [1] BERLEKAMP, E. *Algebraic coding theory, revised edition*. Singapore: World Scientific, 2015.
- [2] HEFEZ, A. *Curso de álgebra, volume 1*. 3. ed. Rio de Janeiro/RJ: Impa, 2002. (Coleção Matemática Universitária).
- [3] HEFEZ, A.; VILLELA, M. L. T. *Códigos corretores de erros*. 2. ed. Rio de Janeiro/RJ: IMPA, 2008.

Modelagem Matemática de Sistemas Epidemiológicos: Um Modelo SEIR para o Sarampo

Rafael Gustavo Alves⁴²

Monique Rafaella Anunciação de Oliveira⁴³

Resumo: Estudos epidemiológicos investigam a transmissão de uma doença e de seus agentes causadores. A partir desses estudos, podemos formular modelos matemáticos capazes de descrever a dinâmica dessa transmissão e analisá-la qualitativa e quantitativamente, fornecendo parâmetros de suporte e auxílio no planejamento e implementação de ações de controle. Nesse trabalho falaremos sobre um modelo SEIR para o Sarampo, uma doença infecciosa altamente contagiosa, causada por um vírus do gênero *Morbillivirus* da família *Paramyxoviridae*, cuja infecção é transmitida de pessoa a pessoa por via respiratória, pode ter agravamentos com risco de morte e, recentemente, eclodiu em surtos em todas as regiões do país.

Para descrever o modelo de equações, a população é dividida em quatro classes: suscetíveis (S), expostos (E), infectados (I) e recuperados (R). No modelo SEIR, um indivíduo suscetível que entra em contato com outro infectado tem uma chance de contrair a doença e, nesse caso, durante o período de latência da doença, esse indivíduo é chamado de exposto. Após esse indivíduo desenvolver os sintomas, ele passa a ser considerado infectado e, com isso, pode se recuperar ou vir a óbito. Dessa forma, esse trabalho visa conceituar, descrever e representar o comportamento dinâmico das quatro classes de população na forma de um modelo epidemiológico para o Sarampo e analisar quantitativamente esse comportamento. Mais detalhes podem ser encontrados em [1], [2], [3], [4], [5].

Referências

- [1] ALLEN, Linda JS et al. *Mathematical epidemiology*. Berlin: Springer, 2008.
- [2] GOLDANI, Luciano Z. Measles outbreak in Brazil, 2018. *Brazilian Journal of Infectious Diseases*, v. 22, n. 5, p. 359-359, 2018.
- [3] MOMOH, A. A. et al. Mathematical model for control of measles epidemiology. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, v. 87, n. 5, p. 707-717, 2013.

⁴²Universidade Federal de Ouro Preto,
rafael.gustavo@aluno.ufop.edu.br

⁴³Professora orientadora, Universidade Federal de Ouro Preto,
monique@ufop.edu.br

- [4] TESSA, Ousmane Moussa. Mathematical model for control of measles by vaccination. In: *Proceedings of Mali Symposium on Applied Sciences*. 2006. p. 31-36.
- [5] VAN DEN DRIESSCHE, Pauline; WATMOUGH, James. Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission. *Mathematical biosciences*, v. 180, n. 1-2, p. 29-48, 2002.

Rafael Gustavo Alves; Monique Rafaella Anunciação de Oliveira

FLUIDODINÂMICA COMPUTACIONAL APLICADA NA OTIMIZAÇÃO DE EQUIPAMENTOS EM ESTAÇÕES DE TRATAMENTO DE ÁGUA USANDO O SOFTWARE LIVRE OPENFOAM

Sarah Lorena Marinho⁴⁴

Jonas Laerte Ansoni⁴⁵

Evelise Roman Corbalan Gois Freire⁴⁶

Resumo: É de conhecimento que há registros desde de 2000 a. C. sobre tratamento de água, isso prova o quão é importante consumir água potável. Os benefícios de tratar a água vão além de somente retirar impurezas. É importante também para prevenir doenças, remover contaminantes e proporcionar uma cor aparente adequada. O local onde ocorre a purificação da água é conhecido com ETA (Estação de Tratamento de Água), e processo é dividido, resumidamente em quatro etapas: coagulação, floculação, decantação e filtração. O decantador é um equipamento que faz parte do processo de tratamento de água, que possui os mais variados formatos, de acordo com o efluente, que possui o intuito de separar a sedimentação da solução líquida por meio da gravidade. O presente projeto teve como objetivo simular o escoamento confinado no decantador em formato convencional de fluxo horizontal, analisando as linhas de corrente e ocorrências de zonas mortas no escoamento. A análise ajuda a controlar o aparecimento de zonas mortas, contribuindo para o processo de sedimentação do decantador. Conforme vários estudos já realizados, o CFD (Computational Fluid Dynamics) tem sido um caminho excepcional a ser seguido para a otimização do decantador. O processo de simulação é dividido em três etapas: Pré-Processamento, Processamento e Pós-Processamento. Na etapa de pré-processamento são definidas as características da geometria do decantador, criação da geometria através do software FreeCAD, geração de malha não estruturada obtida com o software Gmsh, além das condições de contorno que regem o problema. Na etapa de processamento são definidos os modelos numéricos envolvidos no processo de escoamento confinado disponíveis no OpenFOAM, software onde é realizada as simulações, as adaptações e simplificações necessárias. A terceira e última etapa, o Pós-processamento consiste em avaliar as soluções obtidas, correção de erros e análise de dados. Após ser concluída a terceira etapa, foi possível analisar as linhas de corrente, onde nota-se velocidade variando somente na entrada e saída do decantador, possibilitando a identificação de formação de caminhos preferenciais do fluido.

⁴⁴Universidade Federal de Lavras,
sarah.marinho@estudate.ufla.br

⁴⁵Universidade Federal de Lavras,
jonas.laerte@ufla.br

⁴⁶Universidade Federal de Lavras,
evelise.freire@ufla.br

Referências

- [1] AHERN, D. Study and improvement of the performance of na industrial settling tank using CFD models in OpenFOAM. Universidade Politécnica de Valência. Espanha: July, 2017.
- [2] GREENSHIELDS, Christopher J. OpenFOAM User Guide – Version 7. July, 2019.
- [3] MEDINA, V. M. E., LAURENT, J. Incorporation of a compression term in a CFD model based on the mixture approach to simulate activated sludge sedimentation. Applied Mathematical Modelling. France: August, 2019.
- [4] Milinkumar T. S., et al. A novel settling tank for produced water treatment: CFD simulations and PIV experiments. Journal of Petroleum Science and Engineering Austrália: August, 2019.
- [5] ROBESCU, L. D. MANEA, E. E. Using CFD Techniques in Teaching Rectangular Settling Tank Hydrodynamics. De Gruyter Open. Romania: November, 2015.