RELACIONANDO INVARIANTES DE GERMES DE FUNÇÕES E DE APLICAÇÕES

Daiane Alice Henrique Ament [8]

Resumo: Em Teoria de Singularidades é comum associar invariantes a germes de variedades, de funções e de aplicações que reflitam as propriedades de tais germes. Dados invariantes definidos para um mesmo germe a pergunta natural é: qual a relação entre eles?

Dentre os invariantes dessa teoria destaca-se o número de Milnor, tratado por muitos autores e que foi definido para diversos germes de variedades singulares e de funções com singularidade isolada. No caso de germes de funções sobre uma singularidade determinantal isolada, o número de Milnor determinantal foi definido por Nuño-Ballesteros, Oréfice-Okamoto e Tomazella em [9]. Para germes de funções sobre um germe de variedade analítica complexa, um invariante que pode-se considerar é a obstrução de Euler de uma função, definida por Brasselet, Massey, Parameswaran e Seade em [4].

O objetivo deste trabalho é apresentar a relação entre o número de Milnor determinantal e a obstrução de Euler de uma função, para germes de funções analíticas $f : (X, 0) \to (\mathbb{C}, 0)$ com singularidade isolada, onde $(X, 0)$ é uma singularidade determinantal isolada. Esta relação pode ser vista em [1].

Para o caso de germes de aplicações $f : (\mathbb{C}^n, 0) \to (\mathbb{C}^{n+1}, 0)$ (com $(n, n+1)$ nas boas dimensões de Mather) associa-se dois invariantes: a A_e-codimensão definida e abordada nos artigos de Mather (ver [11]) e o número de Milnor da imagem definido por Mond em [6] e Siersma em [10]. Mond em [7] considera o caso $n = 1$ e demonstra que existe uma desigualdade entre a A_e-codimensão e o número de Milnor da imagem, o caso $n = 2$ foi abordado por De Jong e Van Straten em [5] e por Mond em [6], os quais também obtiveram uma desigualdade entre estes dois invariantes. Para $n \geq 3$, essa desigualdade é um problema em aberto, conhecida como a Conjectura de Mond.

Para germes de aplicações $f : (X, 0) \to (\mathbb{C}^2, 0)$, com $(X, 0) \subset (\mathbb{C}^n, 0)$ uma interseção completa com singularidade isolada de dimensão 1, pode-se associar dois invariantes: a A_e-codimensão definida por Mond e Montaldi em [8] e o número de Milnor da imagem definido em [2] para $n = 2$ e em [3] para n um natural qualquer. Outro objetivo deste trabalho é apresentar a relação dada em [2] entre estes dois invariantes, ou seja, a desigualdade proposta pela Conjectura de Mond no caso de germes de aplicações entre curvas planas. E, no caso em que n é um natural qualquer, apresentar a igualdade entre estes dois invariantes dada em [3] para o caso de germes de aplicações entre curvas irredutíveis quase homogêneas.

[8]Universidade Federal de Lavras,
daiane.ament@ufla.br

Referências

[1] Ament, D. A. H.; Nuño-Ballesteros, J. J.; Oréfice-Okamoto, B.; Tomazella, J. N. The Euler obstruction of a function on a determinantal variety and on a curve, *Bulletin of the Brazilian Mathematical Society, New Series*, **47**, 955-970, 2016.

[2] Ament, D. A. H.; Nuño-Ballesteros, J. J. Mond's conjecture for maps between curves, *Mathematische Nachrichten*, **290**, 2845-2857, 2017.

[3] Ament, D. A. H.; Nuño-Ballesteros, J. J.; Tomazella, J. N. Image Milnor number and A_e-codimension for maps between weighted homogeneous irreducible curves, *Advances in Geometry*, **20** (3): 319-330, 2020.

[4] Brasselet, J.-P.; Massey, D.; Parameswaran, A. J.; Seade. J. Euler obstruction and defects of functions on singular varieties, *J. London Math. Soc. (2)*, **70**(1): 59-76, 2004.

[5] de Jong, T.; van Straten, D. Disentanglements, *Lecture Notes in Math.*, **1462**, 199-211, 1991.

[6] Mond, D. Vanishing cycles for analytic maps, *Lecture Notes in Math.*, **1462**, 221-234, 1991.

[7] Mond, D. Looking at bent wires A_e-codimension and the vanishing topology of parametrized curve singularities, *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, **117** (2): 213-222, 1995.

[8] Mond, D.; Montaldi, J. Deformations of maps on complete intersections, Damon's $\mathcal{K}_V$-equivalence and bifurcations, *London Mathematical Society Lecture Note*, **201**, 263-284, 1994.

[9] Nuño-Ballesteros, J. J.; Oréfice-Okamoto, B.; Tomazella, J. N. , The vanishing Euler characteristic of an isolated determinantal singularity, *Israel J. Math.*, **197** (1): 475-495, 2013.

[10] Siersma, D. Vanishing cycles and special fibres, *Lecture Notes in Math.*, **1462**, 292-301, 1991.

[11] Wall, C. T. C. Finite determinacy of smooth map-germs. *Bull. London Math. Soc.*, **13**(6): 481-539, 1981.