APROXIMAÇÃO POLINOMIAL E ALGUNS MÉTODOS PARA ENCONTRAR RAÍZES DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS

Larissa Aparecida Leite da Silva [24]
Gilcélia Regiane de Souza[25]

Resumo: Diante da importância das equações algébricas na compreensão de fenômenos e no desenvolvimento da humanidade, tem-se como objetivo estudar técnicas afim de solucionar essas equações. De acordo o Teorema Fundamental da Álgebra, provado por Gauss em 1799, toda equação polinomial com coeficientes complexos de grau n possui n raízes em $\mathbb{C}$. Este teorema pode ser visto em [2]. Para equações do segundo ao quarto grau, o cálculo dessas raízes pode ser realizado de maneira analítica e eficiente por meio de fórmulas clássicas como a de Bhaskara, para equações do segundo grau que são da forma $ax^2 + bx + c = 0$, de Tartaglia para equações do terceiro grau, sendo do tipo $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ e de Ferrari para equações do quarto grau, tendo como forma geral $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$. Tais fórmulas foram deduzidas e acompanhadas de exemplos em [4].

Entretanto, conforme já provado por Évariste Galois, não é possível encontrar de forma análoga, fórmulas resolutivas para equações completas de grau superior a quatro. Deste modo, se fez necessário recorrer ao cálculo numérico para a obtenção de raízes aproximadas independente do grau da equação fornecida. Nesta vertente, são destacados os métodos da Bisseção e de Newton, dois importantes métodos numéricos que consistem em um algoritmo formado por finitas operações para se aproximar, tanto quanto se queira, da raiz da equação dada. O primeiro se trata de um método bastante intuitivo, no qual um intervalo $[a, b]$, em que a função seja contínua e contenha uma raiz da equação obtida a partir da função, é submetido a sucessivas divisões $\frac{[a,b]}{2}$, fornecendo intervalos menores que ainda contenham a raiz. Quanto ao método de Newton, este envolve cálculos sucessivos, partindo da equação da reta tangente de um ponto inicial escolhido. Apesar de apresentar maior eficiência quando comparado ao Método da Bisseção, sua aplicabilidade é restrita à funções diferenciáveis. Ambos os métodos são detalhados em [1].

No presente trabalho aborda-se, também, a aproximação de funções por polinômios, legitimada pelo Teorema de Weierstrass que alega que para qualquer função definida e contínua em um intervalo fechado e limitado, há um polinômio que está tão próximo quanto se queira da função dada, conforme enuncia [3]. Esta aproximação se torna interessante devido a simplicidade que os polinômios apresentam, facilitando assim o estudo do comportamento de uma função em um determinado intervalo numérico. A aproximação se

[24]Aluna de graduação, Universidade Federal de São João del-Rei, larissaleitesil@aluno.ufsj.edu.br

[25]Professora orientadora, Universidade Federal de São João del-Rei, gilcelia@ufsj.edu.br

baseia na construção de um polinômio da forma $p(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \ldots + a_n$ a partir de pontos $(x_i, f(x_i))$ conhecidos de uma função $f(x)$ com o índice i variando de 0 a *máximo de pontos discretos*. Este processo pode ser realizado de diversas formas, pode-se destacar a interpolação por meio dos polinômios de Chebyshev, uma vez que permitem uma boa aproximação, distribuindo os erros de forma mais uniforme quando comparados aos outros tipos.

Referências

[1] Burden, R.E Faires, J., *Análise Numérica* São Paulo: Cengage Learning, 2008.

[2] Garbi, G.G; *O Romance das Equações Algébricas*, A História da Álgebra, Makron Ed., 1997.

[3] Lima, Elon Lages; *Curso de Análise* Volume 1, 10.ed, Coleção Euclides, Associação Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2001.

[4] Nascimento, Demilson Antônio do; *Métodos Numéricos para Encontrar Raízes Exatas e Aproximadas de Funções Polinomiais até o* 4^o *Grau*, (dissertação de Mestrado), Universidade Federal da Paraíba, 2015.