

Corpo dos Números p -ádicos - Uma Construção

Gustavo Dutra Sousa ⁶

Resumo: Motivado por problemas de Teoria de Números, os números p -ádicos (onde p representa um número primo qualquer) foram introduzidos pelo matemático alemão Kurt Hensel por volta de 1900, se tornando uma importante ferramenta para pesquisadores da área. A principal motivação por trás do estudo destes números foi a resolução de congruências módulo potências de p , como por exemplo, a equação $x^2 + 1 \equiv 0 \pmod{5^n}$, onde consideramos $p = 5$ e $n \in \{1, 2, \dots\}$.

Por outro lado, é conhecido que o corpo dos reais, \mathbb{R} , é obtido através do completamento de \mathbb{Q} munido do valor absoluto real e da métrica induzida pelo mesmo. Entretanto, dado um valor absoluto qualquer definido em \mathbb{Q} , o teorema de Ostrowski nos afirma que ele é equivalente ou ao valor absoluto real ou a algum valor absoluto p -ádico.

No início deste trabalho abordaremos valores absolutos de um modo geral. Em seguida, nos concentraremos no valor absoluto p -ádico e suas propriedades. Finalmente, através de um processo análogo à construção de \mathbb{R} , porém, partindo do valor absoluto p -ádico atingiremos nosso objetivo principal, a construção do corpo dos números p -ádicos, denotado por \mathbb{Q}_p .

Assim, podemos reinterpretar o teorema de Ostrowski da seguinte forma: qualquer completamento dos números racionais resulta ou em um corpo isomorfo à \mathbb{R} ou à \mathbb{Q}_p .

Referências

- [1] AMICE, Y. *Les nombres p -adiques*. Presses Universitaires de France, 1975.
- [2] DINAMÉRICO, P. *Uma Introdução aos Corpos Valorizados*. UFRJ, 2012.
- [3] GOUVÊA, F. Q. *Primeiros Passos p -ádicos*. IMPA, 1989.

⁶Universidade Federal de Juiz de Fora,
gustavodutrasousa@ice.ufjf.br