

# APLICAÇÕES ALGÉBRICO-GEOMÉTRICAS DA TEORIA DE BASES DE GRÖBNER

João Philipe Spinelli Morais <sup>7</sup>

**Resumo:** É comum que o contato dos alunos de graduação com a Álgebra seja bastante abstrato e teórico. Para muitos, pode ser surpreendente o fato de conceitos dessa área de pesquisa da Matemática terem aplicações práticas em outras áreas e em problemas mais cotidianos. Em particular, o conceito de ideias gerados por polinômios definidos em anéis de várias variáveis traz consigo aplicações diversas: desde a resolução de sistemas polinomiais em várias variáveis até a demonstração de teoremas de Geometria, passando, ainda, pela coloração de grafos. Os resultados desenvolvidos por Bruno Buchberger em sua tese de doutorado nos anos 1960 originaram o conceito de Bases de Gröbner (em homenagem a seu orientador Wolfgang Gröbner) e fornecem um algoritmo eficaz para o cálculo das mesmas: o Algoritmo de Buchberger. Serão apresentados alguns resultados algébricos que servem como estrutura inicial para o desenvolvimento da Teoria de Bases de Gröbner, bem como a ideia principal desta teoria: é possível determinar se um polinômio está ou não em um ideal de polinômios em várias variáveis conhecendo a Base de Gröbner desse ideal. Contudo, encontrar uma base de geradores destes ideais nem sempre é uma tarefa simples ou imediata. Neste trabalho mostraremos uma forma computacionalmente simples de obter tais bases. O objetivo dessa apresentação, enfim, é mostrar aplicações das Bases de Gröbner em grafos, resolução de sistema lineares, jogos e Geometria Plana. Com isso, desejamos despertar o interesse dos leitores para a teoria desenvolvida por Bruno Buchberger e inspirar novas aplicações dessa ferramenta algébrica poderosa.

## Referências

- [1] Janesch, O. R.; Taneja, I. J. *Álgebra I*, Florianópolis, 2011.
- [2] Atiyah, M. F.; Macdonald, I. G. *Introduction to Commutative Algebra*, Londres, 1969.
- [3] Coutinho, S. C. *Polinômios e Computação Algébrica*, Rio de Janeiro, 2012.
- [4] Gonçalves, A. *Introdução à Álgebra*, Rio de Janeiro, 2017.
- [5] Hernandez, M. E. *Publicações Matemáticas: Um primeiro contato com Bases de Gröbner*, Rio de Janeiro, 2011.
- [6] Oliveira, O. R. B. *The Fundamental Theorem of Algebra: An Elementary and Direct Proof. The Mathematical Intelligencer*, Nova York, v. 33, n. 2, p. 1-2, 2011.

<sup>7</sup>Universidade Federal de Juiz de Fora,  
jpspinellim@gmail.com