

MÉTODO DE WU: CONVERGÊNCIA QUADRÁTICA SEM O USO DE DERIVADAS

Thais Ester Gonçalves¹⁷

Eder Marinho Martins¹⁸

Geraldo César Gonçalves Ferreira¹⁹

Resumo: Problemas que envolvem a busca de raízes de equações são recorrentes e, apesar de haver algumas equações nas quais conseguimos obter suas raízes facilmente (como as polinomiais de grau 1 ou 2), no geral não temos fórmulas fechadas para determinar uma raiz de uma equação qualquer, sendo necessário utilizar métodos que aproximam essas raízes.

Na literatura, há vários métodos conhecidos para encontrar a solução de uma equação não linear, tais como os da bisseção, de ponto fixo, de Newton e da secante. Dentre os citados, o método de Newton é o mais rápido (com convergência quadrática) e possui fórmula de iteração dada por

$$p_{n+1} = p_n - \frac{f(p_n)}{f'(p_n)}. \quad (2)$$

Observe que esse método exige o cálculo da derivada da função envolvida. No entanto, é de interesse da literatura obter métodos com boa convergência que não utilizem a derivada.

Os outros métodos citados anteriormente não necessitam do cálculo de derivada, mas possuem taxa de convergência mais lenta. Os métodos da bisseção e ponto fixo convergem linearmente e o da secante possui taxa dada pelo número de ouro (Veja [2] e [3]).

Neste trabalho, apresentamos um método numérico para obtenção de uma raiz de equações não lineares que não utiliza a derivada da função envolvida e possui taxa de convergência quadrática. Esse método foi proposto por Wu e Wu em [1] e possui fórmula de iteração dada por

$$p_{n+1} = p_n - \frac{f^2(p_n)}{\mu f^2(p_n) + f(p_n + f(p_n)) - f(p_n)}, \quad (3)$$

sendo $n = 0, 1, 2, \dots$ e μ um número real qualquer, porém fixado.

Assim, nosso objetivo é apresentar, detalhar e demonstrar a convergência do método cuja fórmula de iteração é dada por (3), além de implementá-lo em Python (cuja referência é [4]), realizando testes numéricos a fim de compará-lo com o clássico método de Newton, cuja fórmula de iteração é dada por (2).

¹⁷Universidade Federal de Ouro Preto,
thais.ester@aluno.ufop.edu.br

¹⁸Universidade Federal de Ouro Preto,
eder@ufop.edu.br

¹⁹Universidade Federal de Ouro Preto,
geraldocesar@ufop.edu.br

Referências

- [1] X. Wu e H. Wu, *On a class of quadratic convergence iteration formulae without derivatives*, Applied Mathematics and Computation, v. 107, n. 2-3, p. 77-80, 2000.
- [2] R. L. Burden e J. D. Faires. *Análise numérica*. Cengage Learning, 2008.
- [3] UFRGS, *Cálculo Numérico*, REAMAT. Disponível em: <https://www.ufrgs.br/reatmat/CalculoNumerico/livro-py/sdeduv.html>. Acesso em: 23 de outubro de 2022.
- [4] E. Santos, *Introdução à Programação Numérica em Python*, Ciência Moderna, 2020.