COMPRESSÃO DE IMAGENS VIA MEDIDA DE ENERGIA

Walter César S. Pires [25]
Daniel M. Barbosa [26]
Lucy T. Takahashi[27]

Resumo: A contínua e crescente capacidade de armazenamento de dados, como os gerados através de compras pela internet, mensagens, pesquisas na internet, etc; deu lugar em tecnologia de informação, ao que chamamos de Big Data. Saber extrair informações desses dados é um desafio. Fenômenos biológicos com dinâmicas não lineares têm contribuído para a formação dessa massa complexa de dados, que não está baseada em um modelo matemático pré-definido. Mas, então como tirar alguma informação dessa massa de dados? Uma forma de tratá-la é por meio da Decomposição em Valores Singulares (SVD), com a qual extraímos informações (do fenômeno biológico) mais relevantes (algumas característica da dinâmica), de acordo com uma medida de energia pré-estabelecida.

Seja $M \in \mathbb{R}^{m\times n}$ uma matriz, massa de dados reais, com posto r. A SVD de M é dada por $U\Sigma V^t$, onde as colunas das matrizes ortogonais $U_{m\times m} = [u_1, \cdots, u_m]$ e $V_{n\times n} = [v_1, \cdots, v_n]$, são os autovetores de MM^t e M^tM, respectivamente; e a matriz $\Sigma_{m\times n} = (\sigma_{ij})$ é uma matriz nula com exceção das r primeiras entradas σ_{ij}, $i = j$, que são ordenadas de forma decrescente, como segue $\sigma_{11} \geq \cdots \geq \sigma_{rr} > 0$. As entradas não nulas de Σ são denominadas os valores singulares de M e são obtidas efetuando as raízes quadradas dos autovalores não nulos de MM^t, ou M^tM [1] [2].

Sendo a diagonal da matriz Σ ordenada, os dados mais relevantes encontram-se nas primeiras colunas e linhas das matrizes U e V^t, respectivamente. A soma dos valores singulares corresponde a energia total, E_T (100%), associada a matriz M. Ao escolhermos uma fração de energia, E, $0 \leq E \leq 1$, a ser considerada da matriz M, determinamos os k primeiros valores singulares associados a esta energia.

Daí, escolhida uma fração de energia determinamos a quantidade k de valores singulares correspondente, e construímos com as k primeiras colunas das matrizes U e V, novas matrizes $U_{(k)} \in \mathbb{R}^{m\times k}$ e $V^t_{(k)} \in \mathbb{R}^{k\times n}$ e consideramos $\Sigma_{(k)} \in \mathbb{R}^{k\times k}$ contendo somente na diagonal os k primeiros valores singulares. E, assim, realizamos uma compressão na matriz M, definindo a matriz comprimida, $M_{(k)} \in \mathbb{R}^{m\times n}$, da seguinte forma:

$$M_{(k)} = U_{(k)}\Sigma_{(k)}V^t_{(k)}.$$

Neste trabalho, consideramos uma matriz A, cujas entradas são pixels, logo A representa uma imagem colorida. Segundo a teoria de visão colorida tricromática, cada pixel contém uma certa quantidade (número) de vermelho (Red), de verde (Green) e de azul (Blue).

[25]Universidade Federal de Juiz de Fora, waltercesar0@gmail.com
[26]Universidade Estadual de Campinas, danieldgbm68@gmail.com
[27]Universidade Federal de Juiz de Fora, ltiemi@gmail.com

Sendo assim, tratamos A como a sobreposição de três matrizes de intensidade: A^R, A^G e A^B correspondentes as intensidades de cor vermelha, verde e azul, respectivamente. E, aplicamos a técnica de compressão nessas matrizes de intensidade, obtendo suas respectivas matrizes comprimidas $A^R_{(k_R)}$, $A^G_{(k_G)}$ e $A^B_{(k_B)}$, e ao sobrepô-las obtemos uma nova imagem, $\tilde{A}$. Observe que a quantidade de valores singulares considerada em cada uma das matrizes A^R, A^G e A^B, ou seja, k_R, k_G e k_B, respectivamente, podem ser diferentes entre si, pois estas quantidades dependem da energia desejada.

Aplicamos o método na imagem digital do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), vide Figura 3(a), ou seja, numa matriz $A_{755\times1080}$. Um resultado satisfatório é obtido ao usar 40% da energia total, Figura 3(b), pois reconhecemos a imagem e utilizamos apenas 16, 17 e 15 valores singulares dos 755 de cada matriz de intensidade, A^R, A^G e A^B, respectivamente. Porém, com o dobro de valores singulares conseguimos 50% da energia, que retorna uma imagem mais nítida do prédio, vide Figura 3(c), e ainda apresenta uma significativa redução na quantidade de dados.

(a) 100% da Energia total (b) 40% da Energia total (c) 50% da Energia total

Figura 3: Implementamos um código para o método descrito utilizando a imagem da Figura 3(a) e obtemos as Figuras 3(b) e 3(c) utilizando 40% e 50% da Energia total, respectivamente.

Na reconstrução da imagem tivemos perda na qualidade, mas ainda foi possível reconhecer o seu conteúdo, com uma redução na quantidade de dados armazenados e consequentemente uma redução também no processamento. Assim, ao representarmos os dados da dinâmica de um fenômeno biológico de forma matricial, por meio da compressão apresentada, obteríamos um retrato das principais características do fenômeno.

Agradecimentos

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior-Brasil (CAPES) pelo fundamental apoio (Código de Financiamento 001) e a Pró Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa da UFJF.

Referências

[1] GOLUB, G. H., VAN LOAN, C. F. **Matrix Computations.** 3. ed. Baltimore: Imprensa da Universidade John Hopkins, 1996.

[2] STRANG, G. **Linear Algebra and its Applications**. 3. edição. Orlando: Harcourt Brace Jovanovich, 1988.