Funções hiperbólicas de terceira ordem, funções de Appell e a representação polar dos números ternários

Ottoni, J. E [1]
Ottoni, A. G. S.[2]

Resumo:

Os chamados números ternários, ou tricomplexos, ou complexos ternários; números complexos de três dimensões, foram introduzidos em uma série de estudos relativamente recentes [1], embora os primeiros passos na direção desse tipo de generalização dos números complexos tenham sido dados há muito mais tempo. Por exemplo, como primeiro passo em direção a uma extensão dos números complexos, em uma série de artigos, os matemáticos estudaram um espaço tridimensional com comprimento de arco dado pela fórmula cúbica definida por $d^3s = d^3x + d^3y + d^3z - 3dxdydz$. Esse estudo foi iniciado pelo matemático francês P. Appell [2, 3], escrito em 1877, onde ele introduz uma certa generalização das funções trigonométricas usuais relacionadas com esse comprimento de arco. Então décadas depois, as propriedades geométricas desses espaços tridimensionais foram primeiro estudadas por P. Humbert em uma série de artigos [4, 5, 6] e por J. Devisme [7, 8], entretanto todos esses resultados foram obtidos sem o uso explícito de algum tipo de extensão dos números complexos, com exceção de uma pequena observação feita pelo próprio Appell, em seu primeiro artigo [2].

Os números ternários estão sendo investigados na Física Teórica nos últimos anos porque, aparentemente estão relacionados com algumas simetrias da física de alta energia, possibilitando uma maneira diferente de compreender fenômenos que envolvem os problemas dos chamados números quânticos de cor, e das três gerações, ou famílias de partículas elementares do Modelo Padrão [9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17].

O presente trabalho tem como objeto de estudo principal a formalização da álgebra e dos aspectos geométricos e analíticos dos números ternários e é o desenvolvimento e desdobramento de uma orientação de mestrado recentemente concluída no PROFMAT/CAP.

Referências

[1] Lipatov, L.N., Traubenberg, R. M. and Volkov, G. G. On the ternary complex analysis and its applications, J. Math. Phys. 49(1), 013502, 2008.

[1]Professor, DEFIM, UFSJ
jeottoni@ufsj.edu.br
[2]Professora, DEFIM, UFSJ
amandagso@ufsj.edu.br

[2] Appell, P., Sur certaines fonctions analogues aux fonctions circulaires, Comptes rendus hebdomadaires des séances de la Académie des Sciences, p. 1378, 1877.

[3] Appell, P., Proposition d'algèbre et de géométrie déduit de la considération des racines cubiques de l'unité', Comptes rendus hebdomadaires des séances de la Académie des Sciences, p. 540, 1877.

[4] Humbert, P., Géométrie plane dans l'espace attaché à l'opérateur Δ_3, Journal de Mathématiques Pures et Appliquées, Gauthier-Villars, volume 9, number 21, 1942.

[5] Humbert, P., Note relative à l'article: Sur les nombres de classes de certains corps quadratiques, Commentarii Mathematici Helvetici, Bull. Math, volume 13, number 1, p. 67, 1940.

[6] Humbert, P., Réduction de formes quadratiques dans un corps algébrique fini, Commentarii Mathematici Helvetici, Bull. Math, volume 23, number 1, p. 50-63, 1949.

[7] Devisme, J., Sur l'équation de M. Pierre Humbert, Annales de la Faculté des sciences de Toulouse: Mathématiques, Série 3, volume 25, p. 143-238, 1933.

[8] Devisme, J., Sur une généralisation de l'équation de Laplace, volume 8, p.145-159, J. Math. Pures Appl. 19 (1940) 359, 1929.

[9] Kerner, R. and Suzuki, O., The discrete quantum origin of the Lorentz group and the Z_3-graded ternary algebras, Proceedings of the RIMS Conference on Mathematical Physics, 2014, p. 54-72.

[10] Kerner R., Ternary generalization of Pauli's principle and the Z_6-graded algebras, Physics of Atomic Nuclei, volume 80, number 3, p.529-531, 2017.

[11] Kerner R., Ternary $Z_2 \times Z_3$ graded algebras and ternary Dirac equation, Physics of Atomic Nuclei, volume 81, number 6, p.871-889, 2018.

[12] Kerner R., The Z_3-graded extension of the Poincaré group, Preprint, 2023.

[13] Kerner R., and Lukierski, J., Z_3-graded colour Dirac equation for quarks, confinement and generalized Lorentz symmetries, Phys. Letters B, 792, p.233-237, 2019.

[14] Kerner R., Graduation Z_3 et la racine cubique de l'équation de Dirac, Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, volume 312, number II, p.191-195, 1991.

[15] Kerner R., Cubic and Ternary Algebras, Ternary Symmetries and the Lorentz Group, Proceedings of Math. Phys. Conference, RIMS, volume 1705, p.134–146, 2010.

[16] Kerner R., Z_3-graded algebras and the cubic root of the supersymmetry translations, J. Math. Phys., volume 33, p.403, 1992.

[17] V. Abramov and R. Kerner and B. Le Roy, Hypersymmetry: a Z_3-graded generalization of supersymmetry, Journal of Math.Phys., volume 38, number 3, p. 1650-1669, 1997.