Soluções da Equação da Onda Amortecida.

Daniel de Lima Pazim [1]
Marcelo Rempel Ebert[2]

Resumo: Considere o problema de Cauchy em $\mathbb{R}^n$

$$V_{tt}(t,x) - \Delta V(t,x) + V_t(t,x) = 0, \qquad (t,x) \in (0,\infty) \times \mathbb{R}^n, \tag{1}$$
$$V(0,x) = V_0(x), \quad V_t(0,x) = V_1(x), \qquad x \in \mathbb{R}^n. \tag{2}$$

E defina $X_1(0,T)(\mathbb{R}^n) = C([0,T]; H_0^1(\mathbb{R}^n)) \cap C^1([0,T]; L^2(\mathbb{R}^n))$, para $0 < T \leq \infty$ e o *espaço das funções ponderadas*

$$L^{1,\gamma}(\mathbb{R}^n) = \left\{ u \in L^1(\mathbb{R}^n) : \| u \|_{1,\gamma} := \int_{\mathbb{R}^n} (1+|x|)^\gamma |u(x)| dx < \infty \right\}.$$

Indicaremos por $\| \cdot \|_q$ e $\| \cdot \|_{H^1}$ as normas usuais de $L^q(\mathbb{R}^n)$ e $H^1(\mathbb{R}^n)$ respectivamente. Além disso, quando $q = 2$ usaremos $\| \cdot \|$ ao invés de $\| \cdot \|_2$ para facilitar a notação. Nosso objetivo será apresentar e demonstrar o seguinte resultado:

Teorema 1 *Seja $n \geq 1$ e $\gamma \in [0,\infty]$. Se $[V_0, V_1] \in (H^1(\mathbb{R}^n) \cap L^{1,\gamma}(\mathbb{R}^n)) \times (L^2(\mathbb{R}^n) \cap L^{1,\gamma}(\mathbb{R}^n))$, então existe uma única solução $V \in X_1(0,\infty)(\mathbb{R}^n)$ para o problema* (1)-(2) *satisfazendo:*

$$\begin{aligned}\| V(t,\cdot) \| &\leq C(1+t)^{-n/4-\gamma/2}(\| V_0 \|_{H^1} + \| V_0 \|_{1,\gamma} + \| V_1 \| + \| V_1 \|_{1,\gamma}) \\ &+ C(1+t)^{-n/4} \left(\left| \int_{\mathbb{R}^n} V_0(x) dx \right| + \left| \int_{\mathbb{R}^n} V_1(x) dx \right| \right).\end{aligned}$$

Referências

[1] R. Ikehata. *New decay estimates for linear damped wave equations and its applications to nonlinear problem.* Mathematical methods in the applied sciences, 27(8):865-889, 2004.

[2] A. Matsumura. *On the Asymptotic Behavior of Solutions of Semi-linear Wave Equations,* Vol 12. Publ RIMS: Kyoto Univ., 1976; 169-189.

[1]Aluno de Mestrado, Universidade de São Paulo, USP-RP
daniel.pazim@usp.br
[2]Professor orientador, Departamento de Computação e Matemática,
ebert@ffclrp.usp.br