

Determinante Regularizado em Espaços Simétricos

Gedeana Pantoja¹

Alexandre Casassola Gonçalves²

Resumo: Seja (M, g) uma variedade Riemanniana compacta sem bordo de dimensão $n \geq 1$, e Δ_g o Laplaciano associado a métrica g . Definimos o determinante regularizado do Laplaciano como:

$$\det \Delta_g := \exp \left(-\frac{d}{ds} \zeta(s, \Delta_g) \right) \Big|_{s=0}$$

onde $\zeta(s, \Delta_g)$ é a função zeta espectral. O determinante regularizado nasce então, do estudo das funções zeta espectral. É sabido que existem várias formas de calcular esses determinantes regularizados. Nesse trabalho estudaremos a técnica de [1] que nos produz a menor fórmula para calcular tais determinantes.

A determinação dos espectros laplacianos em variedades riemannianas arbitrárias é um problema difícil, estando aberto no caso geral, mas em casos muito particulares, esse espectro já foi completamente calculado, como por exemplo nas esferas euclidianas e espaços projetivos. A razão disto está em um grande grupo de simetrias, ou seja, de automorfismos que preservam a métricas, que estes espaços possuem. Por isso, faremos nosso estudo de determinante regularizado em uma subclasse dos chamados espaços simétricos.

É interessante estudar tal assunto porque os determinantes regularizados têm diversas aplicações, tanto na Física como na Matemática. Na física, por exemplo, é possível estabelecer uma fórmula para determinantes de uma classe específica de operadores diferenciáveis. Já matemática é possível utilizar o determinante do laplaciano torcido para definir a torção analítica $T_a(M; g)$ de uma variedade Riemanniana fechada M em relação a uma representação ortogonal g de seu grupo fundamental.

Referências

- [1] F. Rafael et al. Regularized determinant of the laplacian on forms over odd dimensional projective spaces. 2022.

¹Aluna de Mestrado, Universidade de São Paulo, USP-RP
g.pantoja@usp.br

²Professor orientador, Departamento de Computação e Matemática,
acasa@ffclrp.usp.br