

Estudo Qualitativo do Modelo Epidemiológico SIRD com Taxas não Constantes

Kaleb de Jesus Silva e Souza ¹
José Paulo Carvalho dos Santos ²

O modelo SIRD (Susceptíveis, Infectados, Recuperados e Mortos) é uma ferramenta essencial para compreender a dinâmica de epidemias, como por exemplo a epidemia causada pelo vírus da COVID-19 [3]. Vários estudos mostram que as taxas de transmissão ao longo da epidemia não são constantes e que variam ao longo do tempo [1, 2]. Ao considerarmos taxas não constantes, podemos ter uma análise mais precisa da propagação da doença e da eficiência das medidas de controle.

O modelo SIRD com taxas não constantes é dado por:

$$\begin{cases} S'(t) &= -\beta(t)S(t)I(t), \\ I'(t) &= \beta(t)S(t)I(t) - \gamma(t)I(t) - \delta(t)I(t), \\ R'(t) &= \gamma(t)I(t), \\ D'(t) &= \delta(t)I(t), \end{cases} \quad (1)$$

em que $\beta(t)$ representa a taxa de contaminação, $\gamma(t)$ denota a taxa de recuperação e $\delta(t)$ a taxa de mortalidade ao longo do tempo.

Nesse contexto, investigamos o impacto das taxas não constantes na dinâmica do modelo. Demonstramos que as soluções do sistema são limitadas e não negativas. Além disso, estabelecemos condições de limiar relacionadas ao número básico de reprodução $\mathcal{R}_0(t) = \frac{\frac{1}{t} \int_0^t \beta(s) ds}{\frac{1}{t} \int_0^t \gamma(s) ds + \frac{1}{t} \int_0^t \delta(s) ds}$, indicando que se $\mathcal{R}_0(t) < 1$, a epidemia tende a se extinguir, enquanto $\mathcal{R}_0(t) > 1$ sugere um crescimento inicial seguido de extinção dos infectados. Esses resultados têm implicações importantes para a compreensão da dinâmica do espalhamento

¹Aluno de Graduação, Universidade Federal de Alfenas, kaleb.souza@sou.unifal-mg.edu.br

²Professor orientador, Departamento de Matemática UNIFAL-MG, jose.santos@unifal-mg.edu.br

de doenças e podem ser valiosos na formulação de estratégias de controle da doença.

Algumas simulações usando Python foram feitas usando o método de Runge-Kutta de 4ª ordem para sistemas de equações diferenciais ordinárias que mostram que os nossos experimentos numéricos concordam com os resultados teóricos obitos. Nas simulações $\beta_0 = 0,5499$, $a_0 = 0,1452$, $\gamma = 0.1071$, $\delta = 0.02$ e $\beta(t) = \beta_0 - a_0(1 - e^{-c_0t})$ com $c_0 \geq 0$.

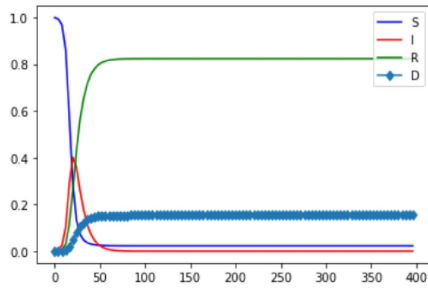


Figura 1: Simulação do modelo (1) com $c_0 = 0,02$ e $\mathcal{R}_0 \geq 3.1841$.

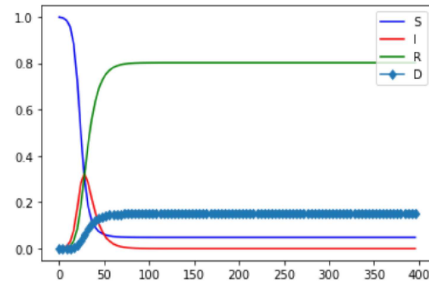


Figura 2: Simulação do modelo (1) com $c_0 = 2.0$ e $\mathcal{R}_0 \geq 3.1841$.

Agradecimentos

Agradecemos à FAPEMIG pelo apoio concedido para a realização do trabalho, conforme o Edital N^o 13/2023 da PRPPG.

Referências

- [1] FANELLI, D., PIAZZA, F. **Analysis and forecast of COVID-19 spreading in China, Italy and France.** *Chaos, Solitons & Fractals*, 134, 109761, 2020.
- [2] LIU, X., STECHLINSKI, P. **Infectious disease models with time-varying parameters and general nonlinear incidence rate.** *Applied Mathematical Modelling*, v 36, p. 1974-1994, 2012.
- [3] LOPEZ-FLORES, M. M. et al. **Equações diferenciais e modelos epidemiológicos**, Rio de Janeiro: Editora IMPA, 2021.