

## Decifrando a Desigualdade de Cauchy: Um Estudo da Desigualdade de Harker-Kasper e a Cristalografia

Laura Gois Vergueiro <sup>1</sup>  
 Letícia Maria da Silva <sup>2</sup>  
 Carlos Alberto da Silva Junior <sup>3</sup>

**Resumo:** No século XVII com a criação do cálculo, os matemáticos, ansiosos pela nova teoria, desenvolveram conjecturas e a exploraram sem preocupações categóricas. Já no século XIX, conhecido como “Era do Rigor”, passou-se a ter uma preocupação mais profunda com teor técnico, definindo de forma precisa conceitos novos ou que apresentavam sentido ambíguo [2]. O matemático francês Augustin-Louis Cauchy (1789-1857) viveu nesse período e aprimorou a definição de Limite de Newton e criou diversas definições dos fundamentos da análise. Uma das descobertas de Cauchy é conhecida hoje como **Desigualdade de Cauchy**, dada por:

$$\sum_{k=1}^n a_k b_k \leq \left( \sum_{k=1}^n a_k^2 \right)^{\frac{1}{2}} \left( \sum_{k=1}^n b_k^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

onde  $(a_n)$  e  $(b_n)$  são sequências de números reais [1]. Essa desigualdade é extremamente versátil por ser aplicada em diversos ambientes como, por exemplo, convergência de séries, produto interno de vetores, médias, simetrias, entre outros [1].

Fazendo uso da desigualdade o estudo do limite de sequências não negativas se torna simples. Como verificar que o produto das séries:

$$\left( \sum_{j=1}^n p_j a_j \right) \cdot \left( \sum_{j=1}^n p_j b_j \right) \geq 1,$$

deve ser maior do que ou igual a 1, denominada **Desigualdade Produto das Médias-Média dos Produtos**, utilizada na área da economia e da estatística.

Outra aplicação da Desigualdade de Cauchy está na Cristalografia, ou seja, ciência que estuda a estrutura geométrica de cristais focada em sua simetria [4]. Após 1911, com a utilização do Raio-x, conseguiu-se determinar com precisão a localização dos átomos nos cristais, que proporcionou o desenvolvimento de normas sobre as distâncias e ângulos formados entre eles. A **Desigualdade de Harker-Kasper** é uma importante identidade

<sup>1</sup>Graduanda em Bacharelado em Matemática - COMAT, Universidade Federal de São João del-Rei - UFSJ, lauragoisvergueiro@aluno.ufsj.edu.br

<sup>2</sup>Graduanda em Licenciatura Matemática - COMAT, Universidade Federal de São João del-Rei - UFSJ, ls3536358@aluno.ufsj.edu.br

<sup>3</sup>Departamento de Matemática e Estatística - DEMAT, Universidade Federal de São João del-Rei - UFSJ, carlosdamat@ufsj.edu.br

que apresenta relação entre os fatores de estrutura do espalhamento dos átomos, dada por:

$$g^2(x) \leq \frac{1}{2} [1 + g(2x)]$$

onde  $g(x) = \sum_{k=1}^n p_k \cos(\beta_k x)$ , que foi obtida a partir da desigualdade de Cauchy. A validade desta identidade nos permite ampliar o seu uso para diversas funções, não se limitando somente a cristalografia [4].

Dessa forma, as contribuições de Cauchy para a matemática não se limitam só ao período em que viveu. Destacamos que a sua desigualdade ainda é pouco abordada nos livros didáticos, mas diversas ramificações e aplicações, como na cristalografia ou na integração de funções unidimensionais, tem sido explorada nas últimas décadas, mostrando a importância na continuidade do estudo da mesma.

## Referências

- [1] J. M. Steele. *THE CAUCHY SCHWARZ MASTER CLASS - An Introduction to the Art of Mathematical Inequalities*, 1a. edição. Cambridge, Pennsylvania . ISBN 978-0-511-21134-8
- [2] R. L. S. Baroni and S. C. Otero-Garcia. *Aspectos da Historia da Analise de Cauchy a Lebesgue*, 1a. edição. Cultura Academica UNESP, São Paulo, 2014. ISBN 9788579836015
- [3] A.C. Mafud e M.T.P. Gambardella *Estrutura Cristalina e Molecular de Derivados de Ditiocarbamatos*. São Carlos, 2006. 89 p. Dissertação (Mestrado em Físico-Química) Universidade de São Paulo
- [4] E.F. Franca e S. Guilardi *Estudo Cristalográfico de compostos de Platina(II) e de Níquel (II) com Ditiocarbimato*. Uberlândia, 2005. 200 p. Dissertação (Mestrado em Química) Universidade Federal de Uberlândia