

Aplicações da Desigualdade de Cauchy: Por Que Não Três ou Mais? e Uma Soma de Somas de Preservação de Inversão

Letícia Maria da Silva ¹

Laura Gois Vergueiro ²

Carlos Alberto da Silva Júnior³

Resumo: Uma das figuras indispensáveis na sistematização de conceitos matemáticos tais como limite, continuidade e convergência, foi o francês Augustin Louis Cauchy. Ele foi o primeiro a defender e divulgar a nova forma rigorosa de se pensar e fazer matemática que dominou não só a análise como o campo matemático no começo do século XIX [2].

A famosa Desigualdade de Cauchy é dada por

$$\sum_{k=1}^n a_k b_k \leq \sqrt{\sum_{k=1}^n a_k^2} \sqrt{\sum_{k=1}^n b_k^2}.$$

Publicada em 1821 em algumas notas sobre a teoria das desigualdades apresentada por Cauchy, mas só aplicada fora dessa obra em 1829 no contexto de cálculo de raízes de funções algébricas e transcendentais [1]. Atualmente, são muitas as publicações científicas onde a Desigualdade de Cauchy vem sendo aplicada [1]. Uma consequência direta da Desigualdade de Cauchy, intitulada como “Por Que Não Três ou Mais?” é apresentada da seguinte forma:

$$(a) \left(\sum_{k=1}^n a_k b_k c_k \right)^4 \leq \left(\sum_{k=1}^n a_k^2 \right)^2 \sum_{k=1}^n b_k^4 \sum_{k=1}^n c_k^4$$

e

$$(b) \left(\sum_{k=1}^n a_k b_k c_k \right)^2 \leq \sum_{k=1}^n a_k^2 \sum_{k=1}^n b_k^2 \sum_{k=1}^n c_k^2.$$

O intuito das desigualdades “Por Que Não Três ou Mais?” é expandir a Desigualdade de Cauchy para três vetores ou mais, como o próprio título sugere. Essa desigualdade em questão, é usada em campos diversos da ciência como matemática, física, engenharia e estatística [3].

¹Graduanda Licenciatura em Matemática - COMAT, Universidade Federal de São João del-Rei - UFSJ, ls3536358@aluno.ufsj.edu.br

²Graduanda Bacharelado em Matemática - COMAT, Universidade Federal de São João del-Rei - UFSJ lauragoisvergueiro@aluno.ufsj.edu.br

³Departamento de Matemática e Estatística - DEMAT, Universidade Federal de São João del-Rei - UFSJ, carlosdamat@ufsj.edu.br

Outra consequência direta da Desigualdade de Cauchy é a chamada “Uma Soma de Somas de Preservação de Inversão” que é dada por:

$$\sum_{k=1}^n \left(p_k + \frac{1}{p_k} \right)^2 \geq n^3 + 2n + \frac{1}{n},$$

onde $p_k > 0 \forall 1 \leq k \leq n$ e $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$. Essa desigualdade é um caso particular de uma Desigualdade de Inversão que Preserva Norma [1].

Portanto, o estudo da Desigualdade de Cauchy ainda é relevante no ambiente de pesquisas matemáticas e, dessa forma, explorar algumas de suas consequências é importante para o desenvolvimento científico de diversas áreas.

Referências

- [1] Steele, M.S. *The Cauchy-Schwarz Master Class*. Cambridge, Pennsylvania. ISBN: 978-0-511-21134-8.
- [2] Baroni, R.L.S and Otero-Garcia, S.C. *ASPECTOS DA HISTÓRIA DA ANÁLISE MATEMÁTICA DE CAUCHY A LEBESGUE*. Cultura Acadêmica, São Paulo-SP, 2014. ISBN: 978-85-7983-601-5.
- [3] OpenAI. 2021. *ChatGPT: A Conversational AI Model*. Disponível em: <https://openai.com/research/chatgpt>. Acesso em: 12 de outubro de 2023.