

## Objetos Fractais Naturais uma discussão sobre sua definição para a Matemática Aplicada

Prisicla de Fátima Borges Amaral Carvalho<sup>1</sup>

Erasmus Tales Fonseca<sup>2</sup>

**Resumo:** Ao longo da história, é notável como a Matemática, em especial a Geometria, surge como ferramenta para resolver problemas da humanidade ou descrever fenômenos que o homem presencia. Da mesma maneira, a Geometria Fractal vem para explicar, de forma mais precisa e realista, o mundo e seus fenômenos. Conforme Benoît Mandelbrot, conhecido como pai dos fractais, em *The Fractal Geometry of Nature*: “Nuvens não são esferas, montanhas não são cones, os litorais não são círculos, a casca das árvores não é lisa e tampouco a luz viaja em linha reta” (*apud* Stewart, 1991, p.233). Ainda assim, por muitos anos, os fractais foram considerados apenas isto: belos e inúteis enfeites matemáticos, que não serviam para além da vaidade. Porém, com os diversos trabalhos lançados desde então - inclusive por Mandelbrot - e sua ligação direta com a Teoria do Caos e Sistemas Dinâmicos, tornou-se clara sua aplicação. Para mais do que isso, evidenciou-se como a Geometria Fractal é uma descrição mais verossímil da natureza do que a geometria clássica: “as curvas que não possuem tangente são a regra, enquanto as curvas regulares, como a circunferência, são casos, apesar de interessantes, muito particulares.” (Mandelbrot, 1998, p.16). Porém, ainda que a intuição, o visual e a argumentação se mostrem convincentes, é necessário trabalhar o rigor matemático. Diante disso, qual a definição de um fractal? Para esta discussão, utilizaremos como aporte teórico a obra *Descobrendo a Geometria Fractal: para a sala de aula*, em especial a seção *E a definição de Fractal?*, do autor Ruy Madsen Barbosa (2002, p.18-19): Apesar de sua nomenclatura remeter a fragmentado, quebrado, o mesmo não se pode afirmar da definição. Entretanto, em um primeiro momento, até mesmo Mandelbrot o definiu como um objeto de dimensão fracionária, “um fractal é, por definição, um conjunto para o qual a dimensão Hausdorff-Besicovitch excede estritamente a dimensão topológica.” (*apud*. Barbosa, 2002, p.18). Mas o próprio Benoît não se satisfaz com essa definição, apresentada por ele mesmo. Pois, apesar desta - a dimensão - ser uma característica marcante e deveras surpreendente nestes objetos, ela não o define. Uma vez que há fractais para os quais a dimensão é igual a um ou dois e nenhum deles se assemelham a retas ou planos e há ainda os de dimensões irracionais. Houve também J. Feder (1988), com: um fractal é uma forma cujas partes se assemelham ao seu todo sob alguns aspectos e ainda K. J. Falconer (1990), que propõe três condições para que um objeto seja considerado um fractal: Possuir alguma forma de “auto-similaridade”, ainda que aproximada ou estatística; Ter a dimensão fractal, definida de alguma forma,

<sup>1</sup>Graduanda do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado de Minas Gerais, Unidade Divinópolis, pri\_amaral\_13@hotmail.com

<sup>2</sup>Professor orientador do Departamento de Ciências Exatas da Universidade do Estado de Minas Gerais, Unidade Divinópolis, erasmo.fonseca@uemg.br

maior que a sua dimensão topológica e poder ser expresso através de um procedimento recursivo ou iterativo. Mas tais propostas, compiladas por Barbosa, ainda se mostram demasiadamente vagas ou dependentes do procedimento iterativo que constrói o fractal – o que, muitas vezes, será parte da investigação Matemática em si. Por outro lado, dito a diferença que a escala pode aplicar a algo, define-se como fractal um objeto que é autossemelhante em diferentes escalas, infinitamente. Ou seja, uma parte é semelhante de forma exata ou aproximada ao todo. Ou ainda, que se repete ao aumentar ou diminuir a escala de forma contínua, de maneira que, ao se olhar sem um referencial, não há como distinguir a que escala o objeto está apresentado. Tal característica geralmente é obtida através da reentrada do resultado de um algoritmo nele mesmo. Porém, tal definição não se aplica a realidade, uma vez que nosso mundo é finito. Para Michel Janos (2008, p.70) “os fractais naturais não são auto-semelhantes. Eles são auto-afins, ou seja, são cópias reduzidas distorcidas de si próprios.” Entretanto, para fins da aplicação da Geometria Fractal na costa de um país, por exemplo, a auto-afinidade desaparece dada certa escala – cabe ressaltar que é possível fazer modelos matemáticos em fractais através de outras abordagens. Portanto, o presente trabalho busca encontrar uma definição para objetos fractais naturais que possa auxiliar em projetos de matemática aplicada. Logo, ao analisar os Fractais e suas características como, principalmente, a autossemelhança em diferentes escalas, o aspecto fragmentado – que origina seu nome – e, em especial, as aplicações em objetos naturais, propõe-se a seguinte definição: Objetos fractais naturais são aqueles que, em determinado intervalo escalar, apresentam características de autossemelhança estatística. Por fim, para analisar a viabilidade de uma aplicação fractal em um objeto natural, seria então necessário verificar o intervalo escalar que afeta o modelo proposto para averiguar se as características fractais, de fato, afetarão os resultados. Além de ponderar a faixa de erro da autossemelhança observada.

## Referências

- [1] BARBOSA, R. M. *Descobrendo a Geometria Fractal: para a sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.
- [2] JANOS, M. *Geometria Fractal*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008.
- [3] MANDELBROT, B. *Objectos Fractais: Forma, Acaso e Dimensão*. 2. ed. Lisboa: Gradiva, 1998.
- [4] STEWART, I. *Será que Deus joga dados?: a nova matemática do caos*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1991.